

Решение задач по механике с использованием тригонометрии

Для профильного физико-
математического 10 класса

Пихтовникова С.А., учитель математики,
Бурлаков А.Д., учитель физики.



Наука начинается тогда,
когда начинают считать.

Д.И.Менделеев

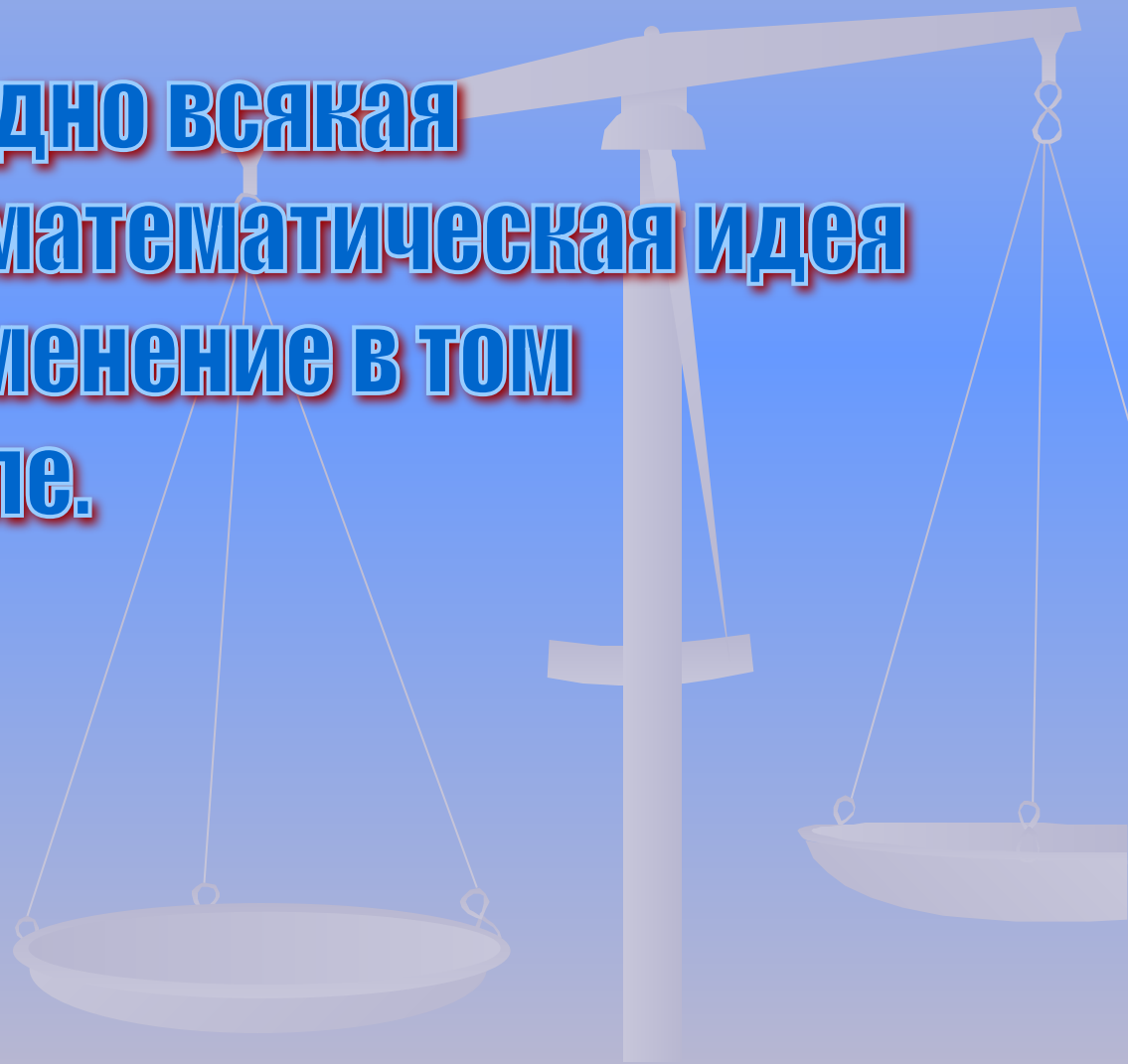


**Слеп физик без математики.
М.В.Ломоносов**



**Рано или поздно всякая
правильная математическая идея
находит применение в том
или ином деле.**

А.Н.Крылов



Устно:

- Уравнение скорости:

$$v_x(t) = v_{ox} + a_x \cdot t$$

- Перемещение при равноускоренном движении:

$$S_x = v_{ox} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}$$

- Тело брошено под углом α к горизонту.

Дальность полета, высота полета:

(дальность) $l = x(t) = v_0 \cos \alpha \cdot t$

(высота) $h = y(t) = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$

- Формула для нахождения силы трения:

$$F_{Tp} = \mu \cdot N$$

- Закон сохранения импульса:

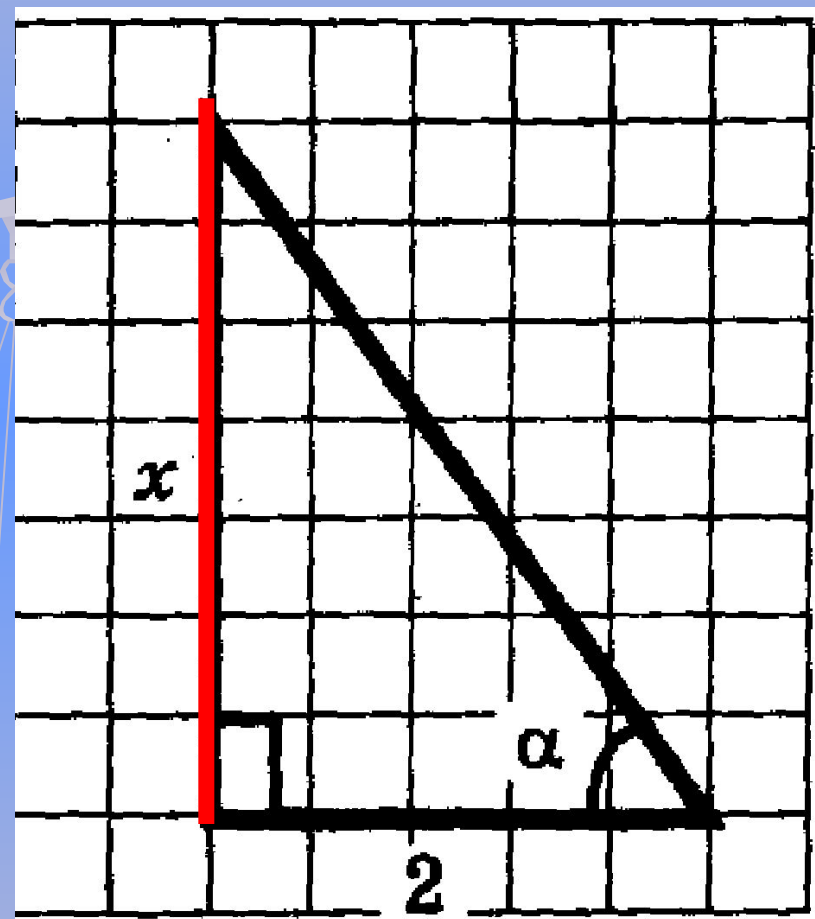
$$m_1 \cdot \overset{\boxtimes}{v}_1 + m_2 \overset{\boxtimes}{v}_2 = m_1 \overset{\boxtimes}{v}'_1 + m_2 \overset{\boxtimes}{v}'_2$$

- Закон сохранения механической энергии (без учета трения)

$$E_{k_0} + E_{n_0} = E_k + E_n$$

Найдите сторону x прямоугольного треугольника, изображенного на данном рисунке:

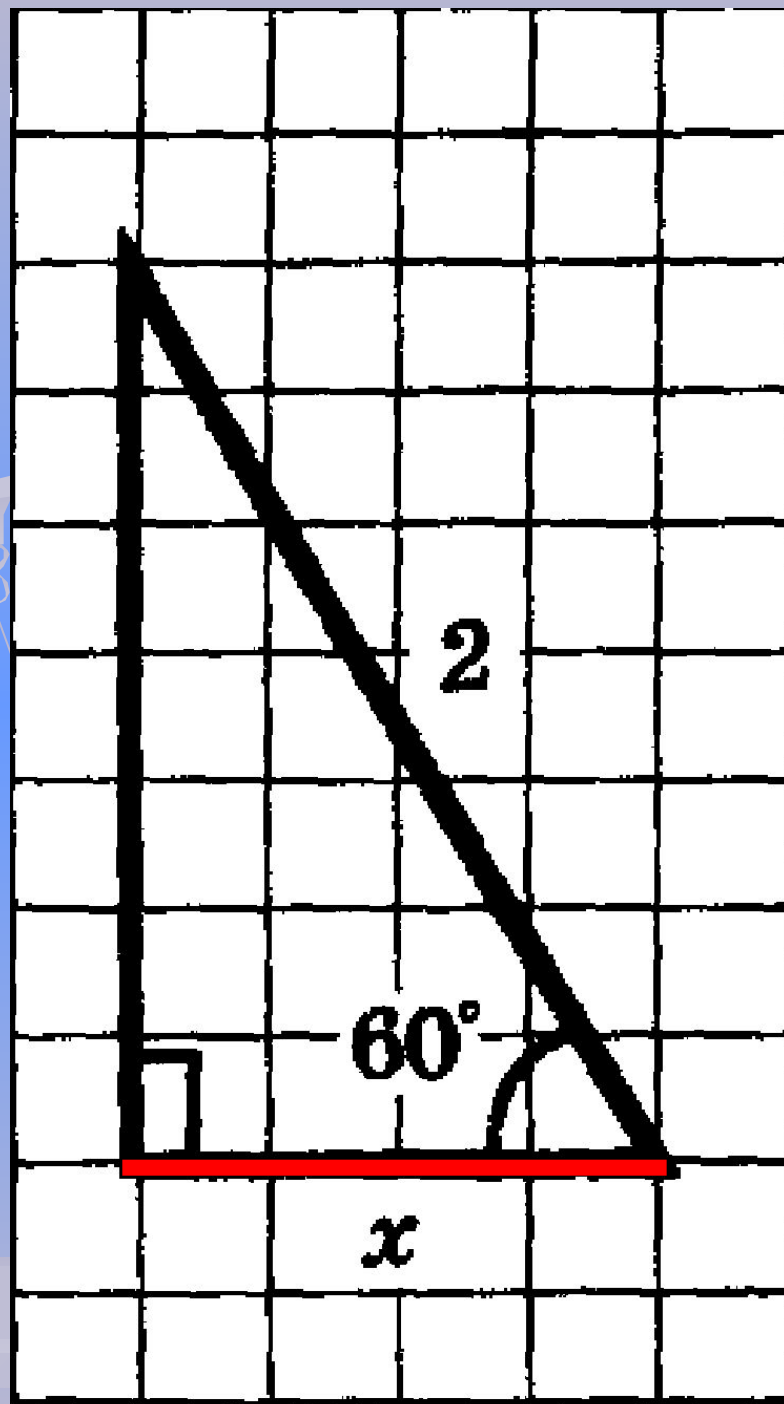
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{2}, x = 2 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$



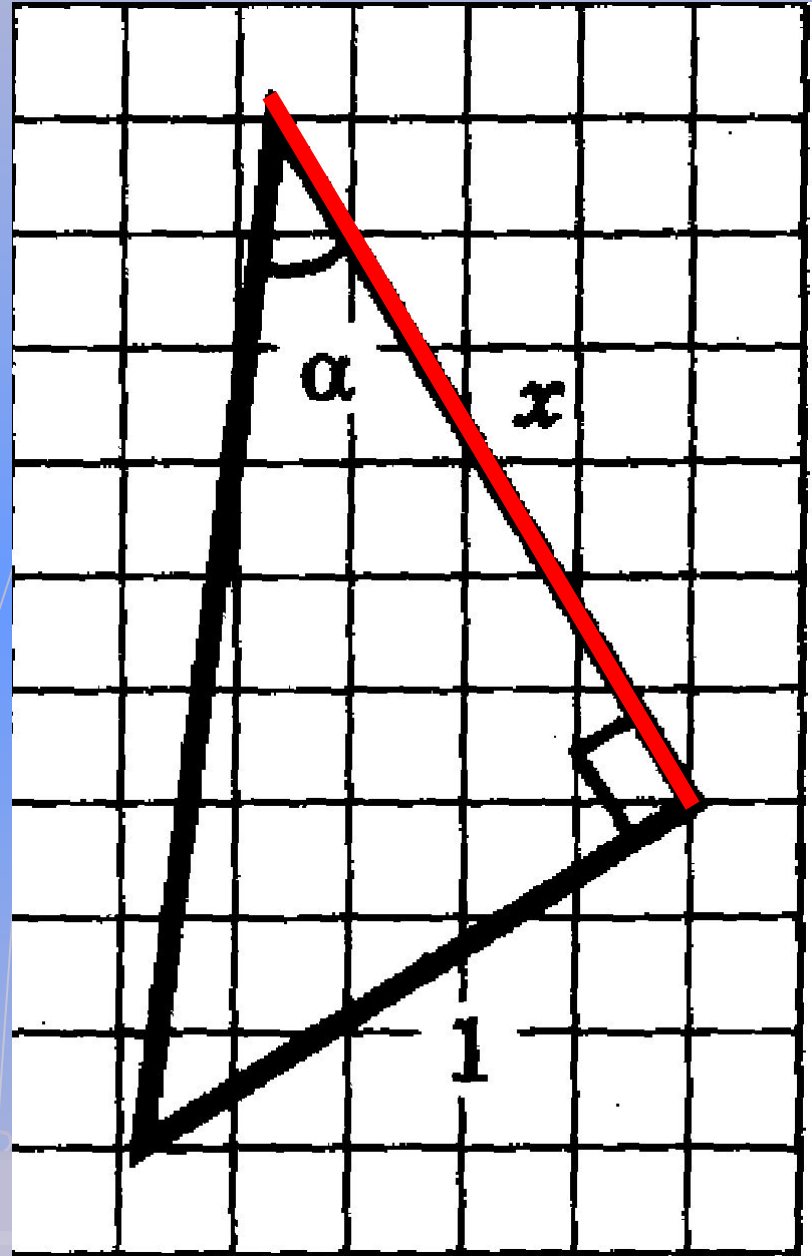
1 способ:

1 способ:

$$\cos 60^{\circ} = \frac{x}{2}, x = 2 \cdot \cos 60^{\circ} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$



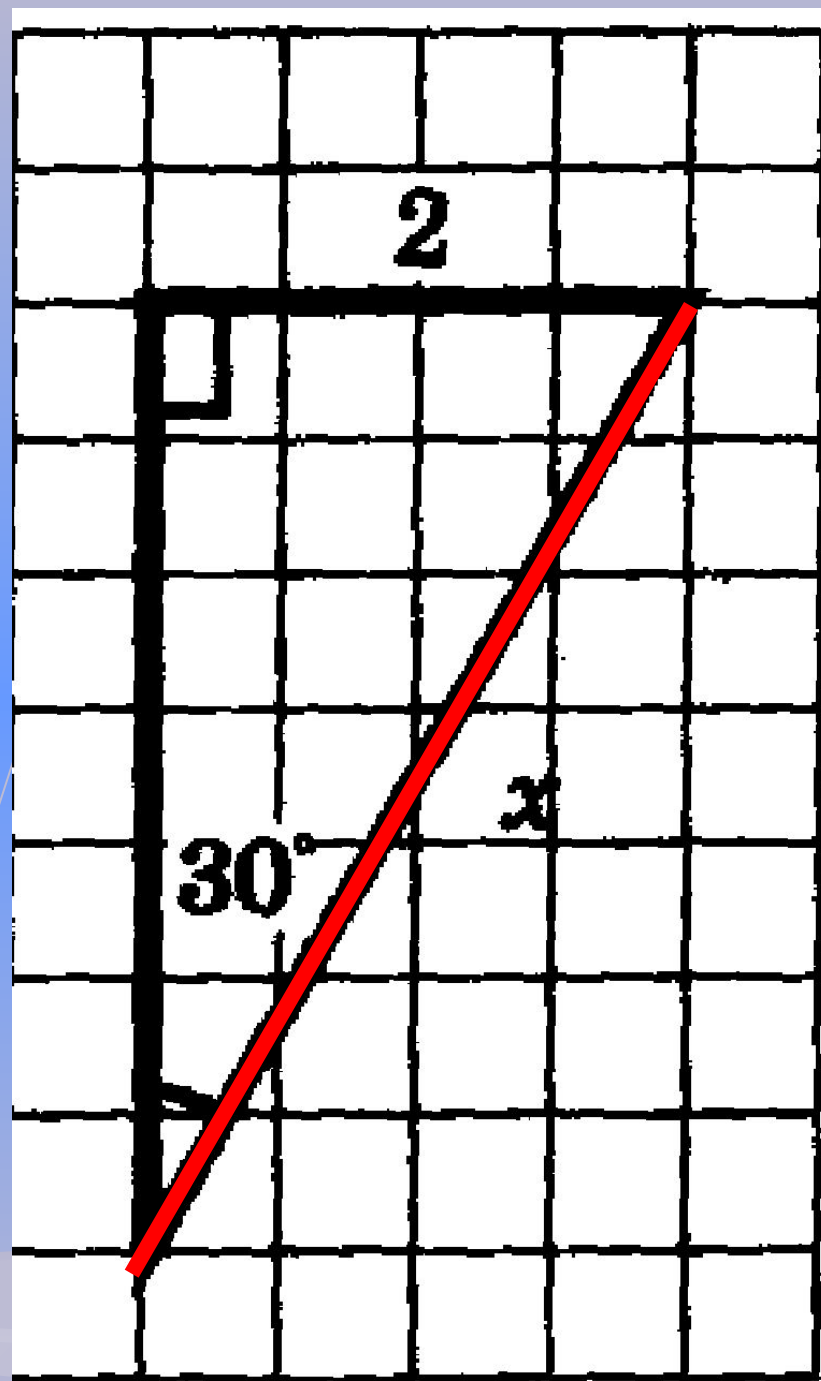
$$ctg\alpha = \frac{x}{1}, x = ctg\alpha$$



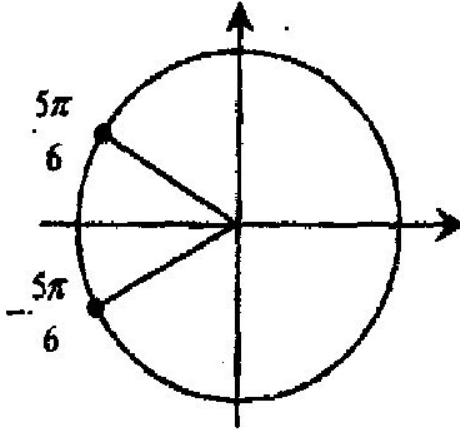
1 способ:

1 способ:

$$\sin 30^{\circ} = \frac{2}{x}, x = \frac{2}{\sin 30^{\circ}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$



Выберите тригонометрическое уравнение, решения которого включают обе точки, отмеченные на единичной окружности.



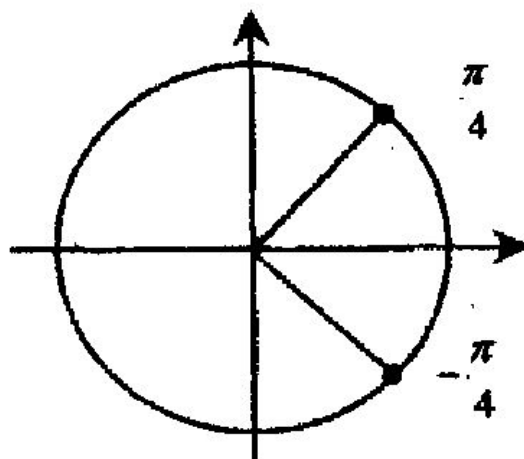
1) $\sin x = -\frac{1}{2}$

2) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Выберите тригонометрическое уравнение, решения которого включают обе точки, отмеченные на единичной окружности.



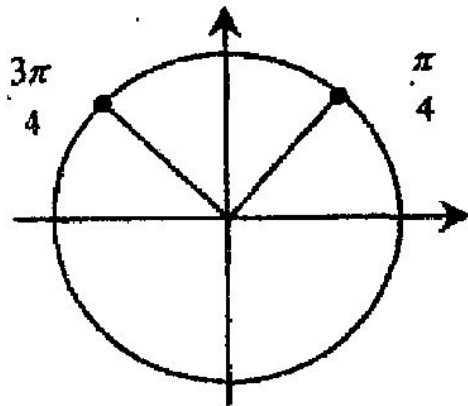
1) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

2) $\cos x = \frac{1}{2}$

3) $\sin x = \frac{1}{2}$

4) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Выберите тригонометрическое уравнение, решения которого включают обе точки, отмеченные на единичной окружности.



1) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

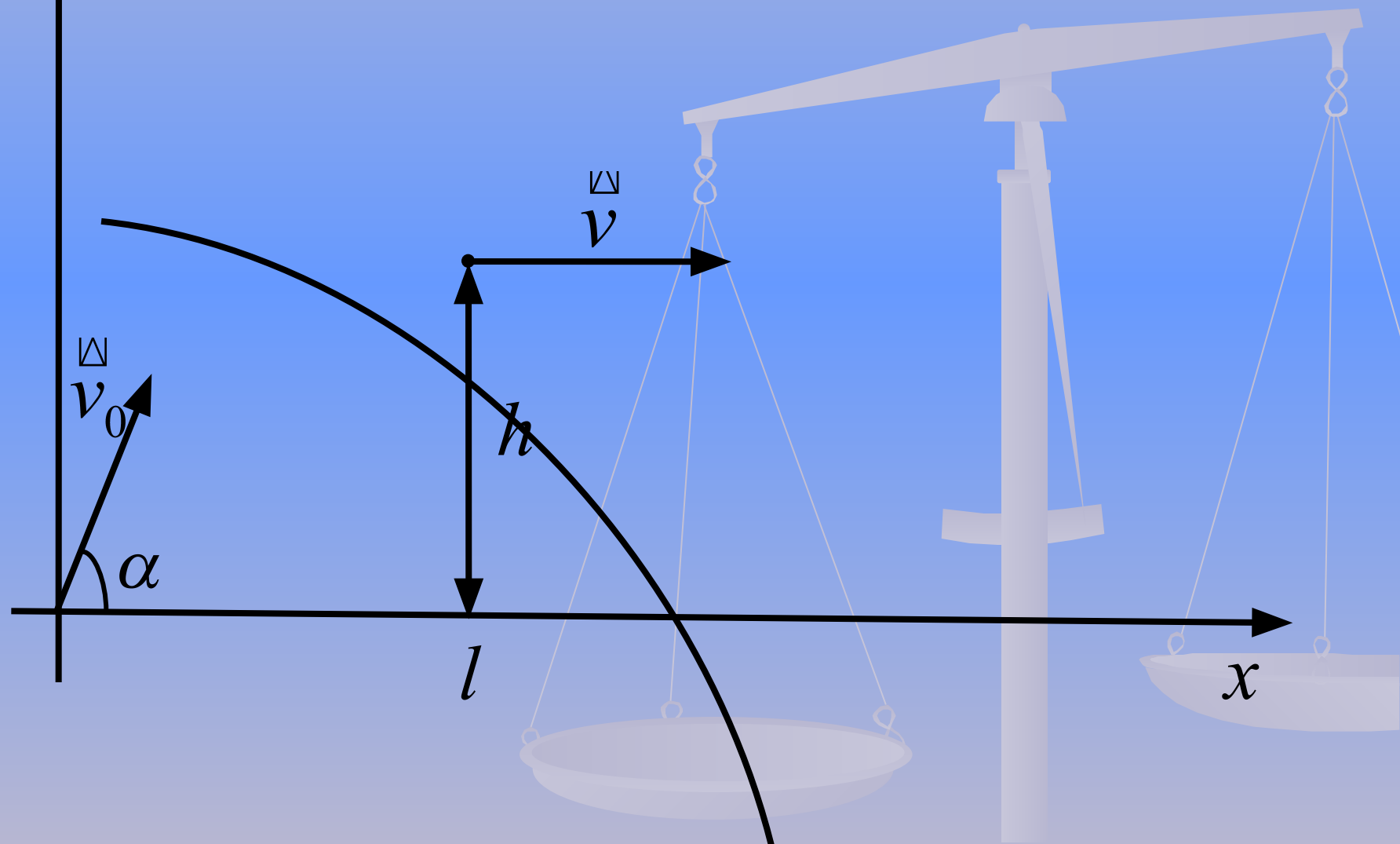
2) $\sin x = \frac{1}{2}$

3) $\cos x = -\frac{1}{2}$

4) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

1 группа

y



\vec{v}_0

α

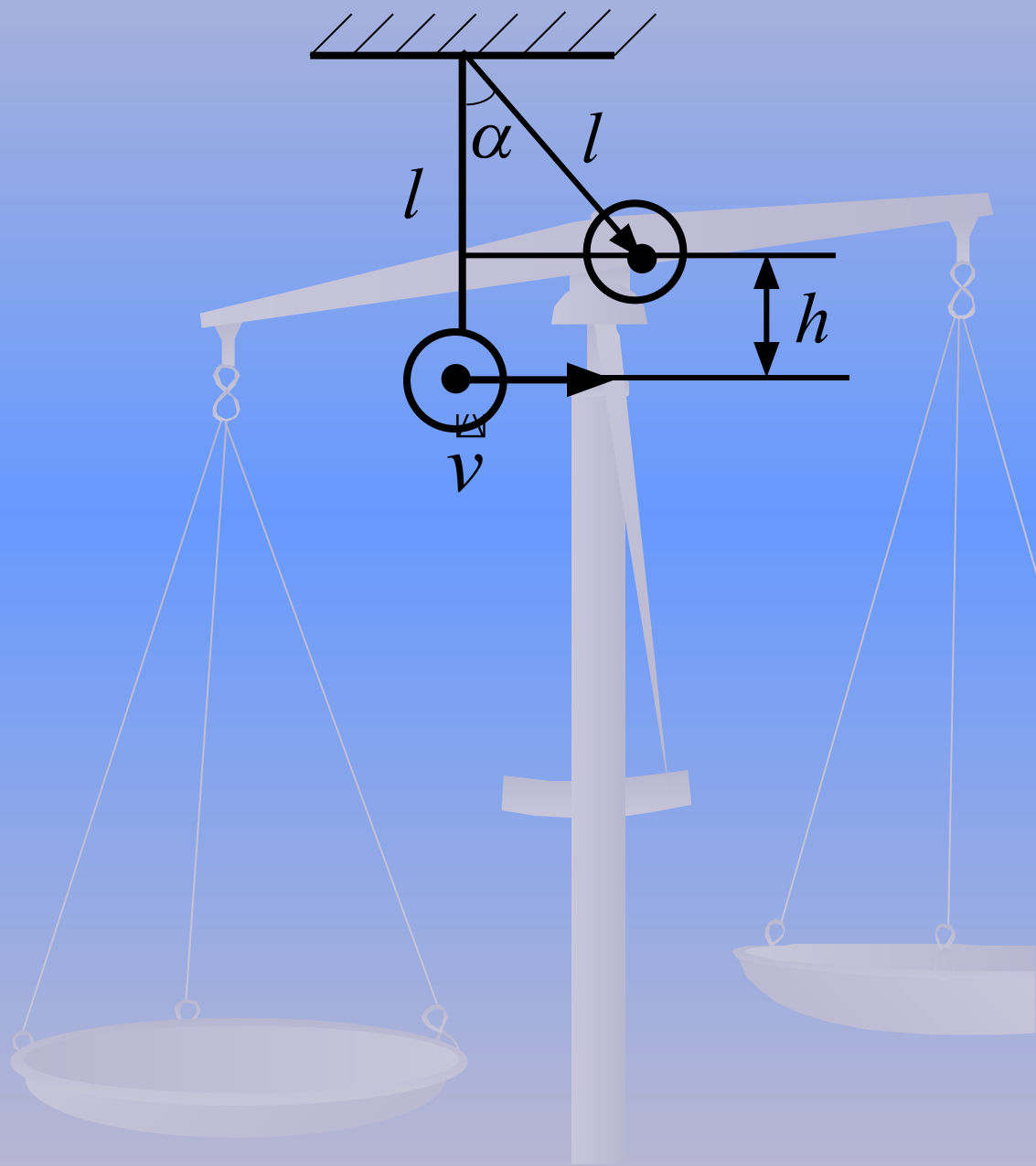
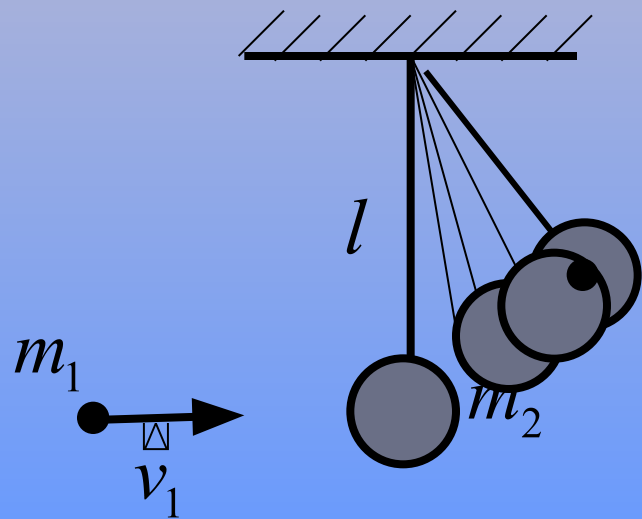
v

h

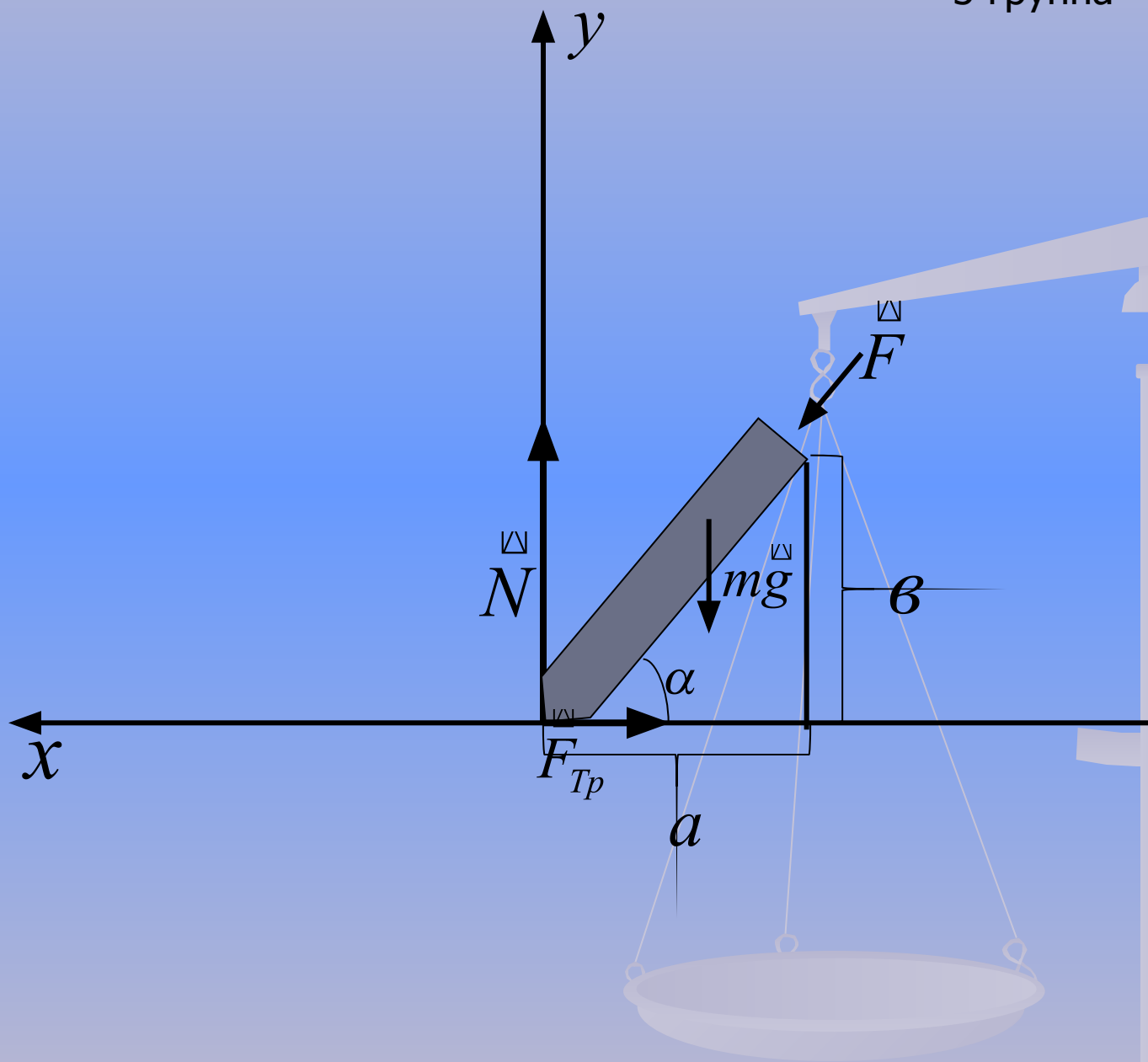
l

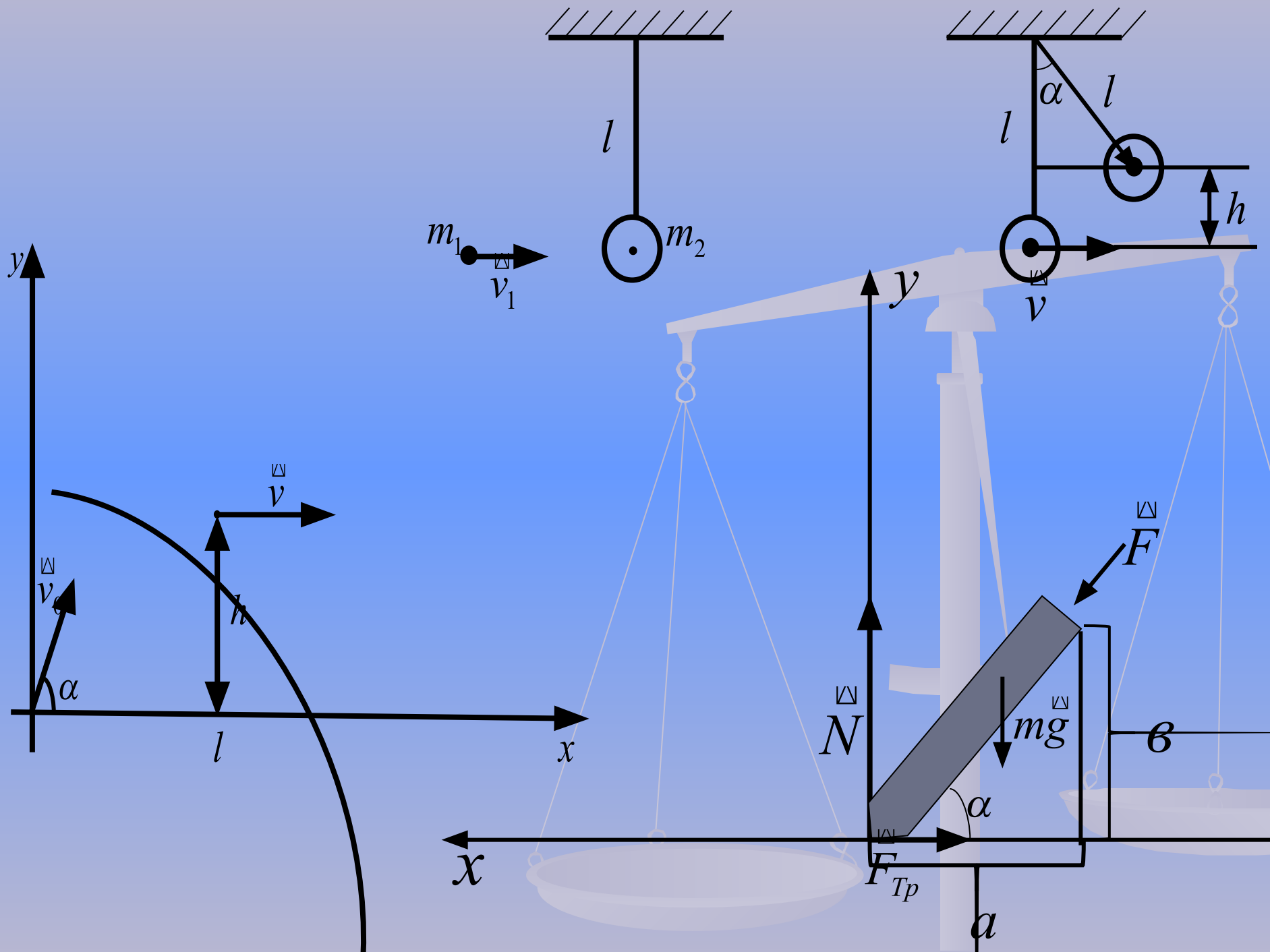
x

2 группа

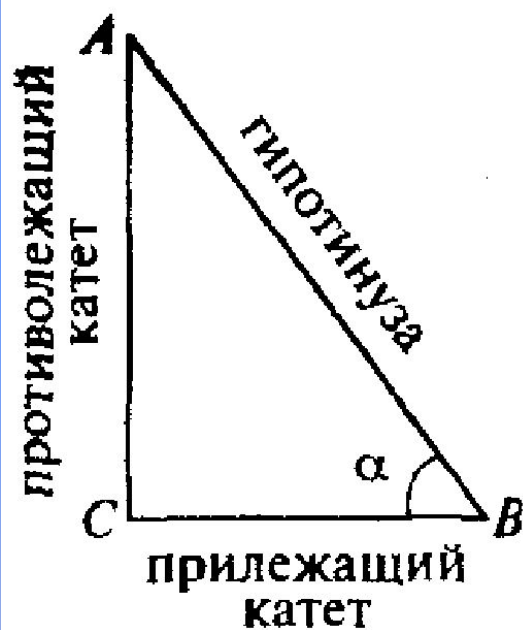


3 группа





$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB}, \quad \cos \alpha = \frac{BC}{AB}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{AC}{BC}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{BC}{AC}. \quad (*)$$



$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} \quad (1)$$

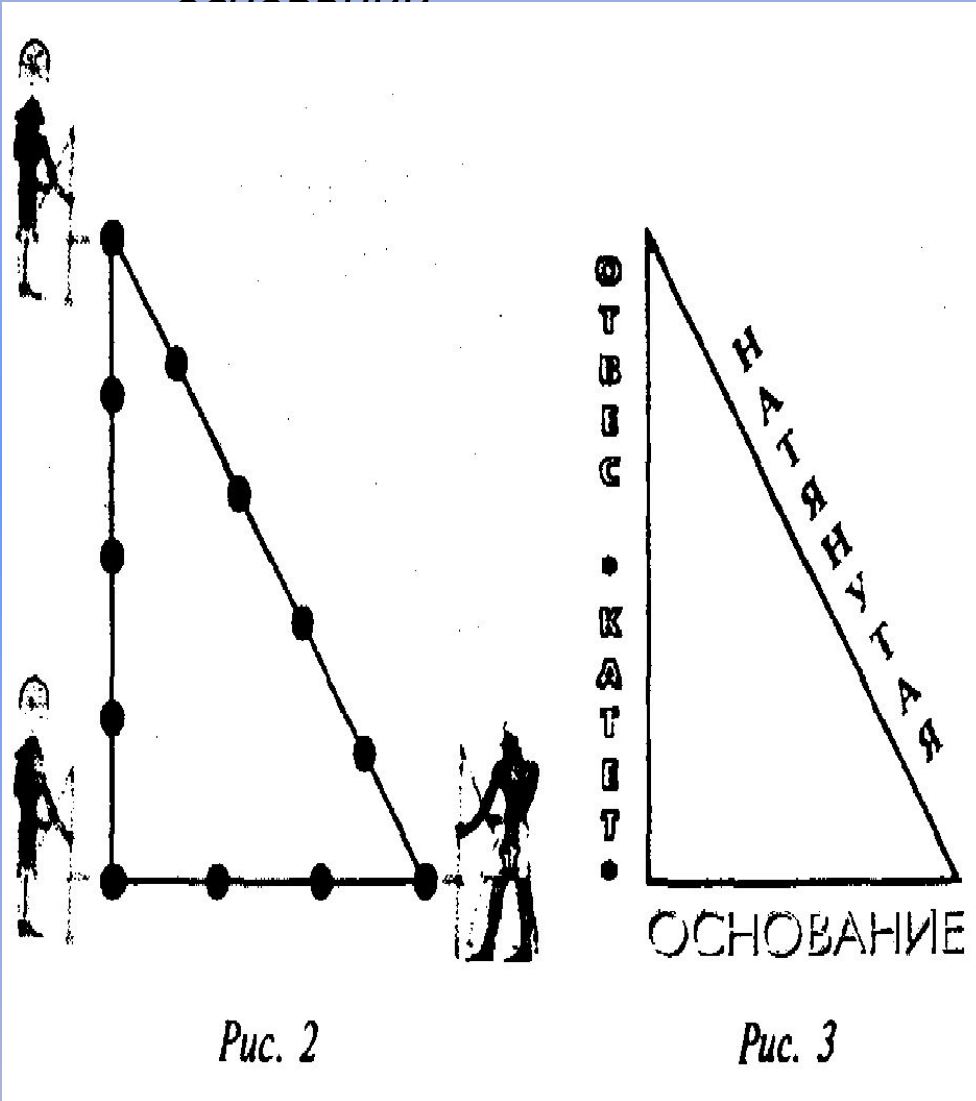
$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} \quad (3)$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}} \quad (4)$$

Рис. 1

Историю с натягиванием веревки продолжают еще несколько древних терминов: *катет* — значит «отвес», *гипотенуза* — «натянутая», а другой катет прямоугольного треугольника не назывался катетом (т.е. отвесом), о нем говорили как об



Историю с натягиванием веревки продолжают еще несколько древних терминов: *катет* — значит «отвес», *гипотенуза* — «натянутая», а другой катет прямоугольного треугольника не назывался катетом (т.е. отвесом), о нем говорили как об *основании*

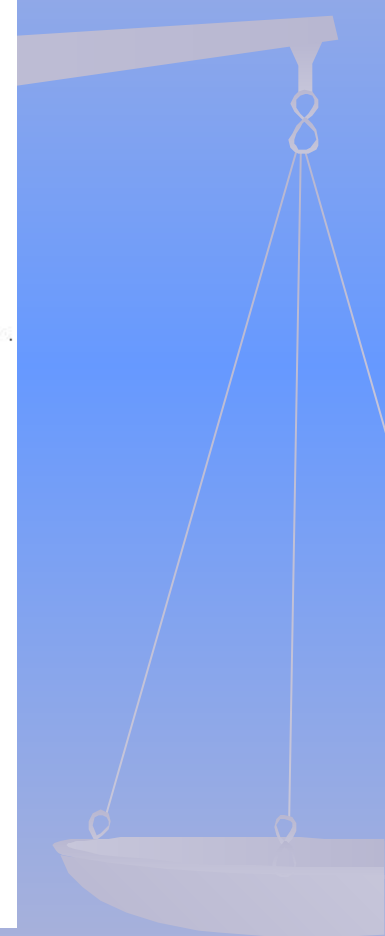
угол стачивания

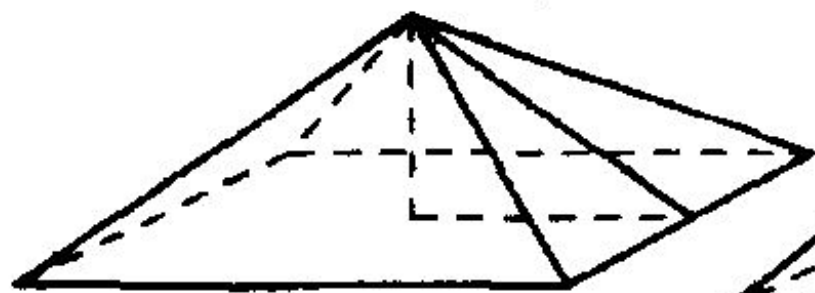
натянутая
веревка

отвес

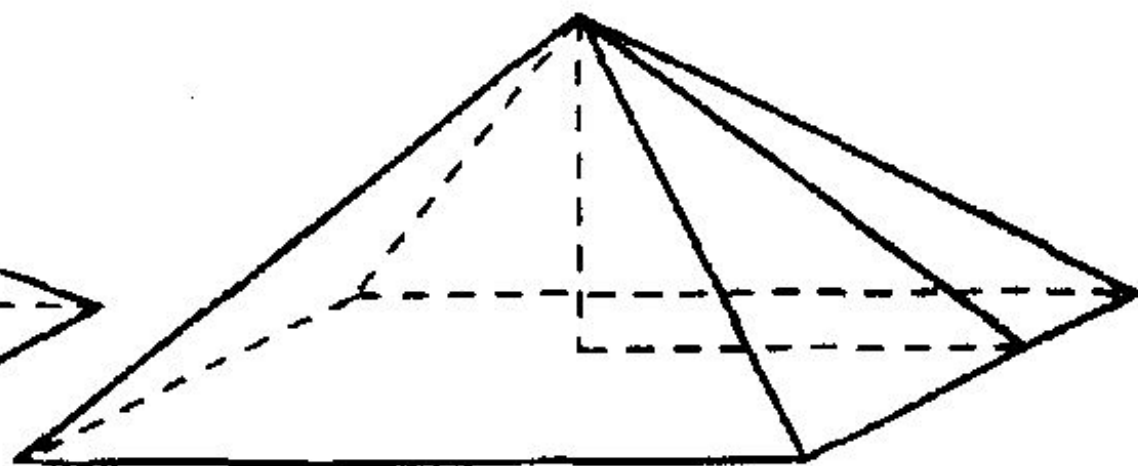
груз

Рис. 4





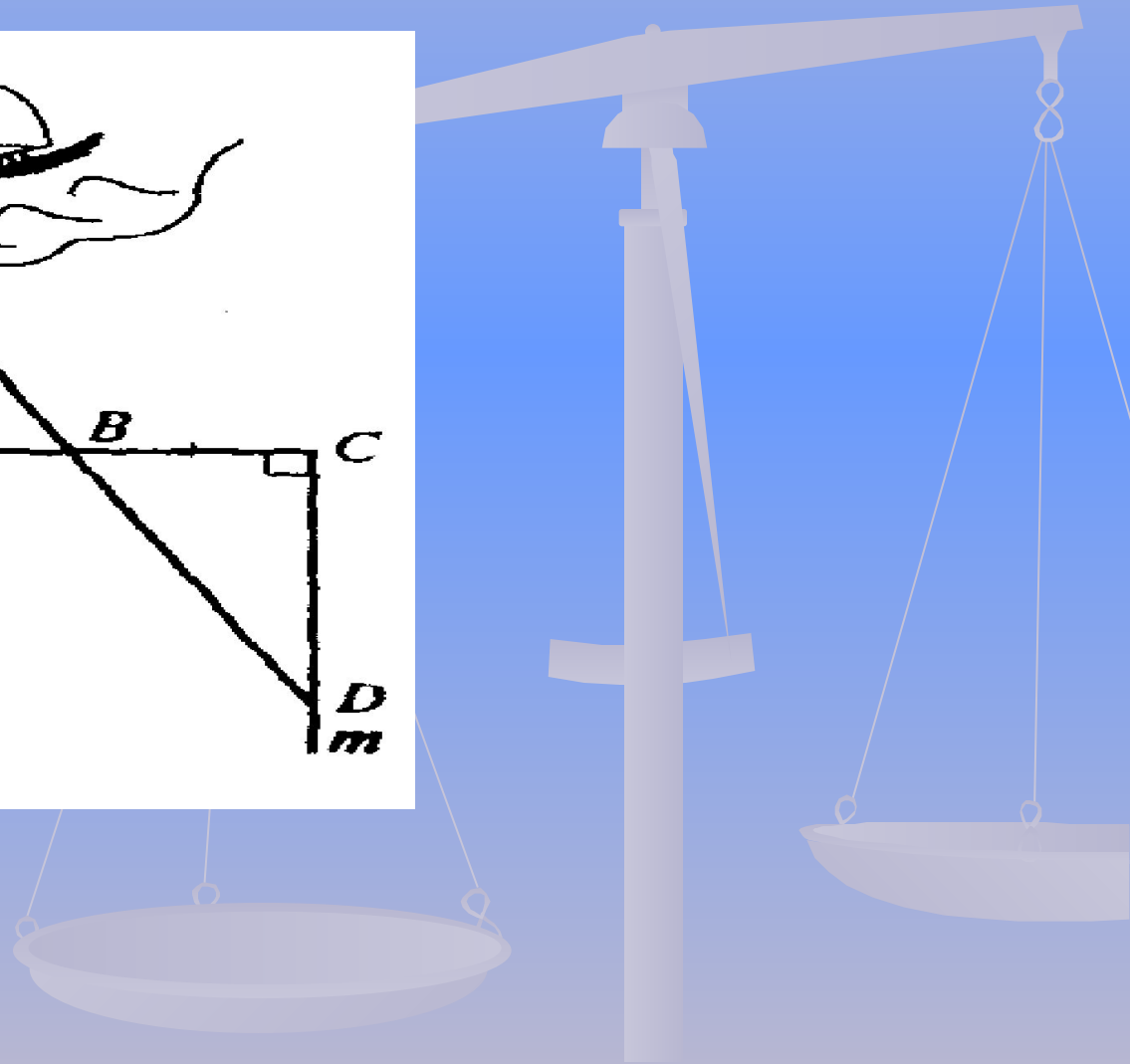
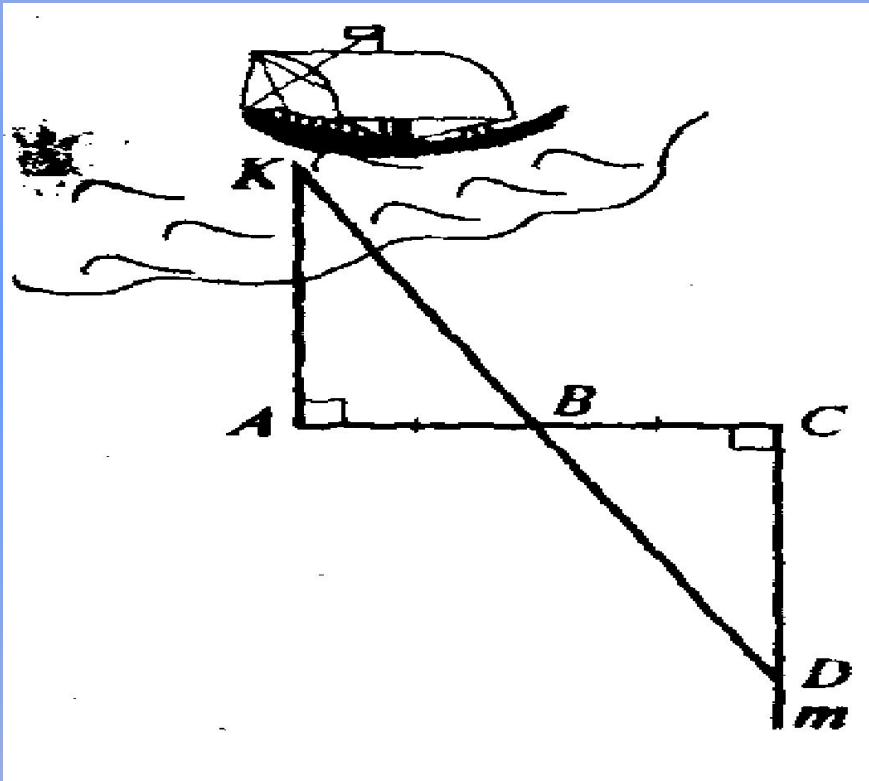
a)



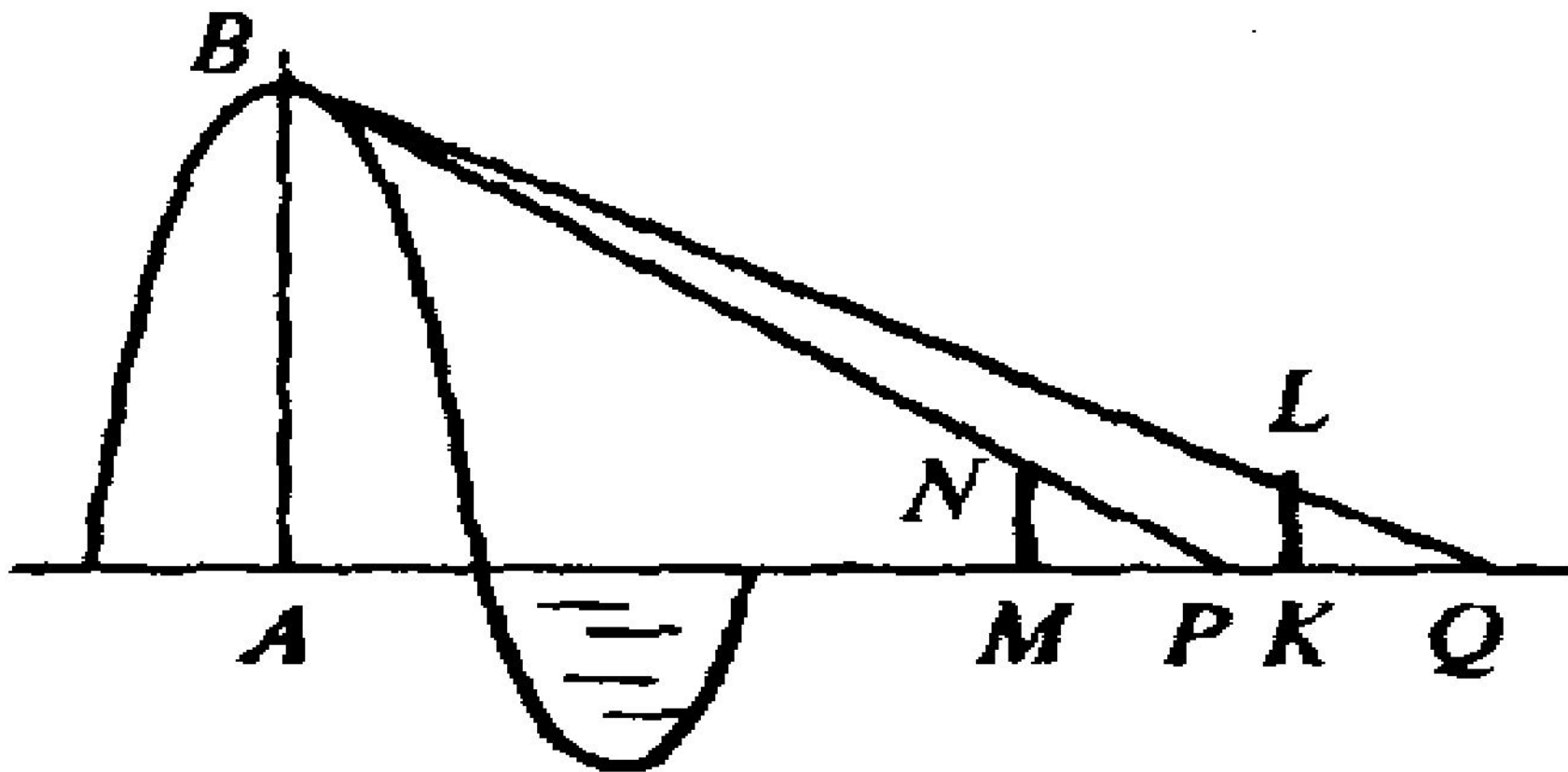
b)

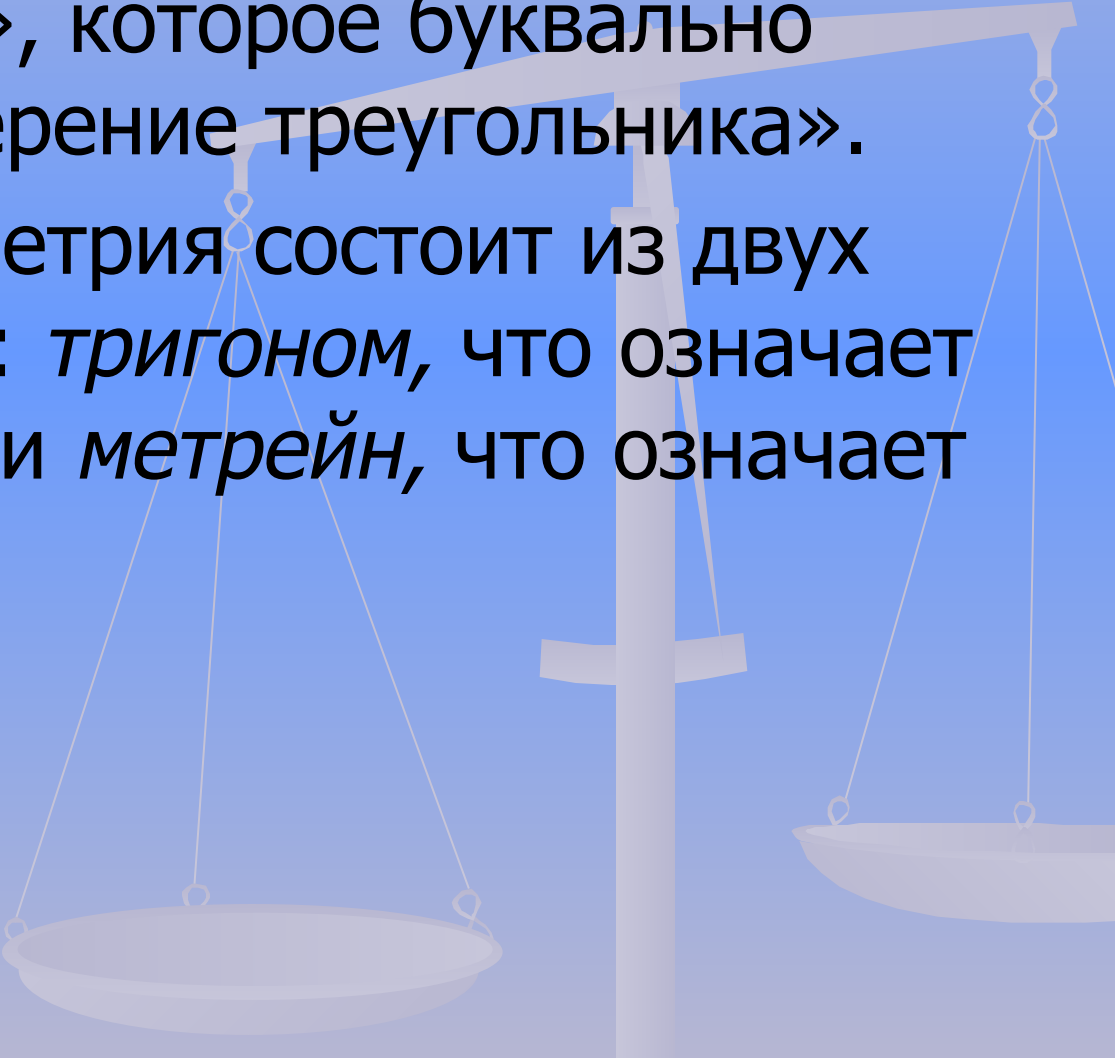
Рис. 5

Задача 1. Определить расстояние от корабля, находящегося в море, до берега



Задача 2. Наблюдают недоступный морской остров





«Тригонометрия», которое буквально означает «измерение треугольника».

Термин тригонометрия состоит из двух греческих слов: *тригоном*, что означает «треугольник» и *метрейн*, что означает «измерять».

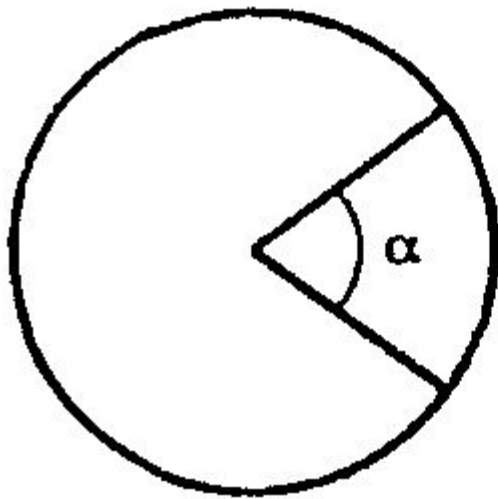


Рис. 8

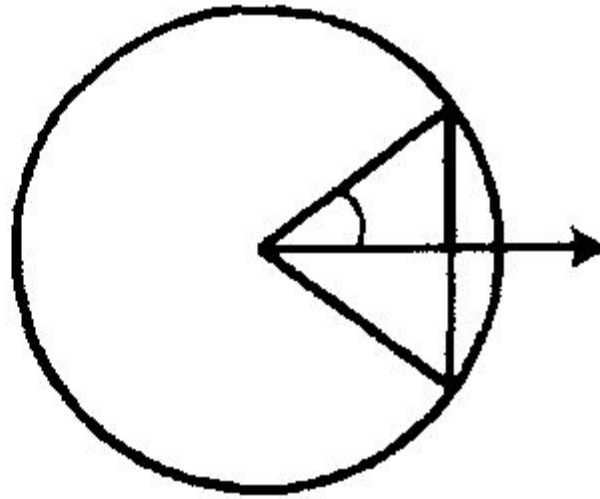


Рис. 9

Греческое слово *хорде*, от которого происходит наш термин «хорда», буквально означает «тетива лука», «струна». Индийские ученые впервые предложили рассматривать величину полухорды (синуса), которую называли *архаджива*, что буквально означает «половина тетивы лука», но потом стали называть *джива*, что значит «тетива лука».

Как по примеру индийских математиков не увидеть на рис. 9 лук с натянутой стрелой?

Арабские математики, которые позже (начиная с VIII в.) осваивали накопленные математические знания, писали слово *джива* в арабской транскрипции как *джиба*, что созвучно арабскому слову *джайб*, которое дословно означает «пазуха».

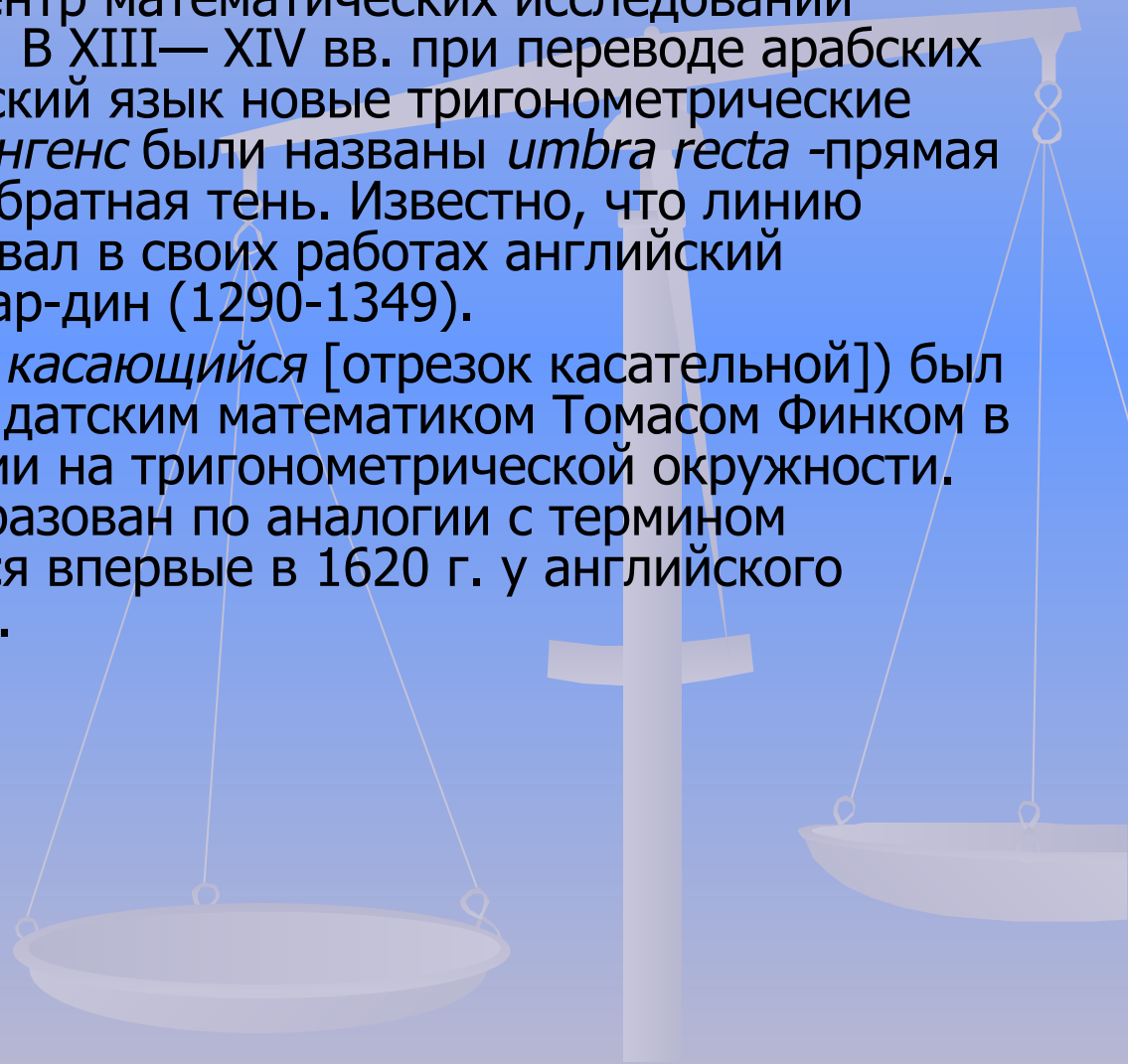
Вместе с военными завоеваниями арабов слово «пазуха» для обозначения полухорды в тригонометрии попало в Европу (X—XII вв.), где европейские ученые перевели его на латынь как «синус».

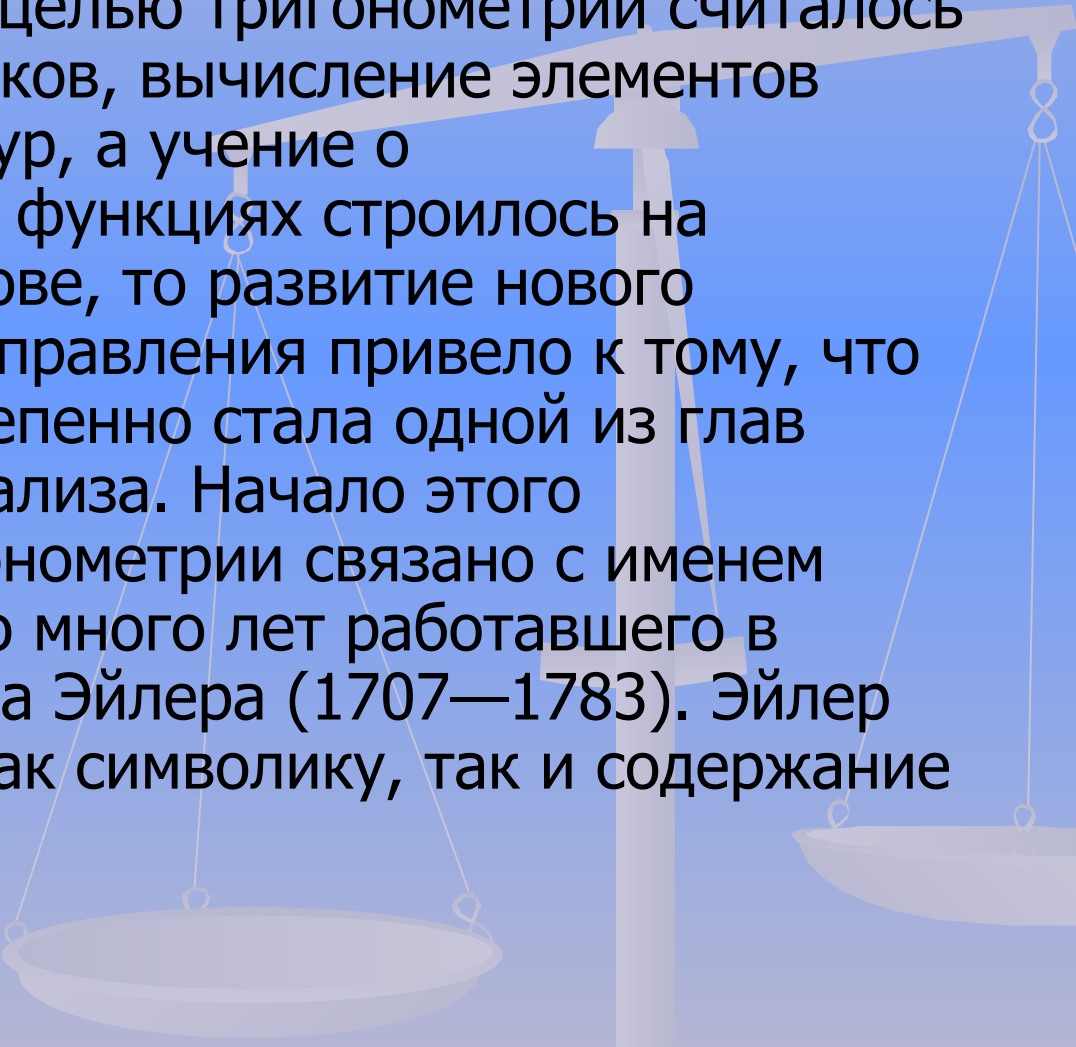
синус *sinus rectus* (прямой синус), а радиус тригонометрической окружности *sinus totus*, т.е. весь (полный) синус. Слово «косинус» — это сокращение латинского выражения *complementary sinus*, т.е. «дополнительный синус» или, иначе, «синус дополнительной дуги»; вспомните: $\cos a = \sin (90^\circ - a)$.

Европейские математики XII—XVI вв. часто называли синус *sinus rectus* (прямой синус), а радиус тригонометрической окружности *sinus totus*, т.е. весь (полный) синус. Слово «косинус» — это сокращение латинского выражения *complementary sinus*, т.е. «дополнительный синус» или, иначе, «синус дополнительной дуги»; вспомните: $\cos a = \sin (90^\circ - a)$.

Начиная с XIV—XV вв. центр математических исследований перемещается в Европу. В XIII—XIV вв. при переводе арабских произведений на латинский язык новые тригонометрические функции *котангенс* и *тангенс* были названы *umbra recta* -прямая тень, и *umbra versa* — обратная тень. Известно, что линию тангенсов уже использовал в своих работах английский математик Томас Брадвардин (1290-1349).

Термин *tangens* (от лат. *касающийся* [отрезок касательной]) был введен только в 1583 г. датским математиком Томасом Финком в связи с ролью этой линии на тригонометрической окружности. Термин «котангенс» образован по аналогии с термином «косинус», и встречается впервые в 1620 г. у английского ученого Эдмунта Гутера.





Если до этого главной целью тригонометрии считалось решение треугольников, вычисление элементов геометрических фигур, а учение о тригонометрических функциях строилось на геометрической основе, то развитие нового (аналитического) направления привело к тому, что тригонометрия постепенно стала одной из глав математического анализа. Начало этого преобразования тригонометрии связано с именем знаменитого ученого много лет работавшего в Петербурге Леонарда Эйлера (1707—1783). Эйлер усовершенствовал как символику, так и содержание тригонометрии.

Практическая работа:

