

Муниципальное  
общеобразовательное учреждение  
«Гимназия»

# Логарифмы

Проект  
ученика 11  
класса

Говорова  
Руководитель  
Ивана  
проекта

Буравцова Н.И.

Ефремов  
2009

# Цели проекта:

- обеспечить компьютерную поддержку изучения свойств логарифмов и их применения в ходе преобразования выражений, содержащих логарифмы;
- познакомить учащихся с проявлением и применением

# Определение логарифма

Логарифмом положительного числа  $b$  по положительному и отличному от 1 основанию  $a$  называют показатель степени, в которую нужно возвести число  $a$ , чтобы получить число  $b$ .

Основное

логарифмическое

$$a^{\log_a b} = b$$

# Десятичные логарифмы

Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 10000 = 4$$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg 0,01 = -2$$

$$\lg 0,001 = -3$$

$$\lg 0,0001 = -4$$

# Натуральные

Если основание логарифма  $e$ , то логарифм называется натуральным:

$$\log_e b = \ln b, \quad e \approx 2,7$$

положительны

$a > 0, a \neq 1$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a a^c = c$$

$$\log_a b^r = r \log_a b \quad \log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c \quad \log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a a^c = c \quad \log_a a^c = c$$

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c \quad \log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z}) \quad \log_a x^{2n} = 2n \log_a |x|, (n \in \mathbb{Z})$$

$$\log_a b = \log_{a^r} b^r \log_a b = \log_{a^r} b^r$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

# Пример:

Вычислите:

$$1) \frac{\lg 8 + \lg 18}{2 \lg 2 + \lg 3} = \frac{\lg (8 * 18)}{\lg (2^2 * 3)} = \frac{\lg 144}{\lg 12} = \frac{\lg 12^2}{\lg 12} = 2$$

$$2) \log_2 11 - \log_2 44 = \log_2 \frac{11}{44} = \log_2 \frac{1}{4} = -2$$

# Логарифмирование алгебраических выражений

Если число  $X$  представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.

# Потенцирование логарифмических выражений

Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется потенцированием, то есть, произвести действие, обратное логарифмированию.



# Пример:

*Найти x,*

если  $\log_7 x = 2 \log_7 5 + \frac{1}{2} \log_7 36 - \frac{1}{3} \log_7 125$

*Решение:*

$$\log_7 x = 2 \log_7 5 + \log_7 6 - \log_7 5$$

$$\log_7 x = \log_7 5 + \log_7 6$$

$$\log_7 x = \log_7 30$$

$$x = 30$$

# Частоту любого звука можно выразить формулой

$$N_{pt} = n \cdot 2^m \left( \sqrt[12]{2} \right)^p$$

Ноте «до» соответствует частота, равная  $n$  колебаниям в секунду.

В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.

Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать  $2n$  колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы -  $n \cdot 2^m$  колебания в секунду и т.д.

Обозначим все ноты хроматической гаммы номерами  $p$ .

Логарифмируя эту формулу, получаем

$$\lg N_{pt} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{\lg^2}{12},$$

$$\lg N_{pt} = \lg n + \left( m + \frac{p}{12} \right) \lg 2.$$

Принимая частоту самого низкого «до» за единицу  $n=1$  и приводя логарифмы к основанию 2, имеем

$$\log_2 N_{pt} = m + \frac{p}{12}.$$

# Свойства монотонности логарифмов

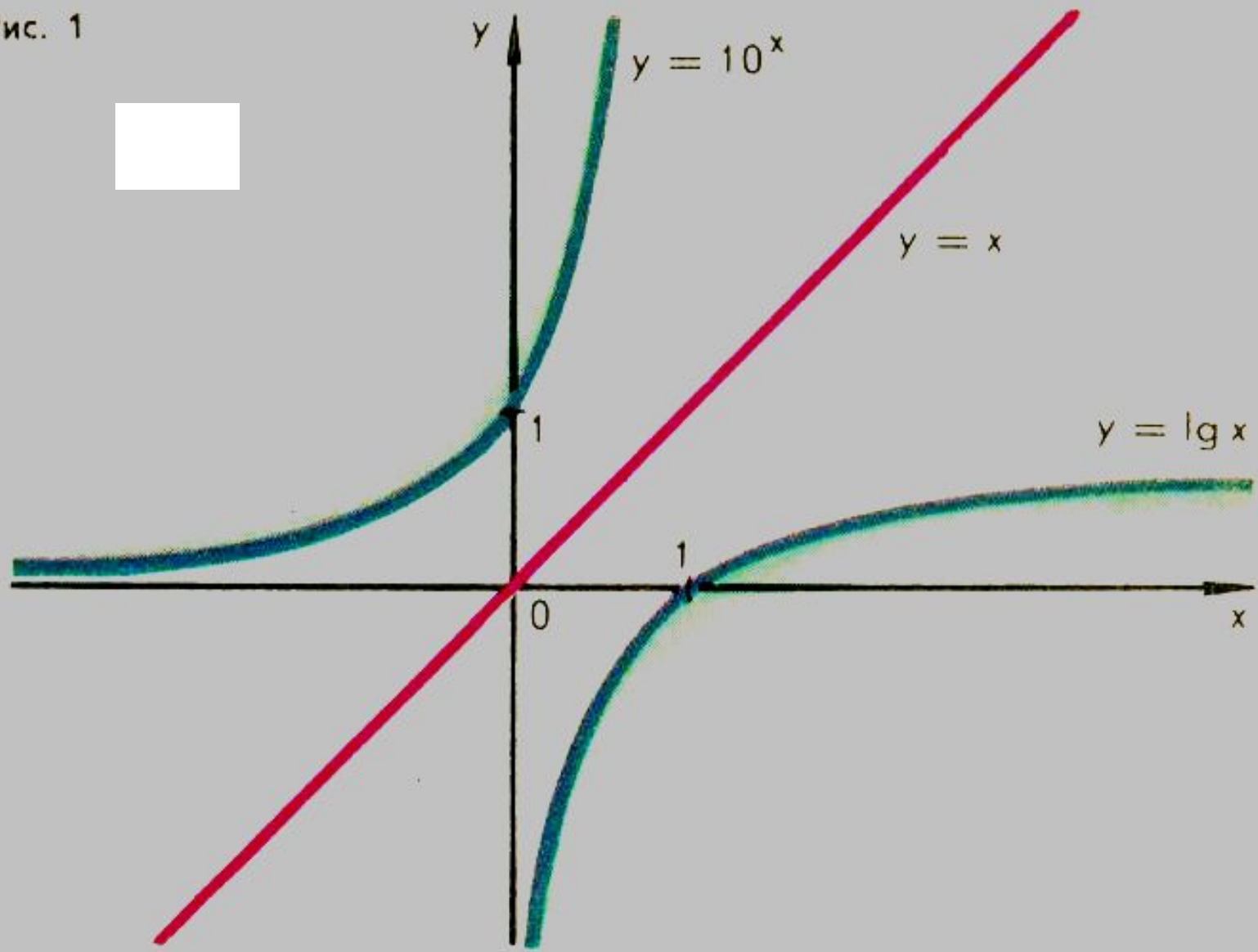
Если  $a > 1$  и  $b > c$ , то  $\log_a b > \log_a c$

Если  $0 < a < 1$  и  $b > c$ , то  $\log_a b < \log_a c$

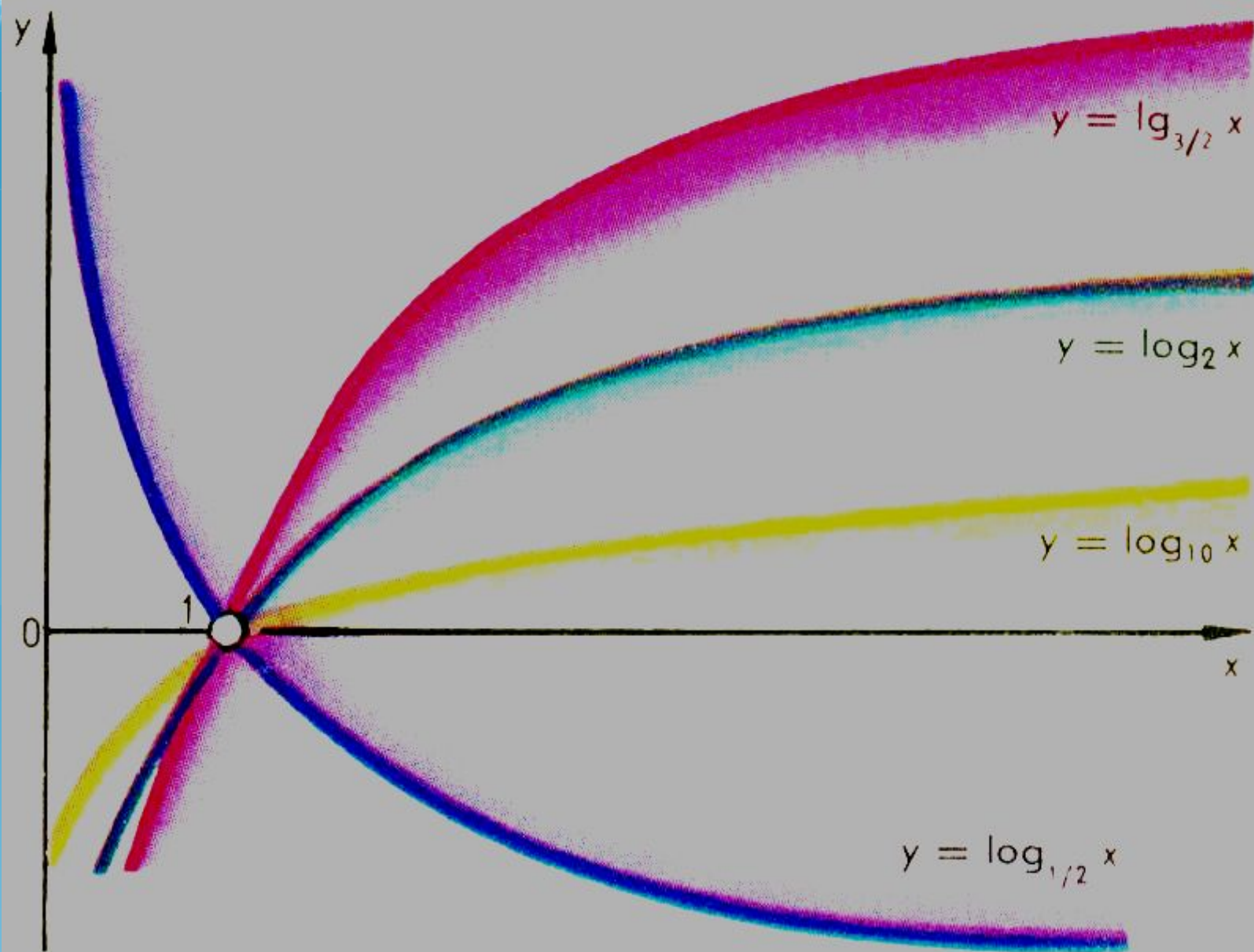


$$y = \log_a x, \quad x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$

рис. 1







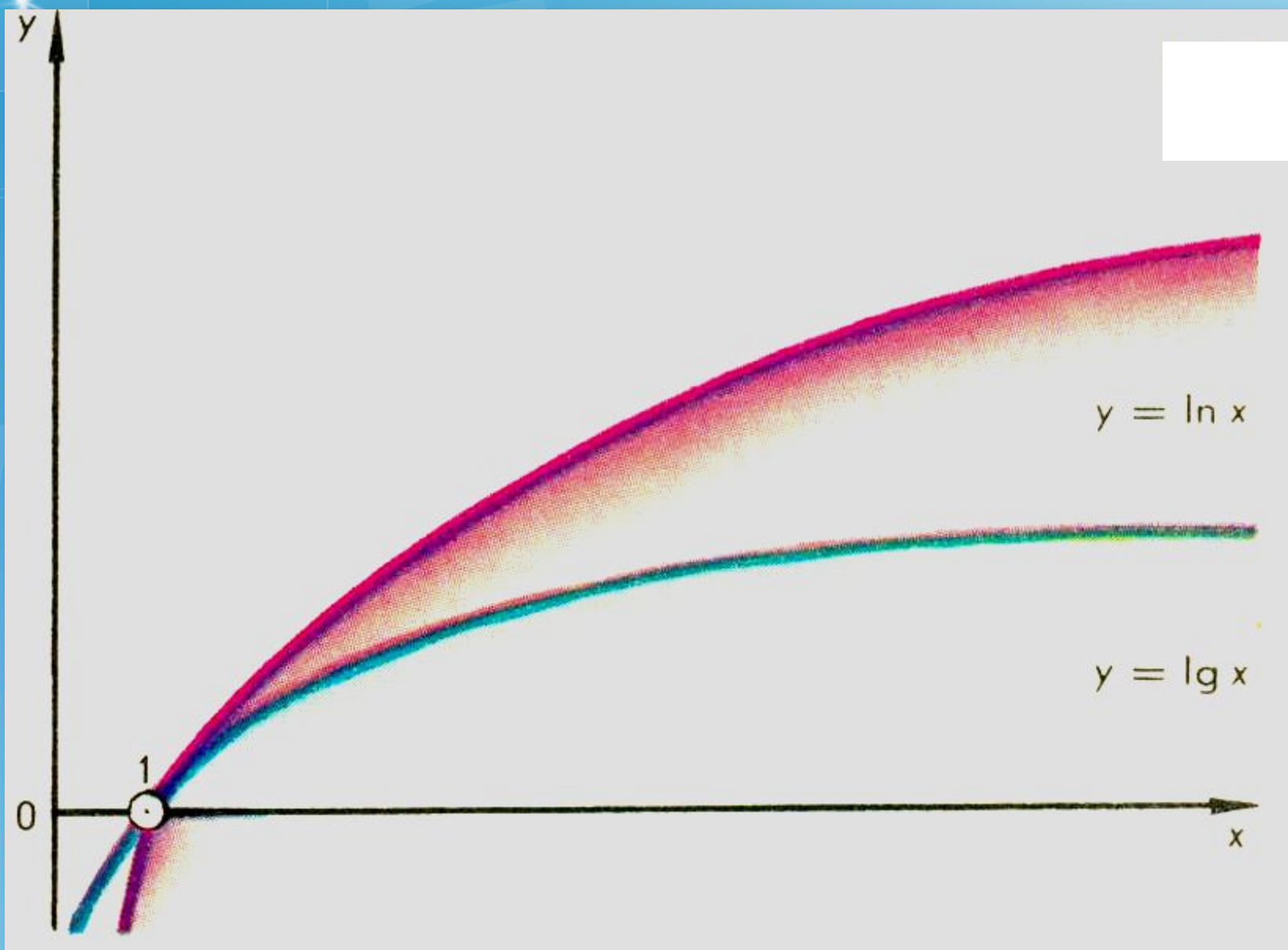
$$y = \lg_{3/2} x$$

$$y = \log_2 x$$

$$y = \log_{10} x$$

$$y = \log_{1/2} x$$





$$y = \ln x$$

$$y = \lg x$$

# Джон Непер



(1550 г.— 4 апреля 1617г.)

Шотландский математик - изобретатель логарифмов.

В 1590-х годах пришел к идее логарифмических вычислений и составил первые таблицы логарифмов, однако свой знаменитый труд “Описание удивительных таблиц логарифмов” опубликовал лишь в 1614 году.

Ему принадлежит определение логарифмов, объяснение их свойств, таблицы логарифмов синусов, косинусов, тангенсов и приложения логарифмов в сферической тригонометрии.

# Логарифмы в музыке

*Даже изящные искусства питаются ею  
Разве музыкальная гамма не есть -  
Набор передовых логарифмов?*

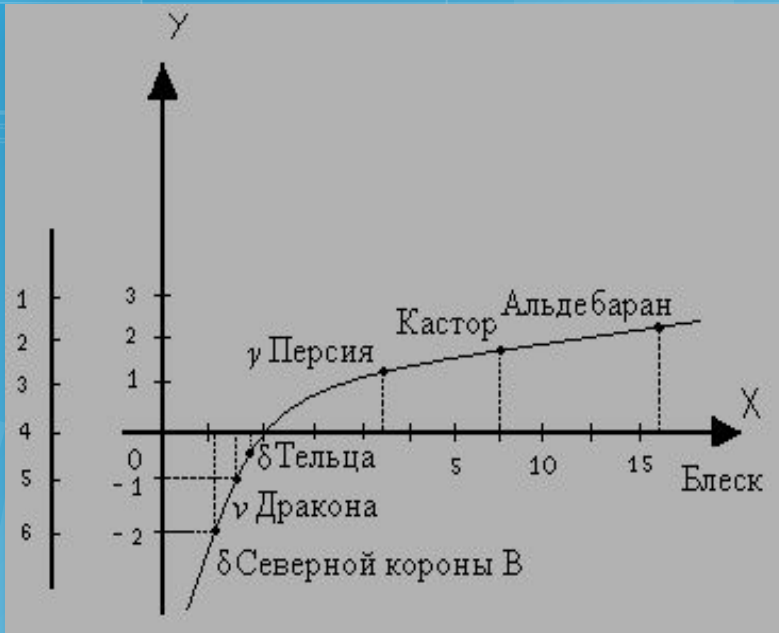
Из «Оды экспоненте»



А.А. Эйхенвальд



# Звезды, шум и логарифмы



По вертикальной оси отложим блеск звезд в единицах Гиппарха (распределение звезд по субъективным характеристикам (на глаз) на 6 групп), а на горизонтальной - показания приборов.

По графику видно, что объективные и субъективные характеристики не пропорциональны, а прибор регистрирует возрастание блеска не на одну и ту же величину, а в 2,5 раза. Эта зависимость выражается логарифмической функцией.





# Логарифм



**Единица измерения децибел** используется в звуковой технике.

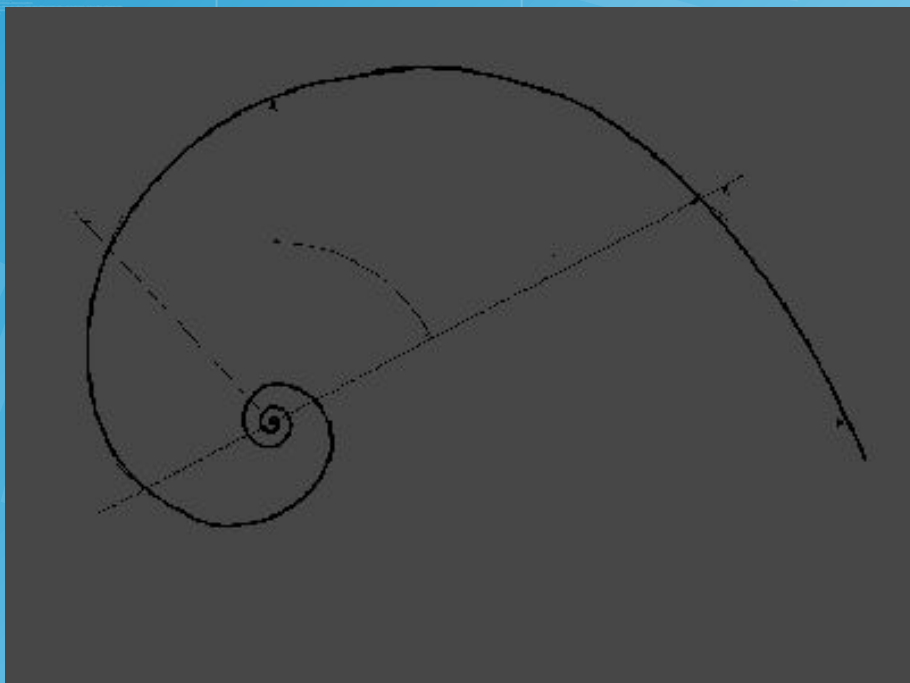
Связано это с тем, что мы реагируем не на абсолютные, а на относительные изменения уровня какого-либо воздействия, в том числе и звукового.

Если сила звука (интенсивность,  $I$ , Вт/м<sup>2</sup>) изменится в 10 раз, то субъективное ощущение громкости — всего лишь на одну ступеньку, при 100-кратном увеличении силы звука — на две ( $\lg 100 = 2$ ), при 1000-кратном — на три ( $\lg 1000 = 3$ ). Поэтому увеличение или уменьшение силы звука принято измерять в логарифмических единицах и каждое десятикратное изменение силы звука оценивается единицей, называемой **Бел (Б)**.

На практике используется в основном **единица, равная десятой части Бела - децибел.**

Значение в децибелах равно десяти десятичным логарифмам отношения интенсивностей двух сигналов.

# Логарифмическая спираль



На рисунке видно, что эта спираль пересекает все прямые, проходящие через полюс под одним и тем же углом.



Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. А такой рост может совершаться лишь по логарифмической спирали или ее аналогиям. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, закручены по логарифмической спирали.





**Рога таких животных, как архары, закручены по логарифмической спирали.**

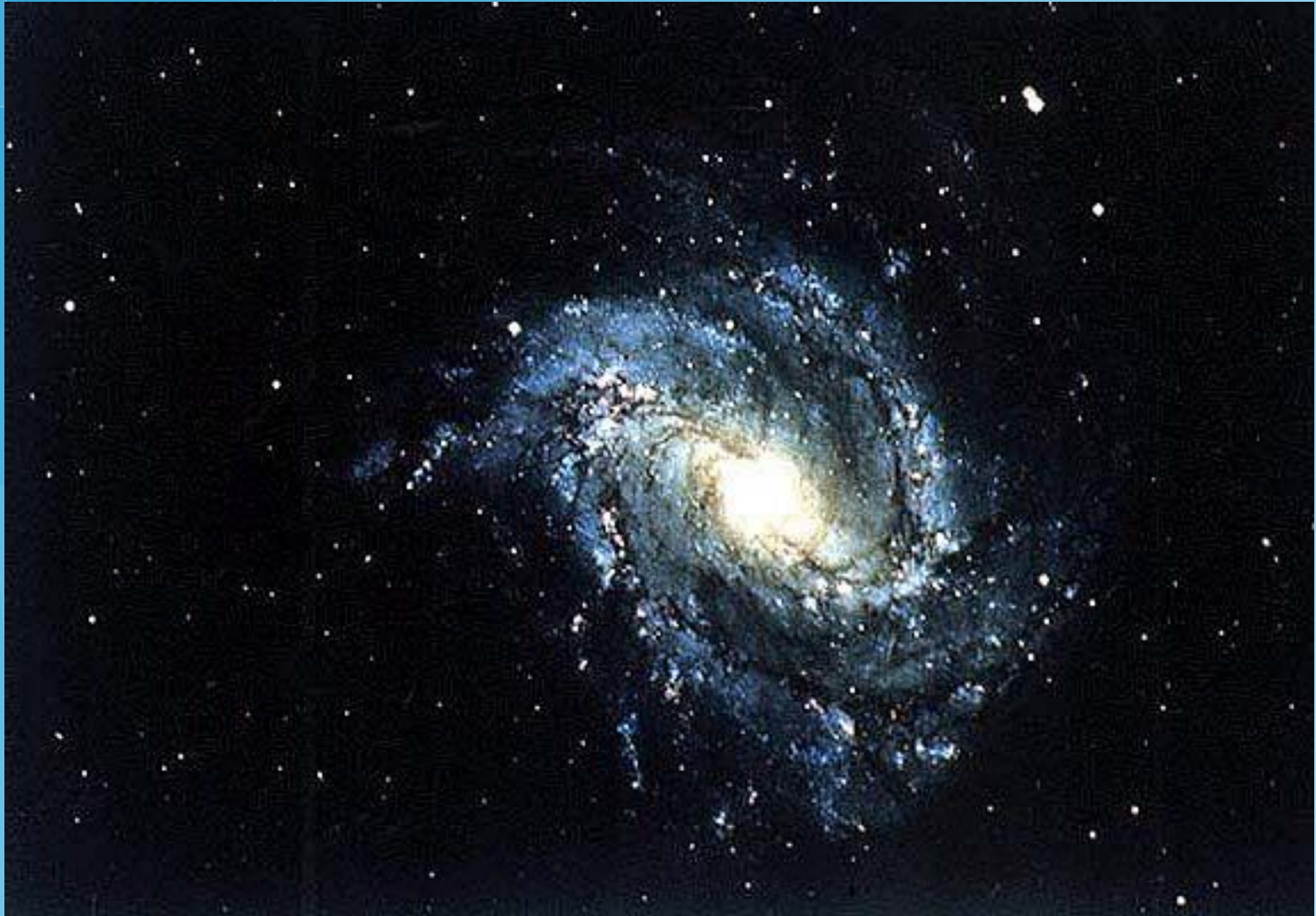


**В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к логарифмической спирали**





**По логарифмической спирали  
формируется и тело циклона**



**По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в частности – Галактика Солнечной системы.**







Автор идеи

Говоров Иван

Эксперт

Буравцова Надежда

Ивановна