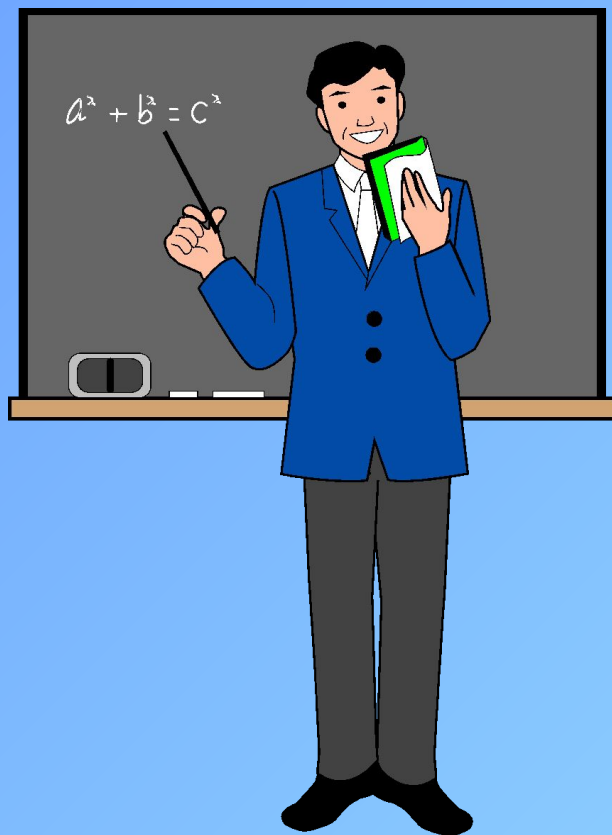


Показательная функция, её свойства и график



Разработал
учитель математики
средней школы № 64
города Брянска
Быков Сергей Валентинович



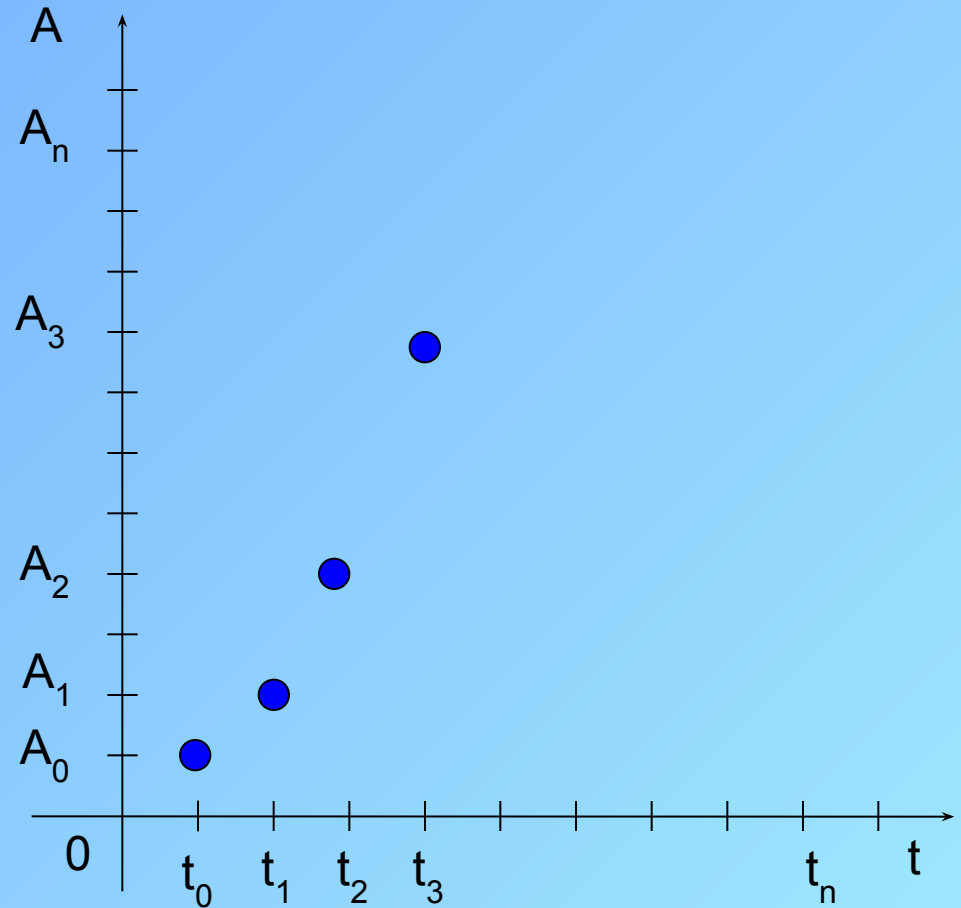
Рост древесины происходит по закону, где:

A- изменение количества древесины во времени;

A₀- начальное количество древесины;

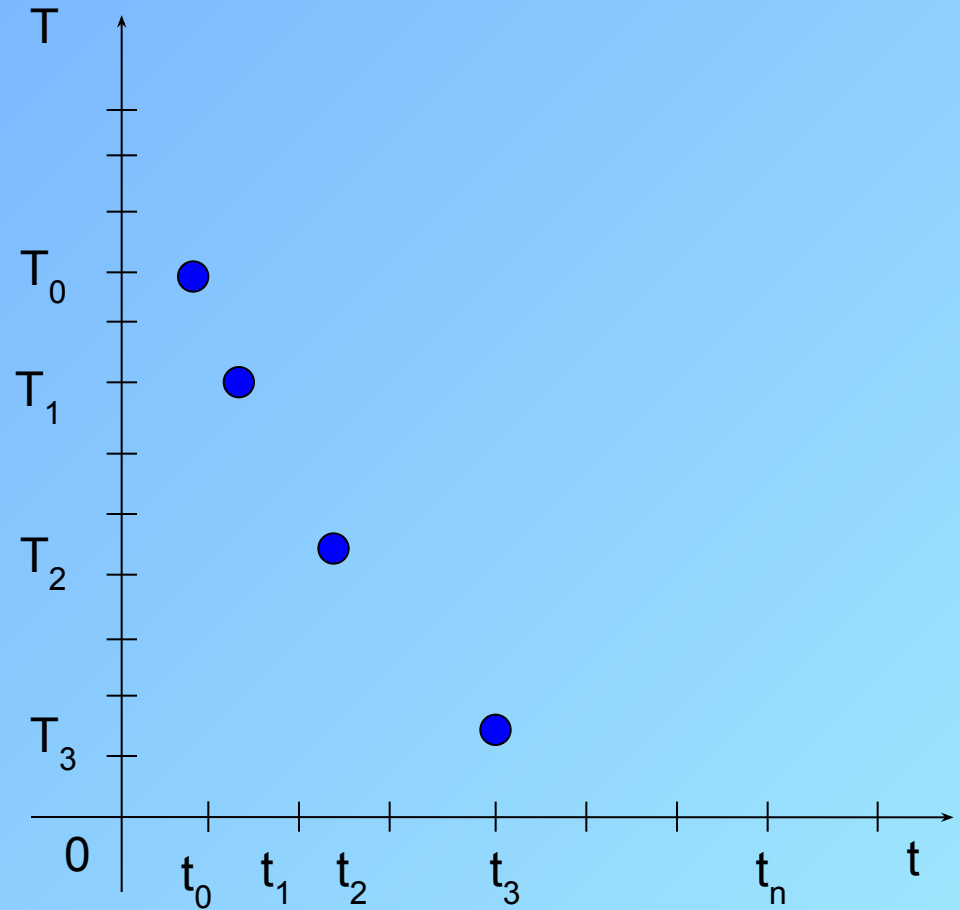
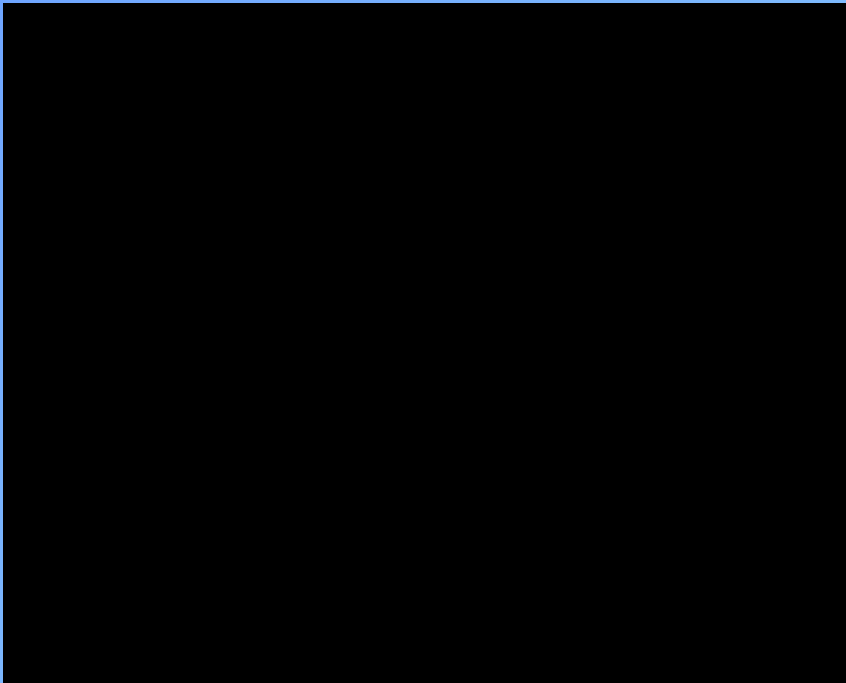
t- время, **к, а**- некоторые постоянные.

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$



Температура чайника изменяется по закону, где:
T- изменение температуры чайника со временем;
 T_0 - температура кипения воды;
t-время,
к, а- некоторые постоянные.

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$



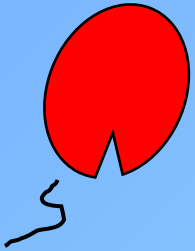
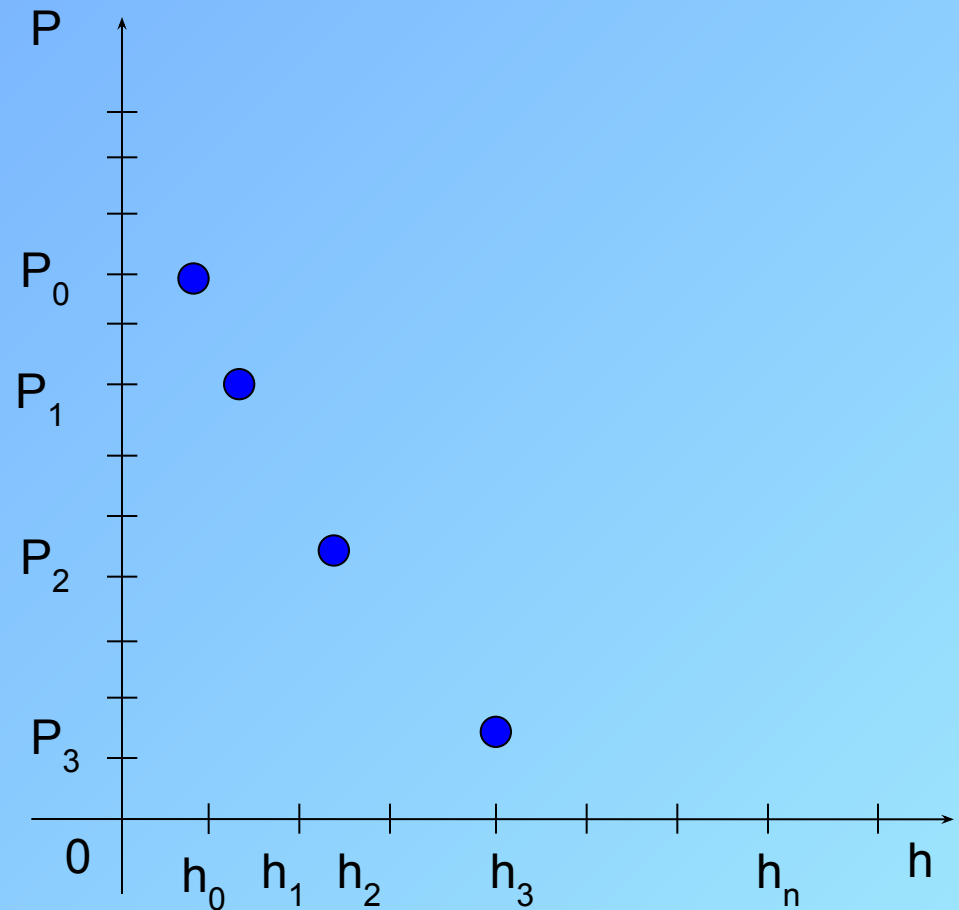
Давление воздуха убывает с высотой по закону, где:

P - давление на высоте h ,

P_0 - давление на уровне моря,

a - некоторая постоянная.

$$P = P_0 \cdot a^{-k \cdot h}$$



$t = \text{const}$

Существенное **свойство** этих процессов
СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО

за равные промежутки времени значение величины изменяется
в одном и том же отношении

Процессы органического изменения величин

Рост древесины

$$A = A_0 a^{k \cdot t}$$

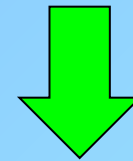
Температура чайника

$$T = T_0 a^{-k \cdot t}$$

Давление воздуха

$$P = P_0 e^{-k \cdot h}$$

$$y = C \cdot a^{k \cdot x}$$



$$C = 1, k = 1$$

$$y = a^x$$

Показательная функция

Определение

График

Свойства

Применения

Определение

Функция вида $y = a^x, a > 0, a \neq 1$

называется *показательной* с основанием **a**.

График показательной функции

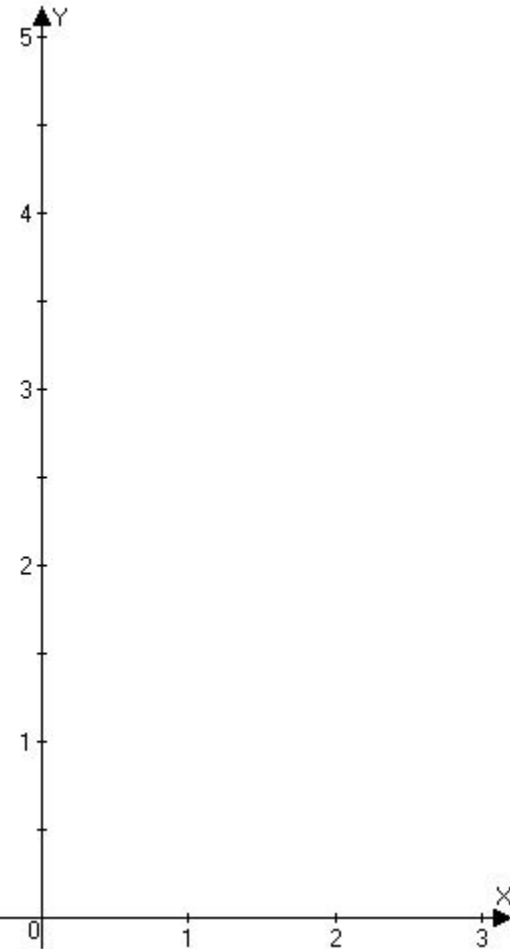
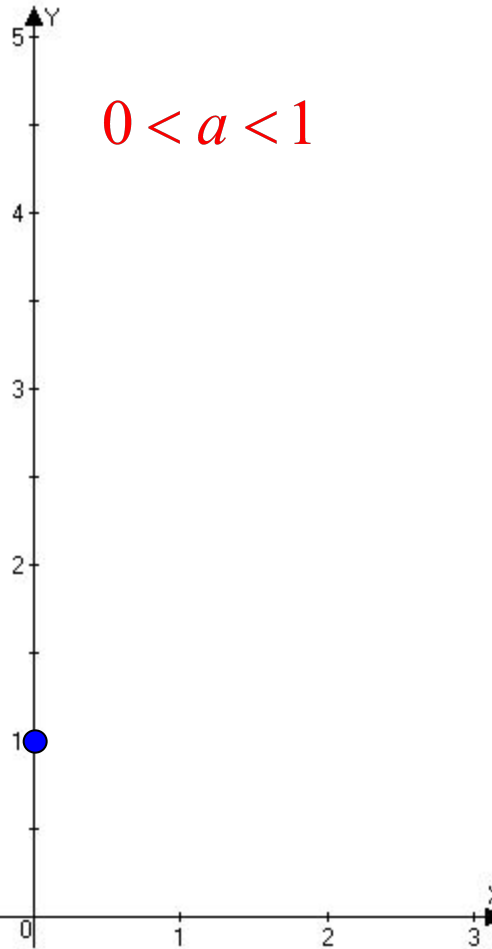
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$y = a^x, a > 0, a \neq 1$$

$$y = 4^x \quad y = 3^x \quad y = 2^x$$

$$0 < a < 1$$

$$a > 1$$

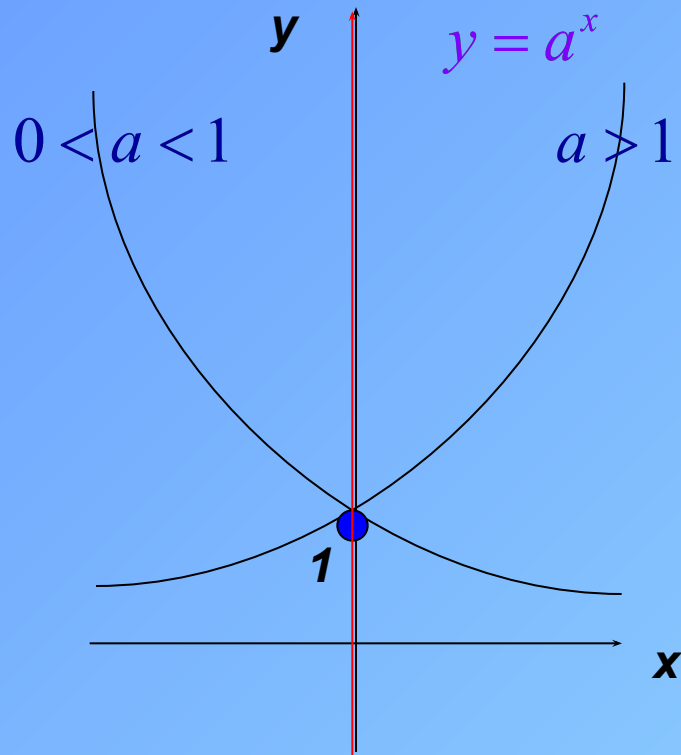


Свойства функции

Проанализируем по схеме:

1. Область определения функции.
2. Область значений функции.
3. Нули функции.
4. Промежутки знакопостоянства функции.
5. Чётность или нечётность функции.
6. Монотонность функции.
7. Ограниченность функции (асимптоты).

Показательная функция, её график и свойства



Свойства функции:

1. $D(y) = \mathbb{R}$,
2. $E(y) = \mathbb{R}_+ = (0; +\infty)$,
3. Нулей нет,
4. для любого $x \in \mathbb{R}$,
5. Функция ни четная, ни нечетная,
6. Ограничена снизу осью Ox ,
не ограничена сверху,
7. Функция возрастает на \mathbb{R} при $a > 1$;
функция убывает на \mathbb{R} при $0 < a < 1$.

Задание А1

Из предложенного списка функций, выбрать ту функцию, которая является показательной:

1. $y = 2x$;

2. $y = x^2$;

3. $y = 2^x$;

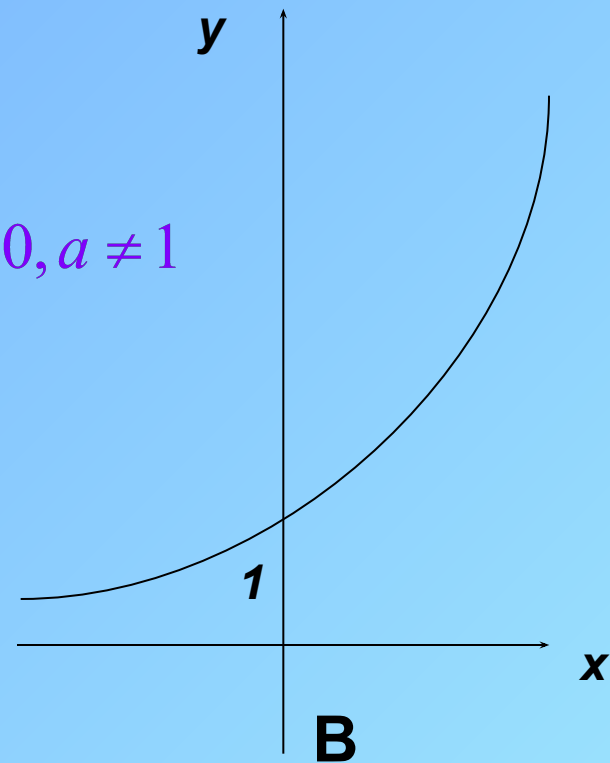
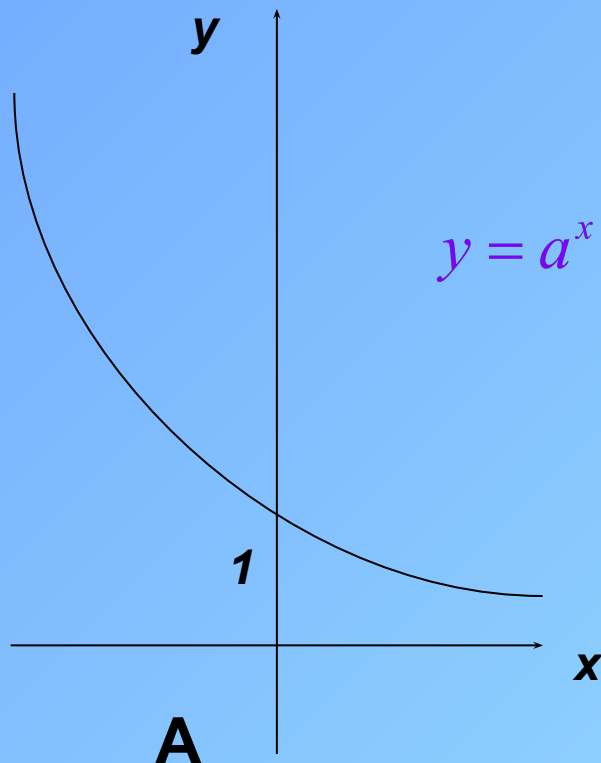
4. $y = \sqrt[3]{x}$.

Задание А2

Укажите вид графика для функции

1. $y = \pi^x$

2. $y = 0,48^x$



$y = a^x, a > 0, a \neq 1$

Задание А3

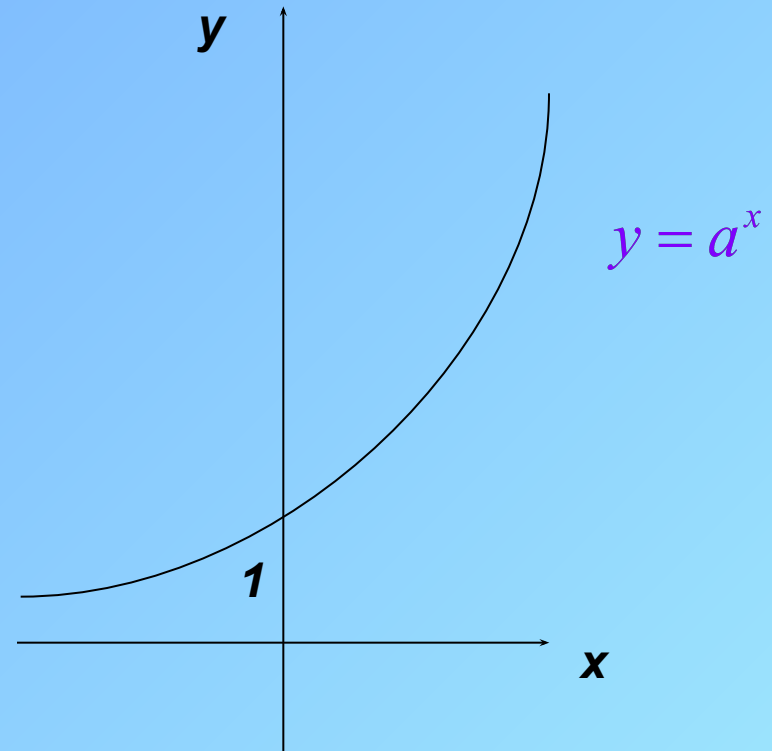
Дан график функции. Укажите эту функцию.

1. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$;

2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$;

3. $y = 2^x$;

4. $y = 2^{-x}$.



Задание А4

Выберите функцию возрастающую \mathbb{R} :
на

1. $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2. $y = \left(\frac{1}{7}\right)^x$

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$

4. $y = 10^{-x}$

Задание А5

Выберите функцию убывающую на \mathbb{R} :

1. $y = 5^x$;

2. $y = 10^x + 1$;

3. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$;

4. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1$.

Задание А6

Решите
уравнения

$$1. 3^x = 9,$$

$$2. 5^x = 1,$$

$$3. \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16,$$

$$4. 2^x = 0,$$

$$5. \left(\frac{1}{5}\right)^x = -1.$$

Задание В1

Укажите область значений функции

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1:$$

1. $(0; +\infty)$;

2. $(-1; +\infty)$;

3. $[0; +\infty)$;

4. $(-\infty; -1)$.

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1$$

Задание В2

Какое из указанных чисел входит в область значений функции

$$y = 2^x + 4?$$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 5.

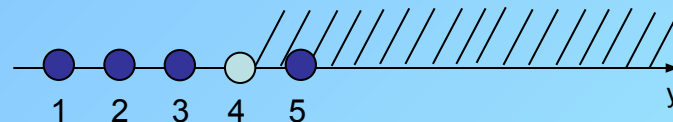
Решение:

Для любого $x \in \mathbb{R}$: $2^x > 0$;

$$2^x + 4 > 4;$$

$$y > 4.$$

$$E(y) = (4; +\infty)$$



$$5 \in E(y)$$

Ответ: 5.

Подведём итог

Показательная функция

Определение

График

Свойства

Применения

Показательная функция

Домашнее задание

1. Найдите область значений функции:

$$a) y = 3^x + 1; \quad b) y = \left(\frac{1}{5}\right)^x - 3.$$

2. Какое из указанных чисел не входит в область значений функции $y = 3^x - 3$

1) -4 ; 2) -3 ; 3) -2 ; 4) 0 ?

3*. Решите уравнение $25^x + 2 \cdot 5^x = 15$.

Найдите приближенные значения корня данного уравнения.