

Неравенства с одной переменной и их свойства

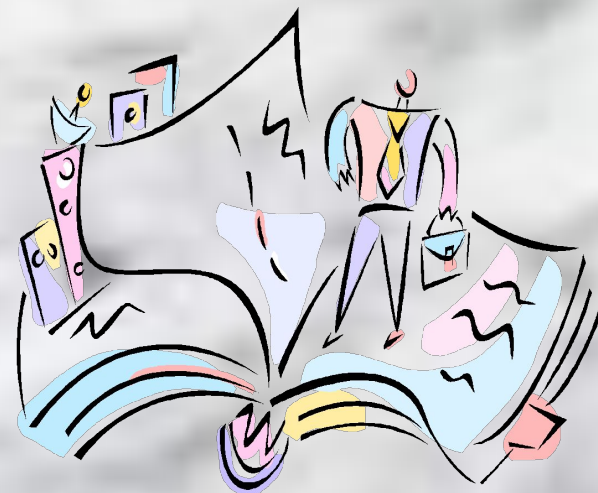
Подготовила:

учитель математики

МОУ сош №30 имени А.И.Колдунова

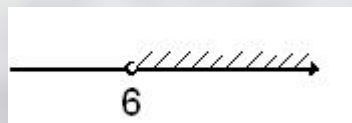
Кутоманова Е.М.

2009-2010 учебный год



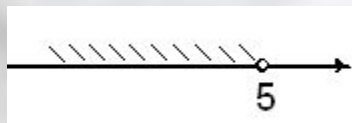
1. Числовые промежутки

1) $x > 6,$



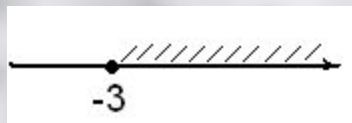
$x \in (6; \infty)$

2) $x < -5,$



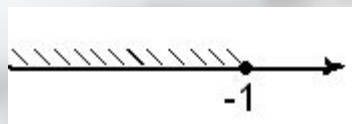
$x \in (-\infty; 5)$

3) $x \geq -3,$

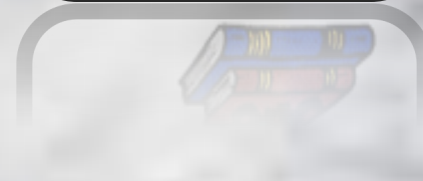


$x \in [-3; \infty)$

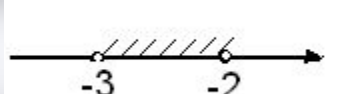
4) $x \leq -1,$

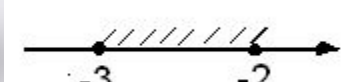


$x \in (-\infty; -1]$

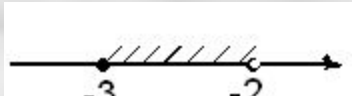


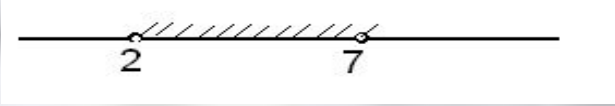


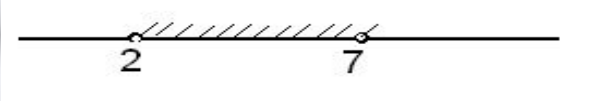
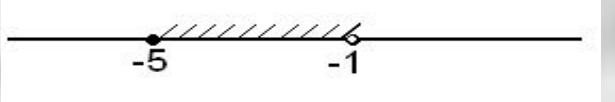
5) $-3 < x < -2$,  $x \in (-3; -2)$

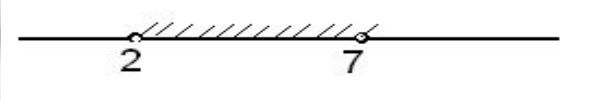
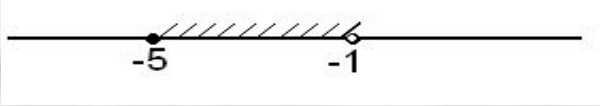
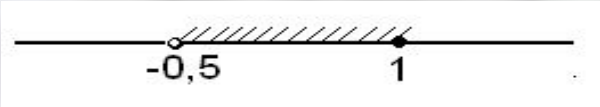
6) $-3 \leq x \leq -2$,  $x \in [-3; -2]$

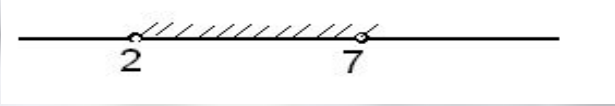
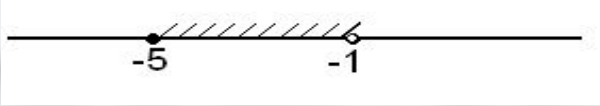
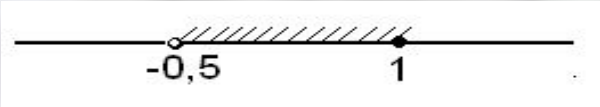

7) $-3 < x \leq -2$,  $x \in (-3; -2]$

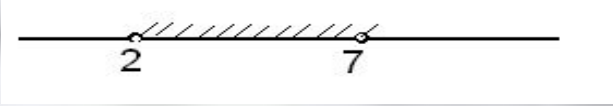
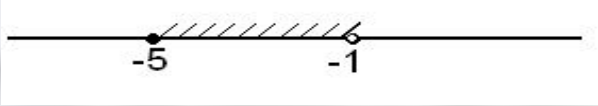
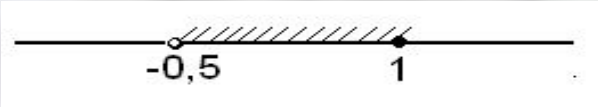
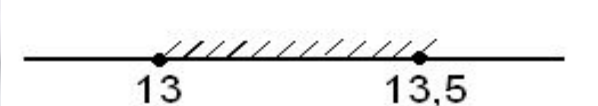
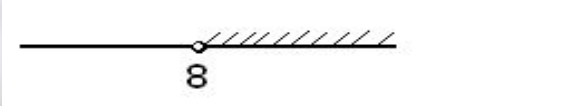
8) $-3 \leq x < -2$,  $x \in [-3; -2)$

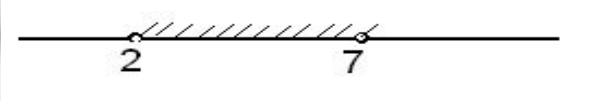
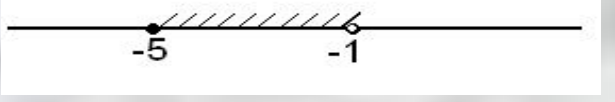
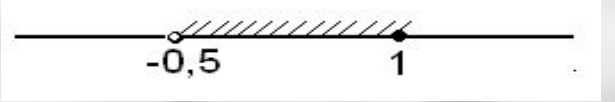
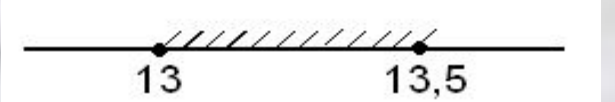
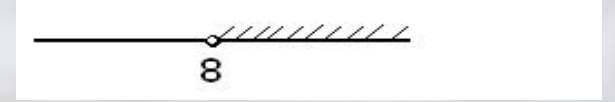
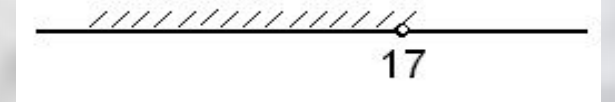
Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	

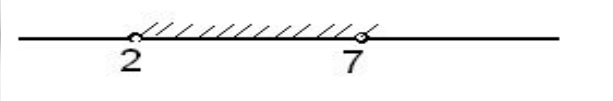
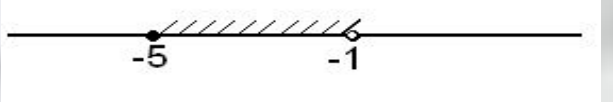
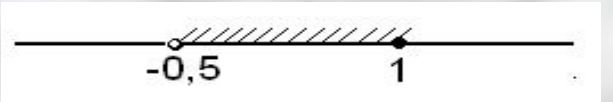
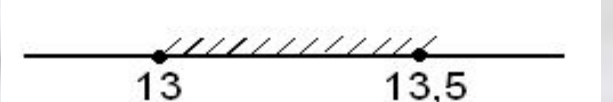
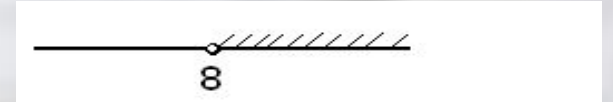
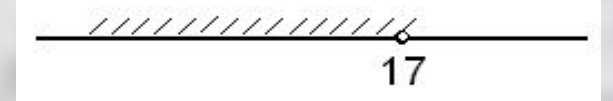
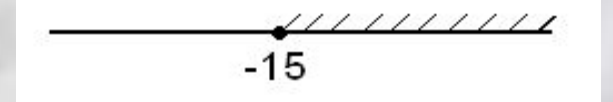
Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	

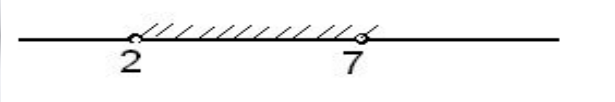
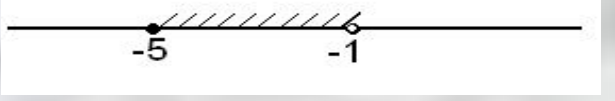
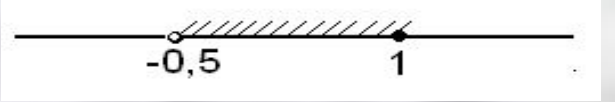
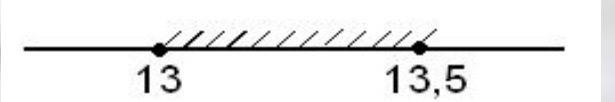
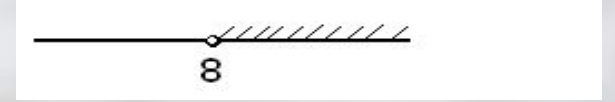
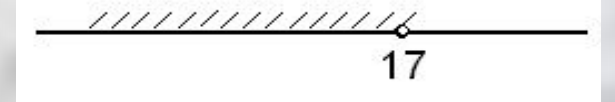
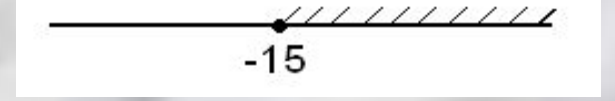
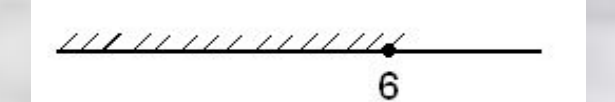
Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	
$13 \leq x \leq 13,5$	$[13; 13,5]$	

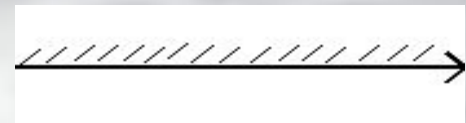
Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	
$13 \leq x \leq 13,5$	$[13; 13,5]$	
$x > 8$	$(8; +\infty)$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	
$13 \leq x \leq 13,5$	$[13; 13,5]$	
$x > 8$	$(8; +\infty)$	
$x < 17$	$(-\infty; 17)$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	
$13 \leq x \leq 13,5$	$[13; 13,5]$	
$x > 8$	$(8; +\infty)$	
$x < 17$	$(-\infty; 17)$	
$x \geq -15$	$[-15; +\infty)$	

Неравенство	Числовой промежуток	Геометрическая интерпретация
$2 < x < 7$	$(2; 7)$	
$-5 \leq x < -1$	$[-5; -1)$	
$0,5 < x \leq 1$	$(-0,5; 1]$	
$13 \leq x \leq 13,5$	$[13; 13,5]$	
$x > 8$	$(8; +\infty)$	
$x < 17$	$(-\infty; 17)$	
$x \geq -15$	$[-15; +\infty)$	
$x \leq 6$	$(-\infty; 6]$	

❖ Множество действительных чисел изображается всей координатной прямой. Его обозначают так: $(-\infty; \infty)$.



Например:

1)



$$[1;5] \cap [3;7] = [3;5].$$

2)



$$[1;5] \cup [3;7] = [1;7].$$



2. Решение неравенств с одной переменной.

Определение.

Решением неравенства с одной переменной называется значение переменной, которое обращает его в верное равенство.

Например: Рассмотрим неравенство $6x-5>7$.

Подставим вместо x число 1, тогда получится неравенство $6 \cdot 1 - 5 > 7$, которое не является верным.

Подставим вместо x число 3, тогда получится верное неравенство $6 \cdot 3 - 5 > 7$.

Число 3 является решением неравенства $6x-5>7$ или удовлетворяет этому неравенству.



Свойства:

1. Если из одной части неравенства перенести в другую слагаемое с противоположным знаком, то получится равносильное неравенство.

2. Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится равносильное неравенство.

Если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный, то получится равносильное неравенство.

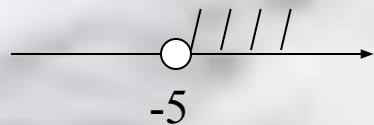
Например:

$$1) 15 + 3x > 0,$$

$$3x > -15,$$

$$x > -5.$$

$$x \in (-5; \infty)$$



$$2) 10x + 20 < 5x,$$

$$10x - 5x < -20,$$

$$5x < -20,$$

$$x < -4.$$

$$x \in (-\infty; -4)$$



Решим задачу:

Длина стороны стороны прямоугольника 8 см. Какой должна быть длина другой стороны, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 10 см?

Пусть x см длина другой стороны прямоугольника ($x > 0$), тогда его периметр P равен $2(x+8)$ см.

Периметр квадрата со стороной 10 см равен 40 см.

Имеем: $2(x+8) < 40$,

$$x+8 < 20,$$

$$x < 12.$$

Учитывая, что $x > 0$, имеем $0 < x < 12$.



Рассмотрим ещё один пример:

При каких значениях переменной выражение $\sqrt{5x-15}$ имеет смысл?



$$5x-15 \geq 0,$$

$$5x \geq 15,$$

$$x \geq 5.$$

Выражение $\sqrt{5x-15}$ имеет смысл при $x \geq 5$.