

Тригонометрические функции. Синус.

Урок в 11 классе

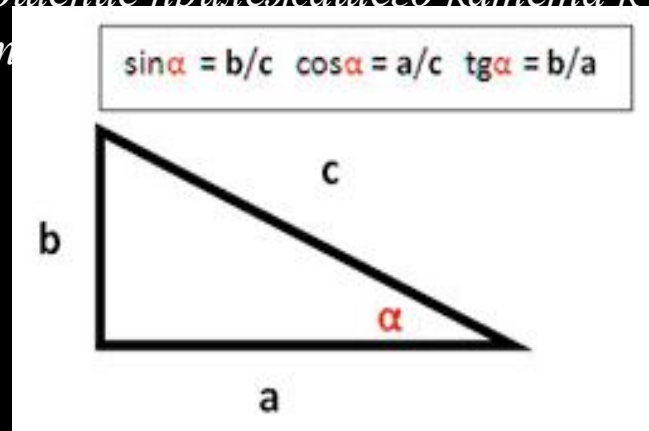
Определение синуса и косинуса острого угла прямоугольного треугольника

Синус и косинус угла задаётся на основе соотношений в прямоугольном треугольнике.

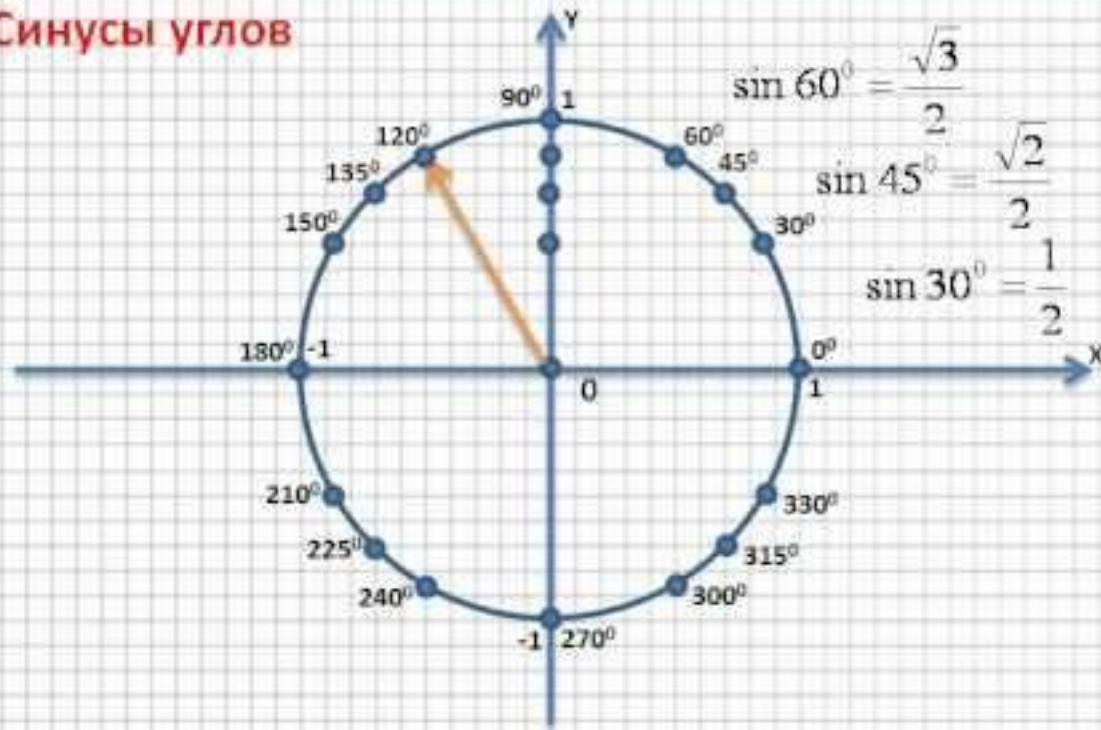
- Синус угла определяется как отношение противолежащего, к данному углу, катета к гипотенузе
- Косинус это как отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Чтобы не запутаться что используется с чем, можно использовать следующую ассоциацию:

Косинус – косяк – дверь – дверь приложена (прилежащий катет) к косяку. Т.е. Косинус угла это отношение прилежащего катета к гипотенузе. Ну а противолежащий дост



Синусы углов



Вспомни синусы некоторых углов. Посмотри фильм.

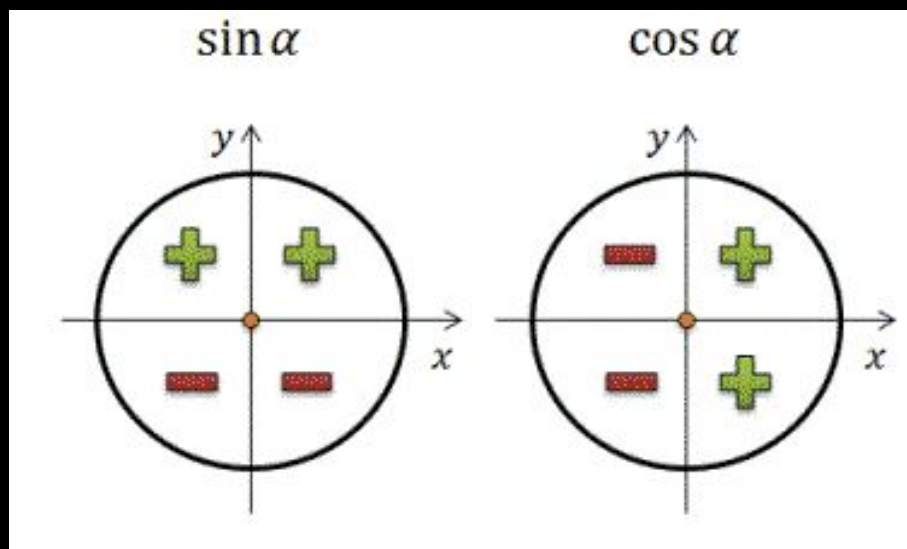
Знаки синуса по четвертям

Для нахождения значений и знака **синуса** на единичной окружности используется ордината или ось Y , **косинуса** – абсцисса или ось X .

Для их запоминания используется следующая запоминалка:

Синус - синий – синее небо. На синее небо, вверх, указывает ось Y .

Значит ось X достаётся косинусу.



Свойства функции синус

Областью определения функции синус является множество всех действительных чисел, т. е.

$$D(y) = \mathbb{R}.$$

Каждому действительному числу x соответствует единственная точка единичной окружности P_x , получаемая поворотом точки $P_0(1; 0)$ на угол, равный x радиан. Точка P_x имеет ординату, равную $\sin x$. Следовательно, для любого x определено значение функции синус.

Свойства функции синус

2. Множеством значений функции синус является промежуток $[-1; 1]$, т. е. $E(y) = [-1; 1]$

Это следует из определения синуса: ордината любой точки единичной окружности удовлетворяет условию

$$-1 \leq y \leq 1$$

Свойства функции синус

3. Функция синус является нечетной, т. е. для любого $x \in \mathbb{R}$ выполняется равенство $\sin(-x) = -\sin x$

Пусть точка P_x получена при повороте точки P_0 на x радиан, а точка P_{-x} получена при повороте точки P_0 на $-x$ радиан.

Треугольник $OP_x P_{-x}$ является равнобедренным; ON — биссектриса угла

$\angle P_x O P_{-x}$, значит, ON является медианой и высотой, проведенной к стороне

$P_x P_{-x}$. Следовательно, $P_x N = P_{-x} N$, т. е. ординаты точек P_x и P_{-x}

одинаковы по модулю и противоположны по знаку. Это означает, что $\sin(-x) = -\sin x$.

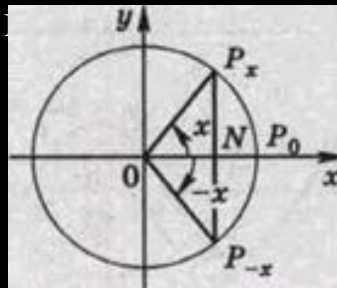
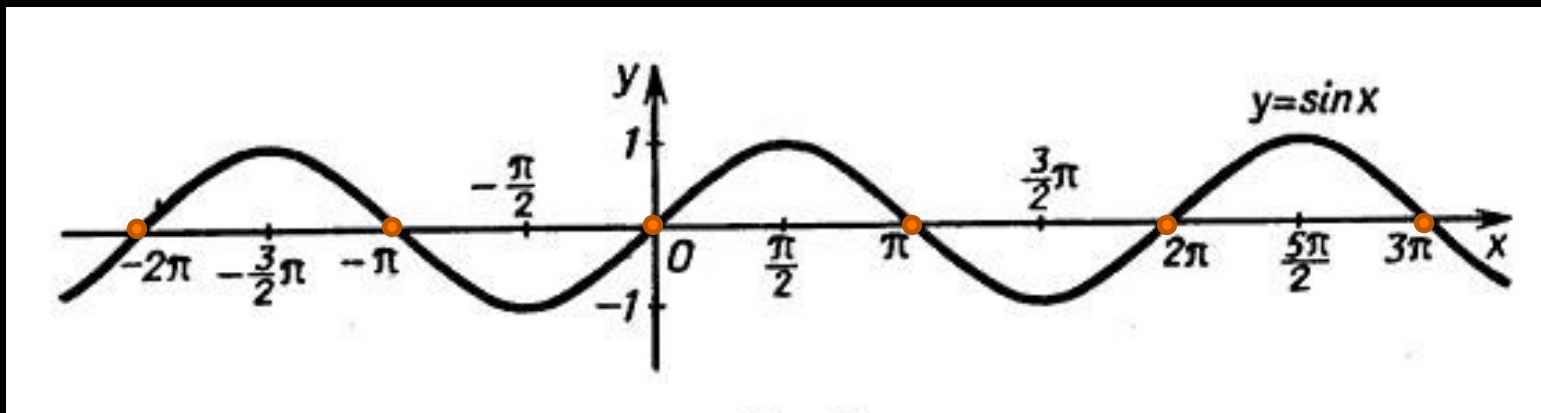


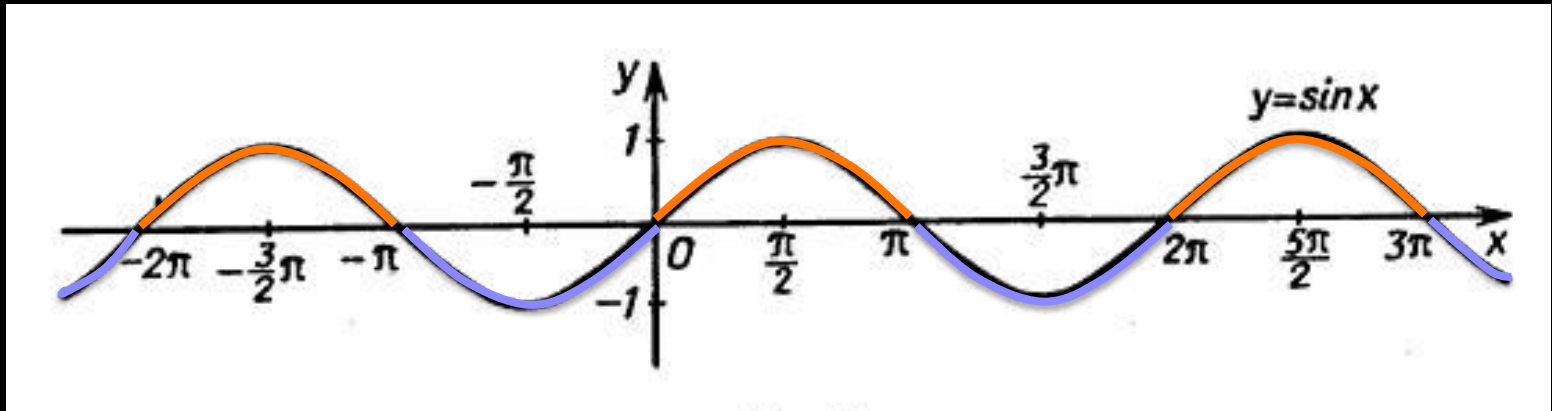
График функции синус



Нули функции:

$$\sin x = 0 \text{ при } x = \pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

График функции синус

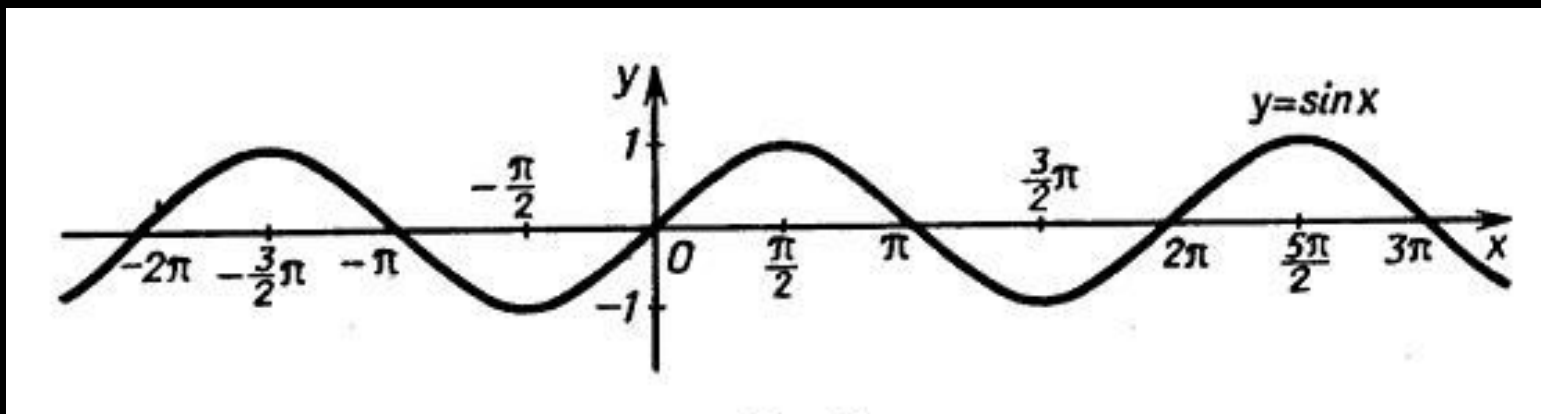


Интервалы знакопостоянства:

$$\sin x > 0 \text{ при } x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x < 0 \text{ при } x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

График функции синус



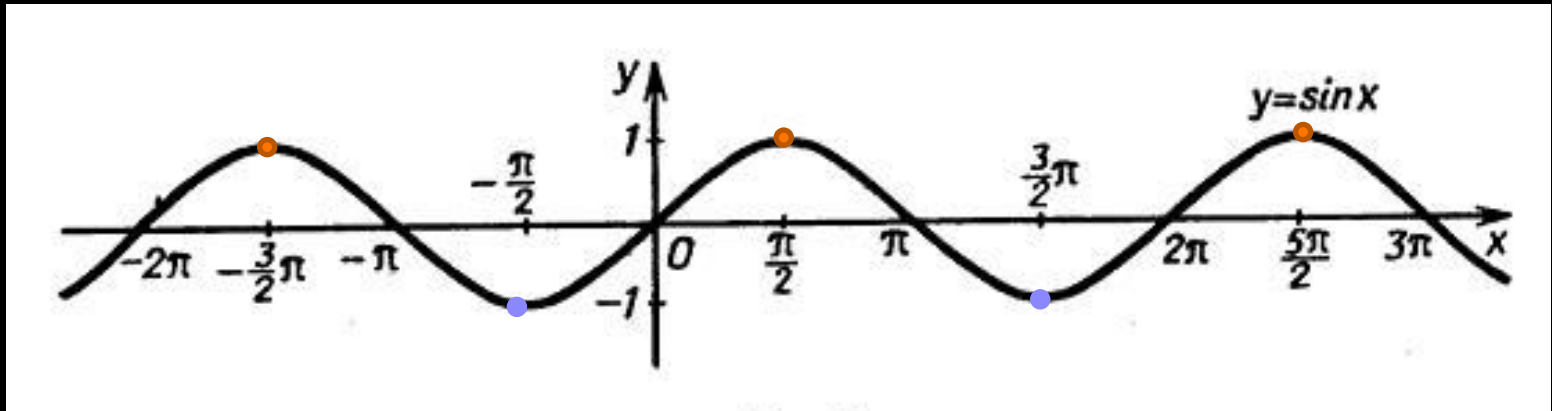
Синус возрастает на отрезках:

$$\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right], \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

Синус убывает на отрезках:

$$\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right], \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

График функции синус



Синус принимает наибольшее значение, равное 1

$$\text{при } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$

Синус принимает наименьшее значение, равное -1

$$\text{при } x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \text{ где } n \in \mathbb{Z}$$