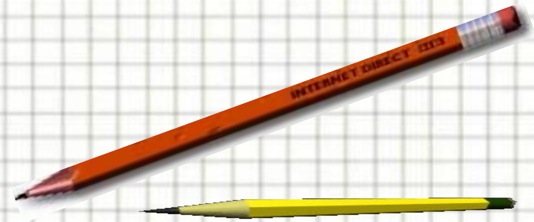


Решение простейших тригонометрических уравнений.

Шахова Т. А.
МОУ гимназия №3 г. Мурманска.

Чтобы успешно решать простейшие тригонометрические уравнения необходимо следующее:

1) уметь отмечать точки на числовой окружности;

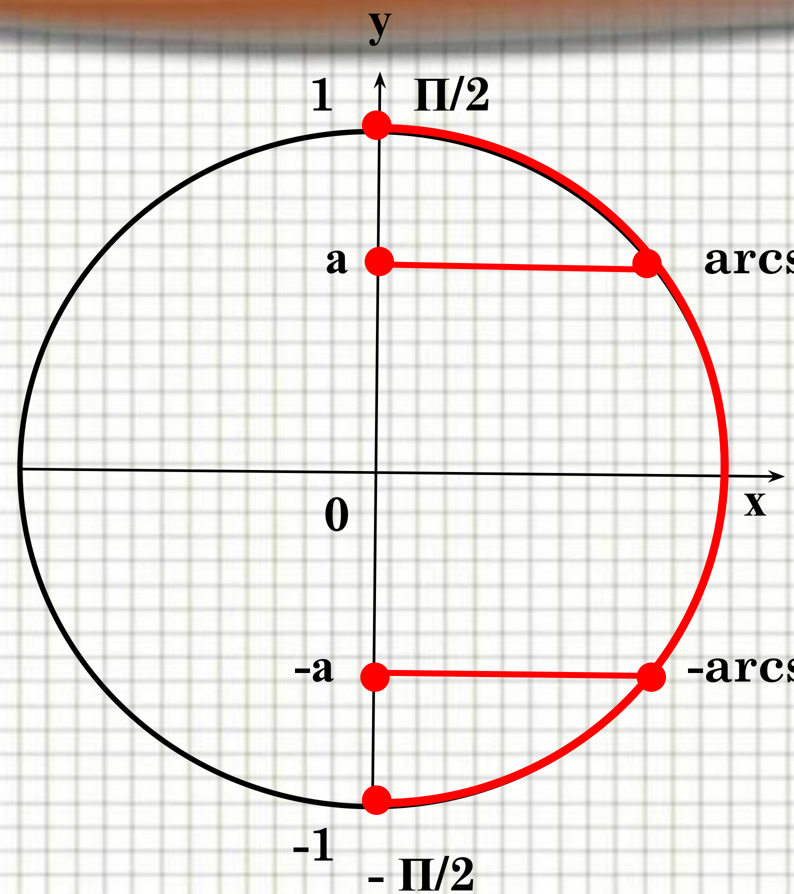
2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для точек числовой окружности;

3) знать свойства основных тригонометрических функций;

4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса и уметь отмечать их на числовой окружности.

Арксинус и решение уравнений sin t=a.

Арксинусом числа а называют такое число из отрезка [- П/2; П/2], синус которого равен *а*.



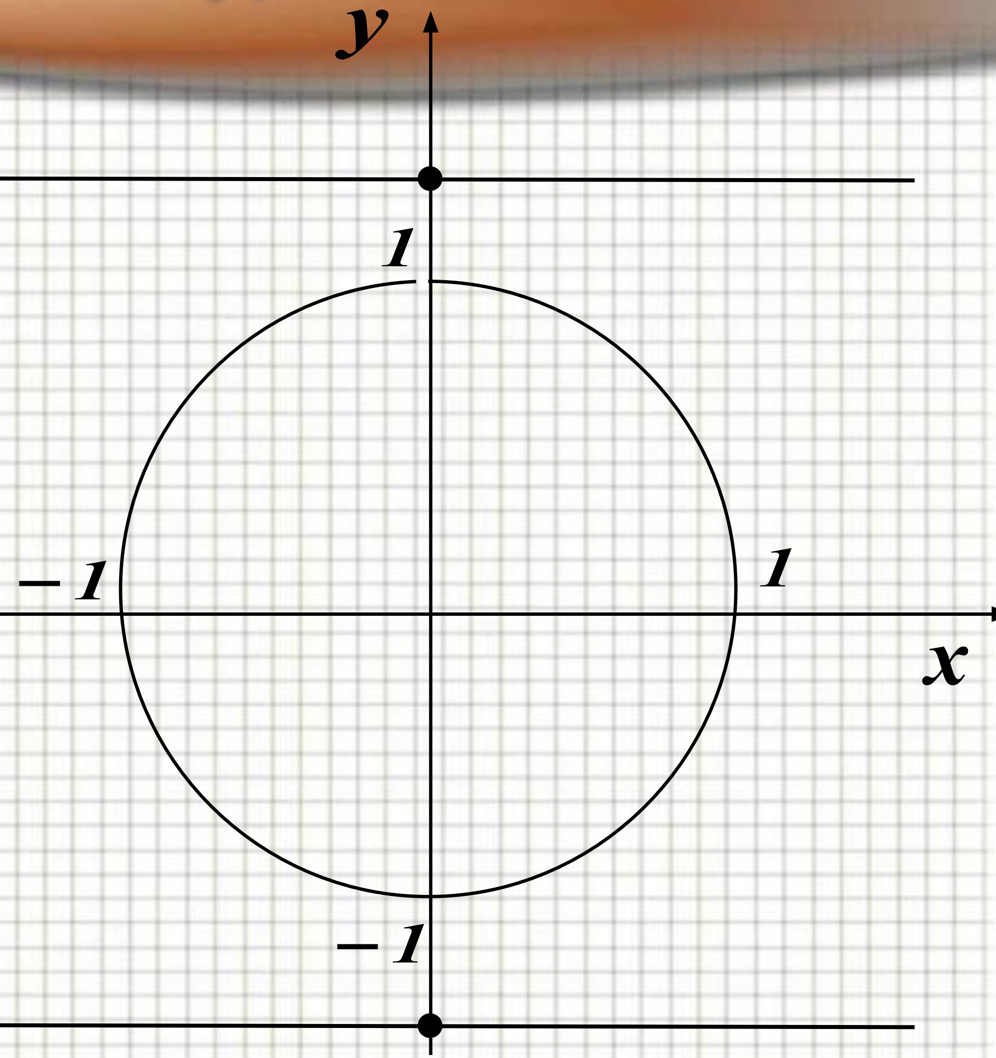
arcsin (-a)=-arcsin a

Арксинус и решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

1) IaI>1

Нет точек пересечения с окружностью. Уравнение не имеет решений.

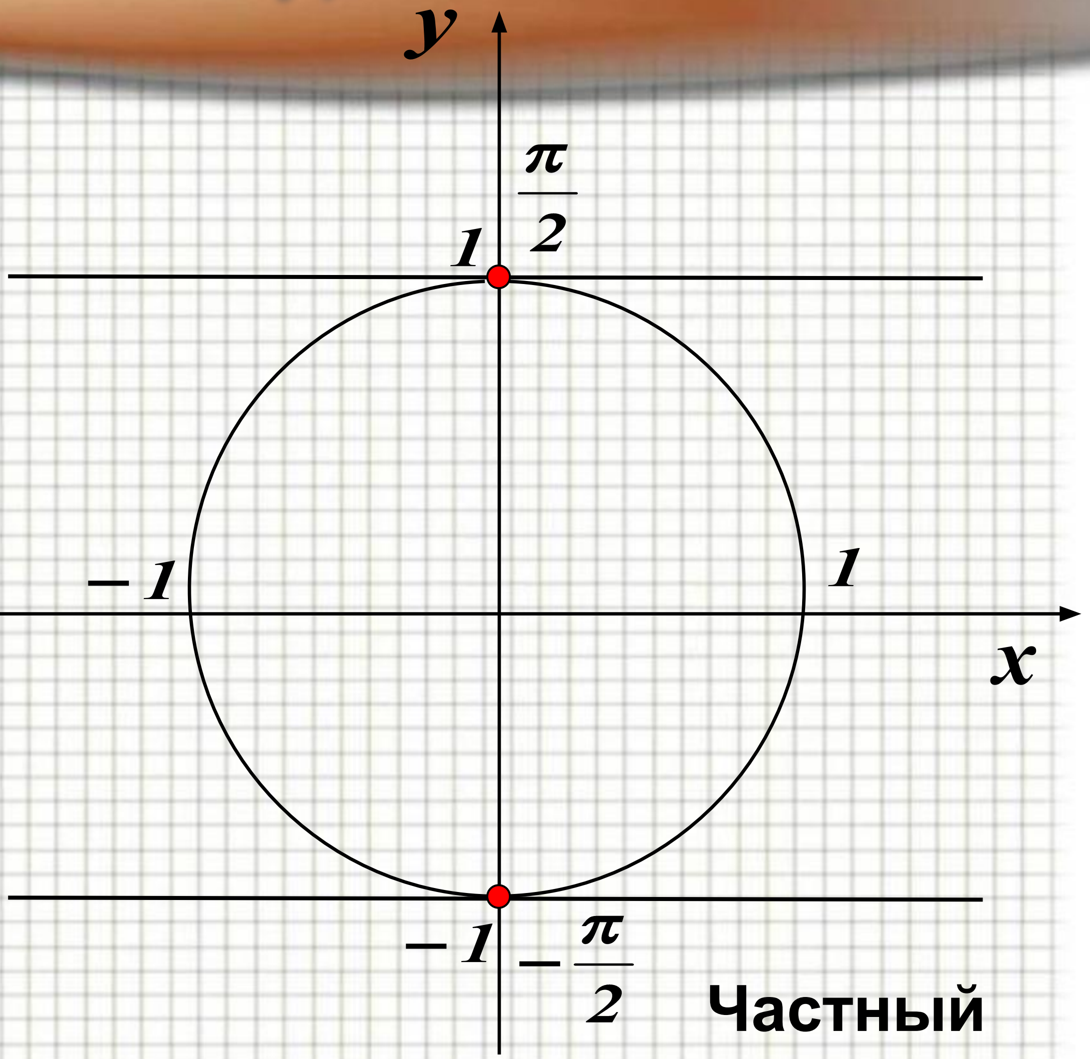


Арксинус и решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

2) IaI=1

sin t=1	**sin t=-1**
t=П/2+2Пk	**t=-П/2+2Пk**



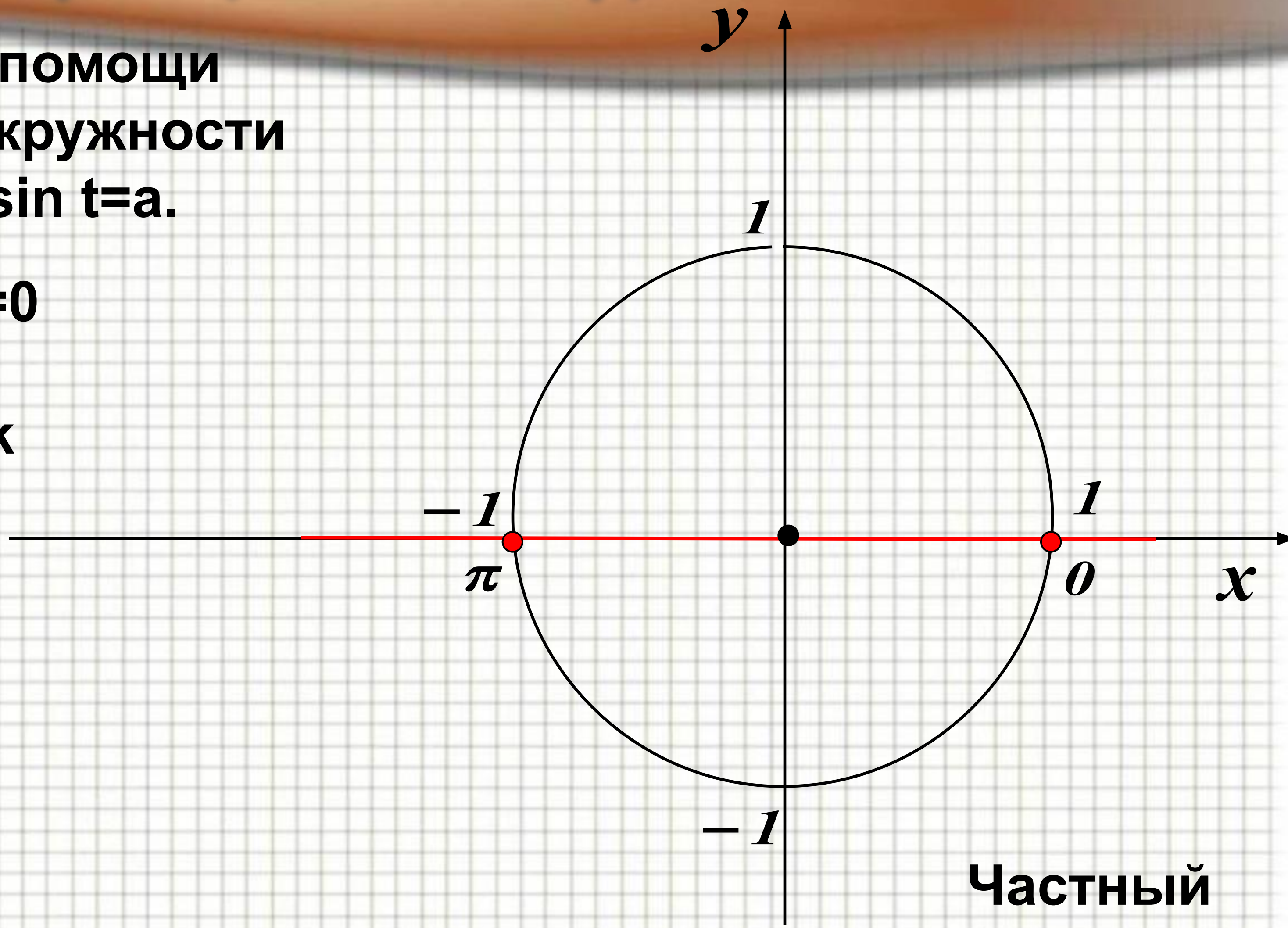
Частный случай.

Арксинус и решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

3) a=0

t=Пk

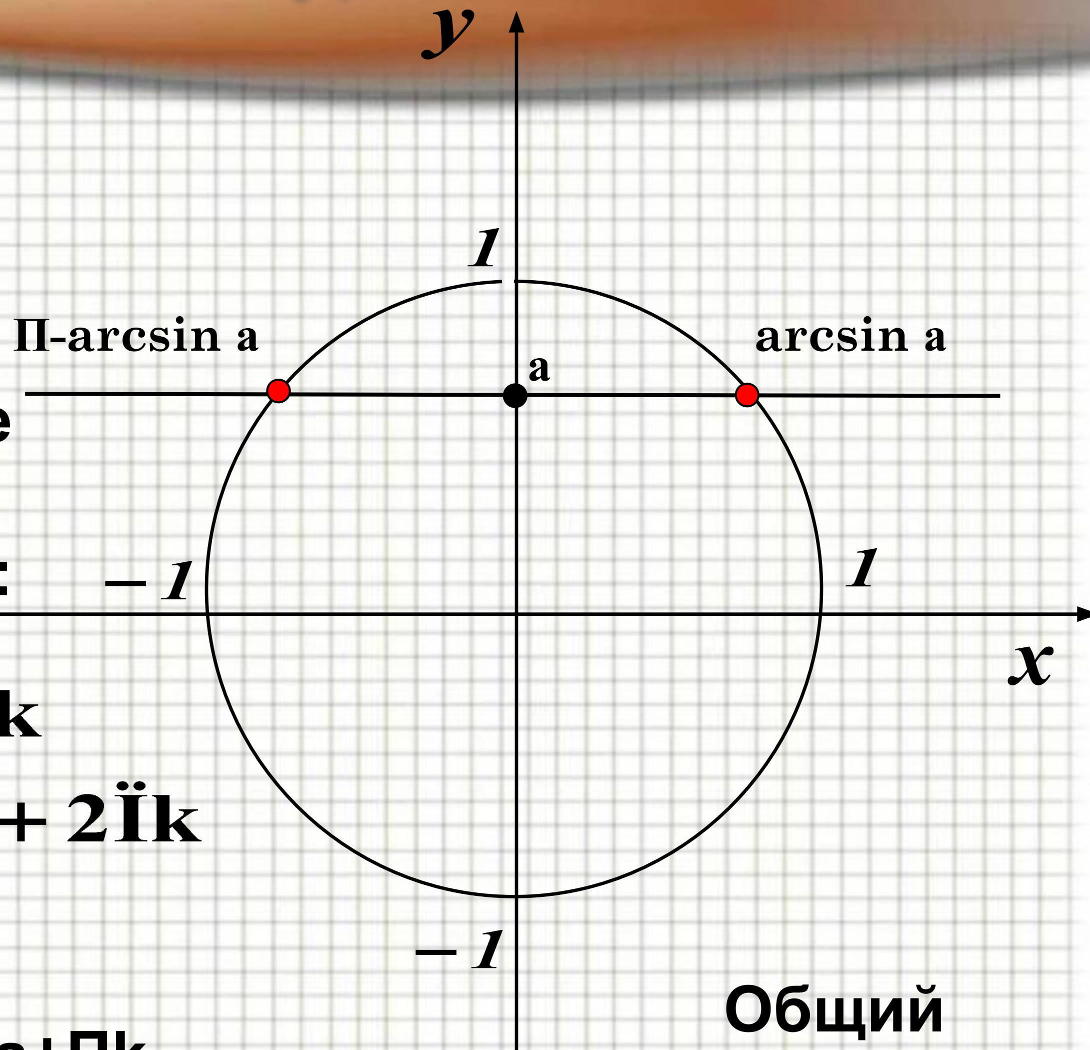


Частный случай.

Арксинус и решение уравнений sin t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение sin t=a.

4) IaI<1



Корни, симметричные относительно Оу могут быть записаны:

$$t = \left[\begin{array}{l} \arcsin a + 2\ddot{I}k \\ \ddot{I} - \arcsin a + 2\ddot{I}k \end{array}\right.$$

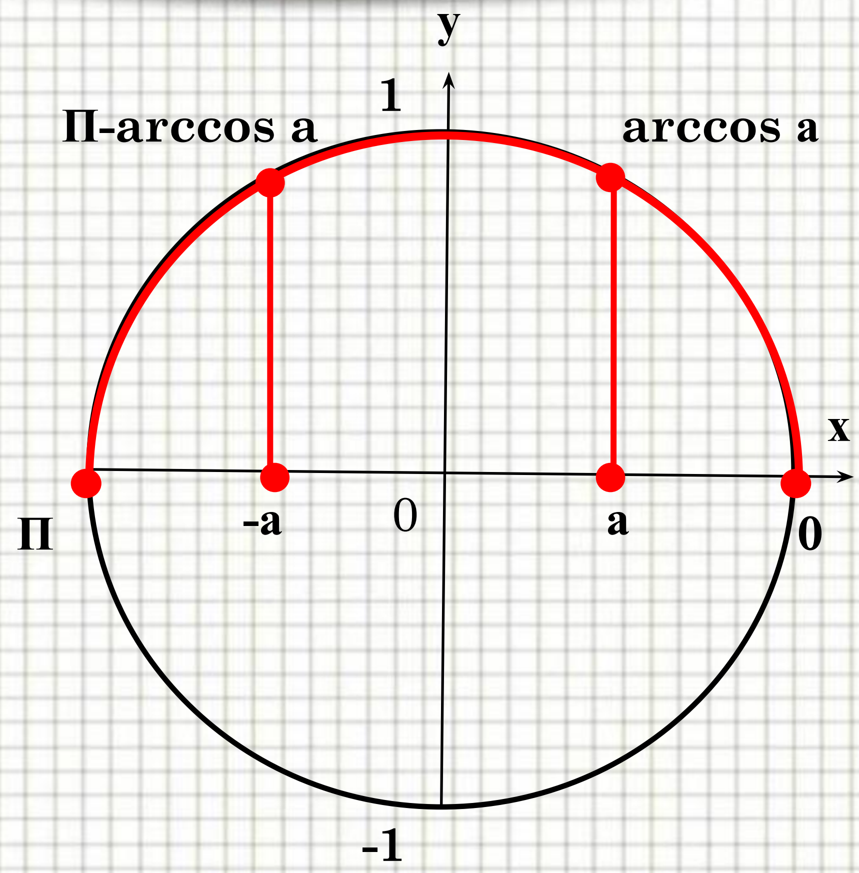
или

$t=(-1)^k\arcsin a+Пk$

Общий случай.

Арккосинус и решение уравнений cos t=a.

Арккосинусом числа *a* называют такое число из промежутка [0;П], косинус которого равен *a*



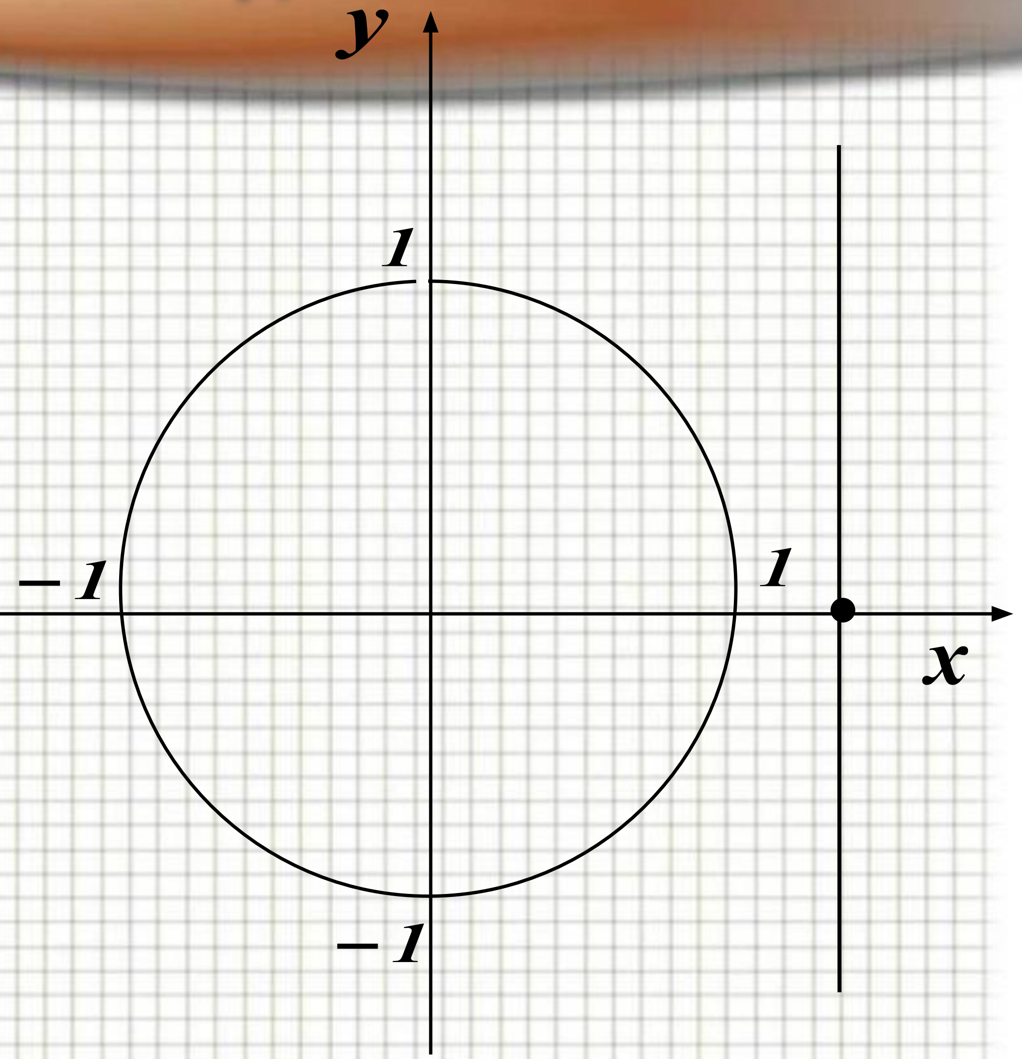
arccos (-a)=-П-arccos a

Арккосинус и решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

1) IaI>1

Нет точек пересечения с окружностью. Уравнение не имеет решений.



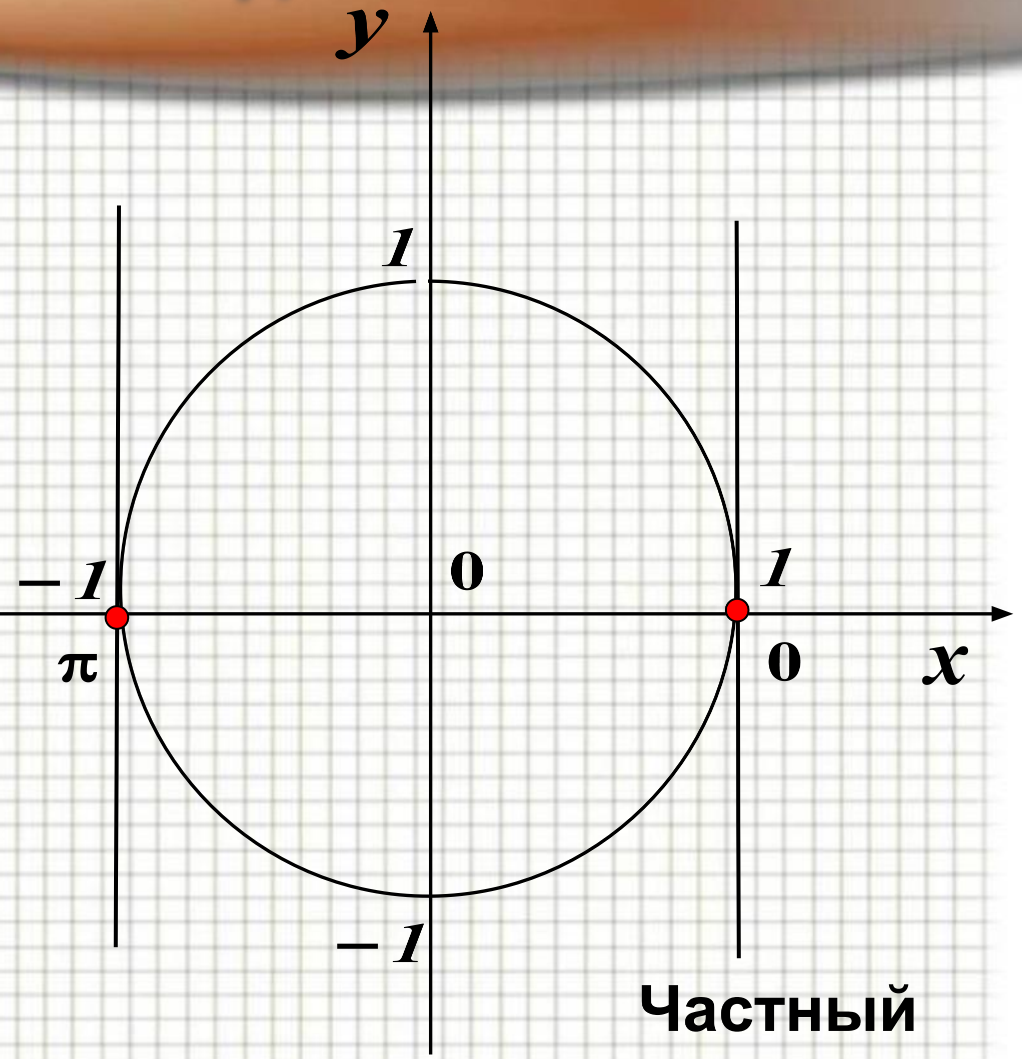
Арккосинус и решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

2) IaI=1

cos t=1
t=2Пk

cos t=-1
t=П+2Пk



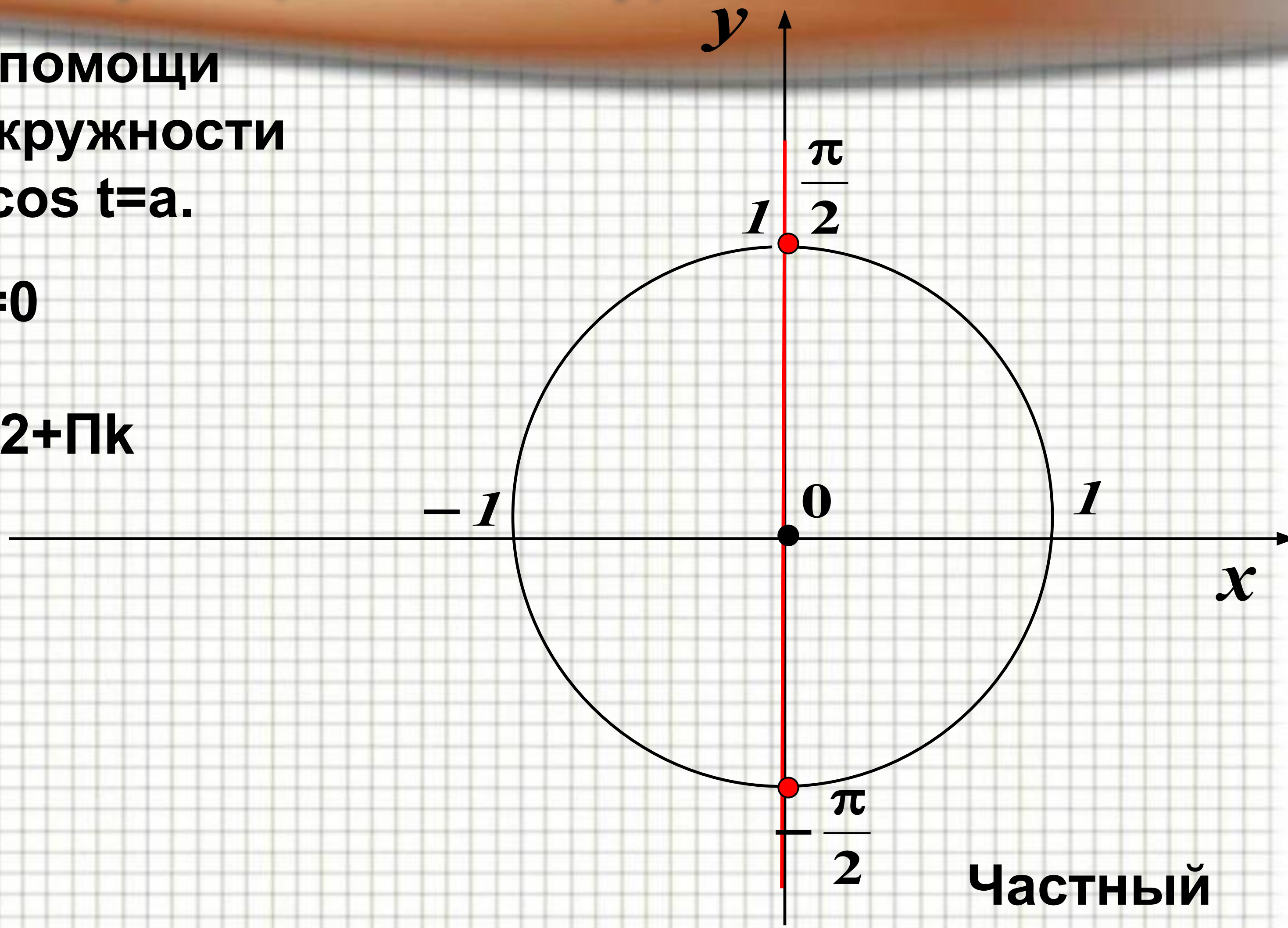
Частный случай.

Арккосинус и решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

3) a=0

t=П/2+Пk



Частный случай.

Арккосинус и решение уравнений cos t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

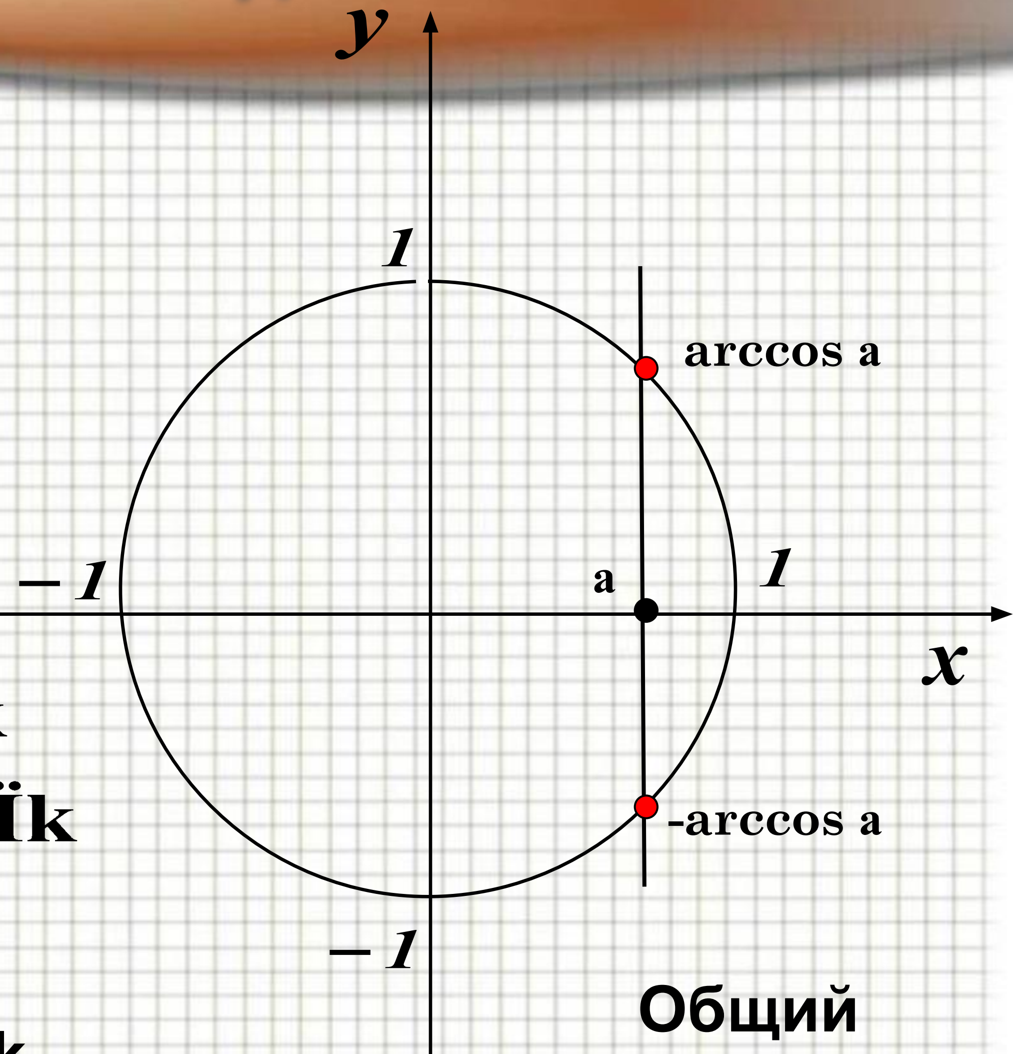
4) |a|<1

Корни, симметричные относительно Ox могут быть записаны:

$$t = \left[\begin{array}{l} \arccos a + 2\pi k \\ -\arccos a + 2\pi k \end{array}\right.$$

или

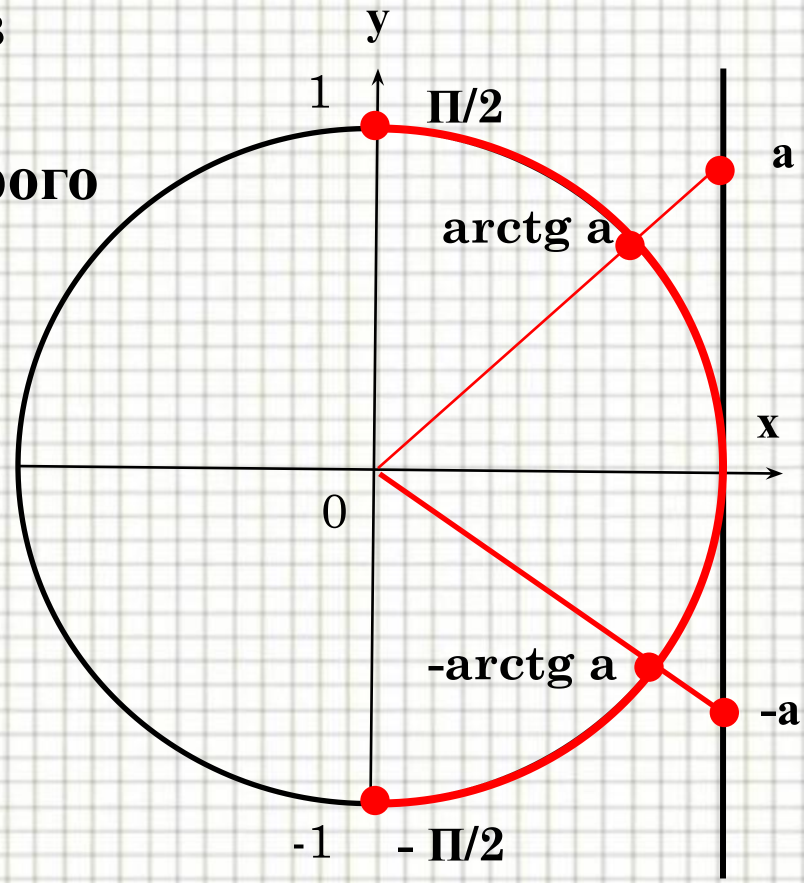
t=±arccos a+2Пk



Общий случай.

Арктангенс и решение уравнений tg t=a.

Арктангенсом числа а называют такое число из интервала (-П/2;П/2), тангенс которого равен а



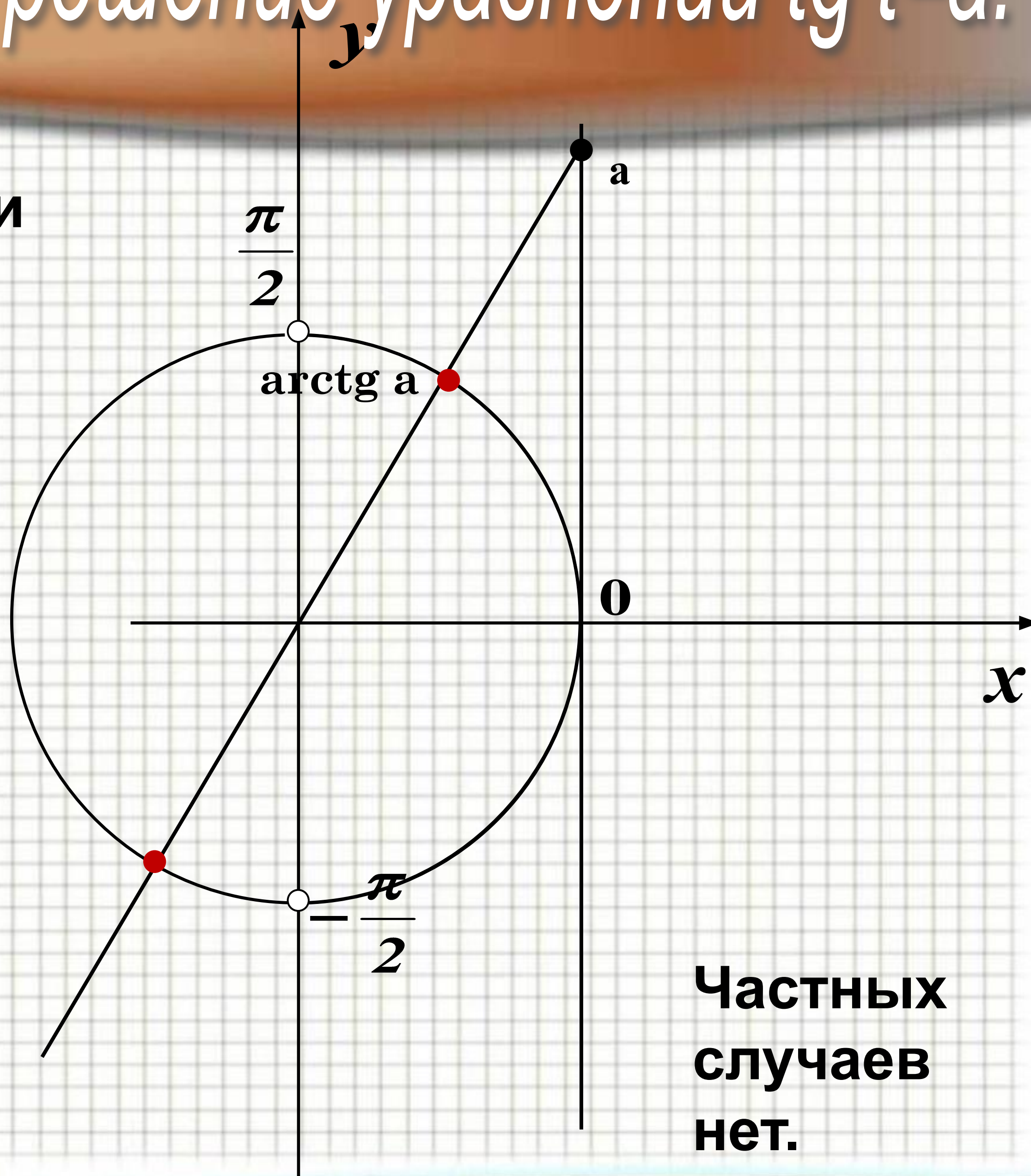
arctg (-a)=-arctg a

Арктангенс и решение уравнений tg t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение tg t=a.

a – любое число.

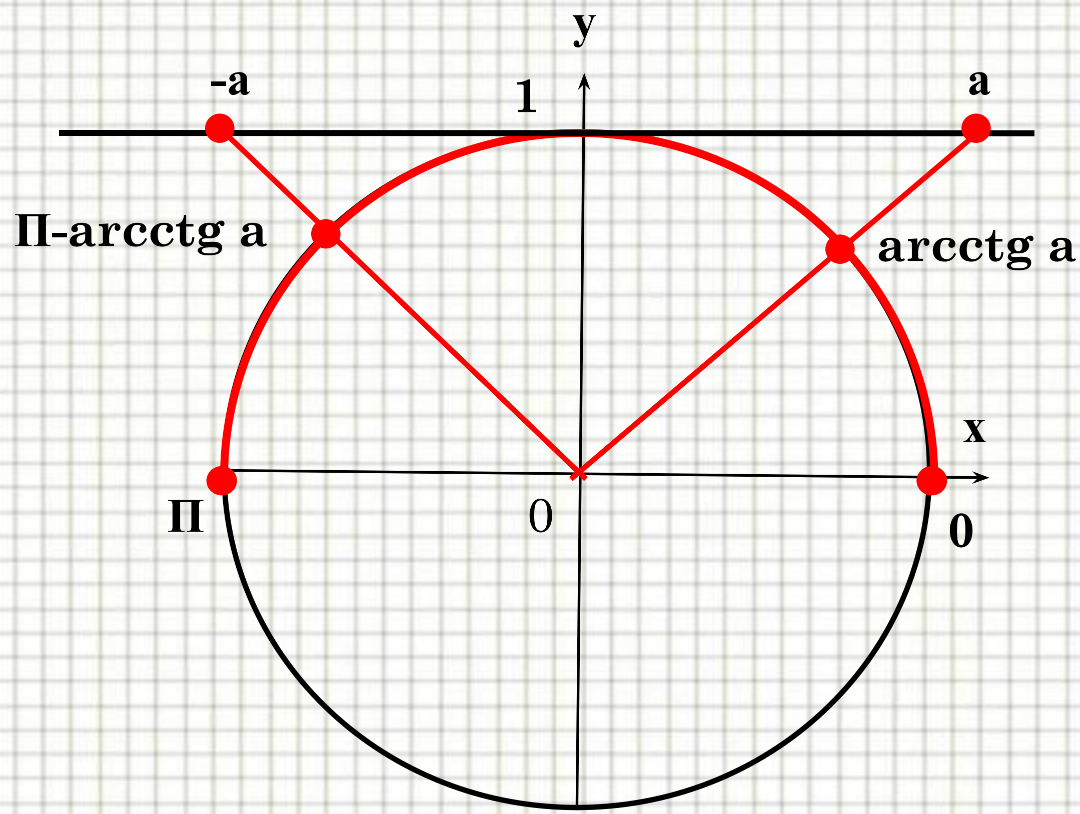
t=arctg a+Пk.



Частных случаев нет.

Арккотангенс и решение уравнений ctg t=a.

Арккотангенсом числа а называют такое число из интервала (0;П), котангенс которого равен а



arcctg (-a)=П-arcctg a

Арккотангенс и решение уравнений ctg t=a.

Решим при помощи числовой окружности уравнение ctg t=a.

a – любое число.

t=arcctg a+Пk.

Частных случаев нет.

Наша задача:

свести любое тригонометрическое уравнение к простейшему виду.

Примеры уравнений.

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t = \left(4x + \frac{3\pi}{2}\right)$ **, однако можно**

применить формулы приведения и упростить его.

$$-\cos 4x = 0$$

$$\cos \underset{t}{4x} = 0$$

Это частный вид уравнения cos t=a

a=0

$$\overset{t}{4x} = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Разделим обе части на 4.

О: $x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}$

Характерная ошибка

$$\cos 4x = 0$$

Учащиеся делят обе части на 4 и получают следующее:

$$\cos x = 0$$

Грубая ошибка.

Примеры уравнений.

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

Уравнение переносом слагаемого и делением обеих частей легко сводится к простейшему.

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

t

$$\cos 4x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$4x = \pm\arccos\frac{1}{\sqrt{2}} + 2\pi k$$

$$4x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

Разделим обе части на 4.

$$x = \pm\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$$

О: $x = \pm\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)=0$$

Уравнение уже имеет простейший вид $t=\left(\frac{\pi}{3}-3x\right)$

Это частный вид уравнения cos t=a
a=0

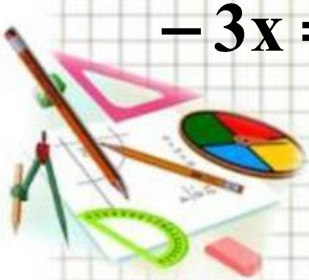
$$\frac{\pi}{3}-3x=\frac{\pi}{2}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3}+\pi k$$

$$-3x=\frac{\pi}{6}+\pi k \;\Big|\; \div(-3)$$

$$x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$$

О: $x=-\frac{\pi}{18}+\frac{\pi k}{3}$



Примеры уравнений.

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Уравнение уже имеет простейший

вид $t=\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$, однако,

можно использовать четность функции cos, применить формулы приведения и упростить его.

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2x=(-1)^k \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2}+\pi k$$

$$2x=(-1)^k \frac{\pi}{4}+\pi k \,\Big|\, \div 2$$

$$x=(-1)^k \frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$$

О: $x=(-1)^k \frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}$

Примеры уравнений.

$$\cos\left(5x+\frac{\pi}{3}\right)\cos x+\sin\left(5x+\frac{\pi}{3}\right)\sin x=\frac{1}{2}$$

Здесь уместно использовать формулу косинуса разности аргументов:

$$\cos\left(5x+\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{1}{2}$$

$$\cos\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$$

Теперь уравнение имеет простейший вид.

Решение удобнее разбить на два.

$$4x+\frac{\pi}{3}=\left[\begin{array}{l}\frac{\pi}{3}+2\pi k\\ -\frac{\pi}{3}+2\pi k\end{array}\right.$$

$$4x=\left[\begin{array}{l}2\pi k\\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi k\end{array}\right. \quad \Big|\div 4$$

$$x=\left[\begin{array}{l}\frac{\pi k}{2}\\ -\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{6}\end{array}\right.$$

О: $x=\left[\begin{array}{l}\frac{\pi k}{2}\\ -\frac{\pi}{6}+\frac{\pi k}{6}\end{array}\right.$

Потренируйся.

1 вариант

$$\sqrt{2}\cos 4x - 1 = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right) = \frac{1}{2}$$

$$-2\cos x = 0$$

$$-\sqrt{3}\operatorname{ctg}\frac{x}{4} = 3$$

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\cos x + \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)\sin x = \frac{1}{2}$$

2 вариант

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(4x + \frac{3\pi}{2}\right) = 0$$

$$\cos(-x) = -1$$

$$\sqrt{3}\operatorname{tg}\frac{x}{2} = 1$$

$$\cos\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)\cos x + \sin\left(5x + \frac{\pi}{3}\right)\sin x = \frac{1}{2}$$

Спасибо за то, что стараешься!