Способы решения тригонометрических уравнений

- Уравнения , приводимые к квадратным уравнениям
- Однородные уравнения
- Разложение на множители
- Замена переменной
- Метод вспомогательного угла
- Понижение степеней

уравнения,приводимые к квадратным уравнениям

$2\cos^2 x+\sin x+1=0$

$2*(1-\sin^2 x)+\sin x+1=0$

$2-2\sin^2 x+\sin x+1=0$

$-2\sin^2 x+\sin x+3=0$

Пусть $a=\sin x$

$-2a^2+a+3=0$

$a_1=-1,\ a_2=1,5$

$\sin x=-1$ $\sin x=1,5$

$X=-П/2+2Пn$, нет корней

Однородные уравнения

$3\sin^2 x+\sin x \cos x=2\cos^2 x$

Делим на $\sin^2 x$ обе части уравнения

$3+\cos x/ \sin x=2\cos^2 x/\sin^2 x$

Известно ,что $ctg\ x= \cos x/\sin x$

Получим $3+ctg x=2ctg^2 x$

Пусть $a=ctg\ x$

$3+a=2a^2$

$2a^2-a-3=0$

$a_1=1,5 \quad a_2=-1$

Получим $ctg\ x=1,5 \quad ctg\ x=-1$

$X=arcctg 1,5+\Pi n \quad x=3\Pi/4+\Pi m$

Разложение на множители

$4\sin^2 x - \sin 2x = 0$

$4\sin^2 x - 2\sin x \cos x = 0$

$2\sin x(2\sin x - \cos x) = 0$

$\sin x = 0$ или $2\sin x - \cos x = 0$

$x_1 = \pi n$

$$\frac{2\sin x}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x} = 0$$

$2 - \mathrm{ctg}\, x = 0$

$\mathrm{ctg}\, x = 2$

$X_2 = \mathrm{arcctg}\, 2 + \pi k$

Замена переменной

$$2(1+tgx) - \frac{3}{1+tgx} = 5$$

Пусть $y=1+tgx$

$$2y - \frac{3}{Y} = 5$$

$$\begin{cases} 2y^2-3=5y \\ y \neq 0 \end{cases}$$

$$2y^2-5y-3=0$$

$$y_1=3, \quad y_2=-0,5$$

$1+tgx=3$ $\quad$ $1+tgx=-0,5$

$tgx=2$ $\quad$ $tgx=-1,5$

$X_1=arctg2+\Pi n$ $\quad$ $x_2=-arctg1,5+\Pi k$

Метод вспомогательного угла

$$\cos 3x+\sin 3x=1$$

$$\sqrt{A^2+B^2}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$$

Делим обе части уравнения на $\sqrt{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 3x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 3x=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Пусть $\cos\varphi=1/\sqrt{2}$, $\sin\varphi=1/\sqrt{2}$, $\varphi=\Pi/4$

$$\cos\varphi\cos 3x+\sin\varphi\sin 3x=1/\sqrt{2}$$

$$\cos(3x-\varphi)=1/\sqrt{2}$$

$$3x-\varphi=\pm\Pi/4+2\Pi n$$

$$3x=\pm\Pi/4+\varphi+2\Pi n,$$

$$X=\pm\Pi/12+\Pi/12+2\Pi n/3$$

Понижение степеней

$$\sin^4 x+\cos^4 x=1/2$$

$$(\sin^2 x)^2+(\cos^2 x)^2=1/2$$

Известно,что $\sin^2(x/2)=\frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2(x/2)=$

$$=\frac{1+\cos x}{2}$$

$$\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

$$1-2\cos 2x+\cos^2 2x+1+2\cos 2x+\cos^2 2x=2$$

$$2\cos^2 x=0$$

$$\cos x=0$$

$$X=П/2+Пn$$