Готовимся к ЕГЭ.
Задание B13.

Задачи на проценты.

«Я могу только показать

тебе дверь,

войти в неё

ты должен сам»

Скотт Мюллер.

Понятие о проценте.

- **Проценты – одно из математических понятий, которые часто встречаются в повседневной жизни.**

Прежде, чем научиться использовать проценты в практических или научных целях, необходимо овладеть чисто математической техникой работы с процентами.

Определение. **Процентом называется одна сотая часть величины.**

Для обозначения процента введен знак %.

Вместо, например, 5 процентов пишут **5%.**

Если 1% – это сотая часть величины, то вся величина составляет 100%.

Пример. Найдите 1% от числа 37.

Решение: $\mathbf{37 : 100 = 0,37}$ или $37 \cdot 0,01 = \mathbf{0,37}$.

Ответ: **0,37**.

Любое число процентов можно выразить дробью или натуральным числом.

Чтобы выразить проценты дробью или натуральным числом, надо разделить число процентов на 100 или умножить на 0,01.

Пример.

$\mathbf{24\% = \frac{24}{100} = 0,24}$, т.е. **24% от какой-либо величины составляют двадцать четыре сотых этой величины.**

Чтобы выразить число в процентах, надо его умножить на 100.

Пример.

Обратите десятичную дробь 0,7 в проценты.

Решение: $\mathbf{0,7 = 0,7 \cdot 100\% = 70\%}$.

Ответ: **70%**.

Необходимо знать!

- **Поскольку проценты выражаются дробями, то задачи на проценты являются по существу теми же задачами на дроби.**

Связь между простейшими значениями процентов и соответствующими дробями:

Проценты	5%	10%	20%	25%	40%	50%	60%	75%	80%
Десятичная дробь	0,05	0,1	0,2	0,25	0,4	0,5	0,6	0,75	0,8
Обыкновенная дробь									

$$p\,\% = \frac{p}{100} = 0,01p.$$

$$(100+p)\% = \frac{100+p}{100} = 1 + 0,01p.$$

$$(100-p)\% = \frac{100-p}{100} = 1 - 0,01p.$$

Простейшие задачи, связанные с понятием проценты.

- **Правило 1. Нахождение процента от числа.**

Чтобы найти $p\%$ от числа a, то есть $\frac{p}{100}$ от a, надо a умножить на $\frac{p}{100}$:

$$\boldsymbol{b = a \cdot \frac{p}{100}} \quad \textbf{или} \quad \boldsymbol{b = a \cdot 0{,}01p}.$$

Чтобы найти процент от числа, надо это число умножить на соответствующую дробь.

Необходимо знать!

Формулу $b = a \cdot \frac{p}{100}$ считают основной и называют формулой процентов.

Простейшие задачи, связанные с понятием проценты.

- **Правило 2. Нахождение числа по его проценту.**

Чтобы найти число по его части b, выраженной дробью $\frac{p}{100}$, надо b разделить на $\frac{p}{100}$:

$$a = b : \frac{p}{100} \quad \text{или} \quad a = \frac{b}{0{,}01p}.$$

Чтобы найти число по его проценту, надо часть, соответствующую этому проценту, разделить на дробь.

- **Правило 3. Нахождение процентного отношения двух чисел.**

Чтобы найти, сколько процентов число b составляет от числа a, надо сначала узнать, какую часть b составляет от числа a, а затем эту часть выразить в процентах:

$$p = \frac{b}{a} \cdot 100\ (\%).$$

Чтобы узнать, сколько процентов одно число составляет от второго , надо первое число разделить на второе и результат умножить на 100.

Частное двух чисел, выраженное в процентах, называется процентным отношением.

Простейшие задачи, связанные с понятием проценты. Простой процентный рост.

- **Правило 4.** Формула простого процентного роста.

$$s_n = s\left(1 + \frac{pn}{100}\right) \quad \text{или} \quad s_n = s(1 + 0{,}01pn).$$

$$s_n = s\left(1 - \frac{pn}{100}\right) \quad \text{или} \quad s_n = s(1 - 0{,}01pn).$$

Сложный процентный рост.

- **Правило 5.** Формула сложного процентного роста.

$$S_n = S\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad \text{или} \quad S_n = S(1 + 0{,}01p)^n.$$

$$S_n = S\left(1 - \frac{p}{100}\right)^n \quad \text{или} \quad S_n = S(1 - 0{,}01p)^n.$$

Пример 1. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

Решение.

1.

Год	2008	2009
Число жителей	40000 человек	?
В процентах	100%	(100+8)%

108% = 1,08.

В 2009 году в квартале стало проживать $1,08 \cdot 40000 = 43200$ (человек).

2.

Год	2009	2010
Число жителей	43200 человек	?
В процентах	100%	(100+9)%

109% = 1,09.

В 2010 году в квартале стало проживать $1,09 \cdot 43200 = 47088$ (человек).

Ответ: 47088 человек.

Решите самостоятельно.

Пример 2. В 2009 году в городском квартале проживало 20000 человек. В 2010 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 2%, а в 2011 году — на 3% по сравнению с 2010 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2011году? Ответ: **21012**

Пример 3. В 2009 году в городском квартале проживало 50000 человек. В 2010 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 5%, а в 2011 году — на 3% по сравнению с 2010 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2011 году? Ответ: **54075**

Необходимо знать!

1. Последовательное увеличение величины на некоторое число процентов, а затем уменьшение результата на то же число процентов не приводит к начальной величине: ведь второе действие мы совершаем уже с другой величиной.

То же самое можно сказать и об обратной последовательности действий. Любопытно, что в любом случае получим в итоге величину, меньшую начальной величины.

При увеличении величины a на $p\%$ $(p > 0)$ получим величину

$$a_1 = a(1 + 0{,}01p).$$

Если же теперь уменьшить a_1 на $p\%$ $(p > 0)$ получим

$$a_2 = a_1(1 - 0{,}01p) = a(1 + 0{,}01p)(1 - 0{,}01p) = a(1 - (0{,}01p)^2).$$

2. Дважды последовательное увеличение величины a на одно и то же число процентов p $(p > 0)$ приводит к результату $a(1 + 0{,}01p)(1 + 0{,}01p) = a \cdot (1 + 0{,}01p)^2$.

3. Дважды последовательное уменьшение величины a на одно и то же число процентов p $(p > 0)$ приводит к результату

$$a(1 - 0{,}01p)(1 - 0{,}01p) = a \cdot (1 - 0{,}01p)^2.$$

Пример 4. В понедельник акции компании подорожали на некоторое число процентов, а во вторник подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

Решение.

1. Пусть цена акции до понедельника равна a $(a > 0)$.

Последовательное увеличение величины a на некоторое число процентов р $(p > 0)$, а затем уменьшение результата на то же число процентов р приводит к величине: $a(1-(0{,}01p)^2)$.

2. Если бы величину a в понедельник уменьшили на 4%, то она стала бы равна $a \cdot 0{,}96$.

3. По условию задачи оба выражения $a(1-(0{,}01p)^2)$ и $a \cdot 0{,}96$ равны.

$a(1-(0{,}01p)^2) = a \cdot 0{,}96.$

Так как $a \neq 0$, получим уравнение

$$(1-(0{,}01p)^2) = 0{,}96 \Leftrightarrow (0{,}01p)^2 = 1 - 0{,}96 \Leftrightarrow (0{,}01p)^2 = 0{,}04 \Leftrightarrow p^2 = 400 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p = 20, \\ p = -20. \end{array}\right.$$

4. Условию задачи удовлетворяет $p = 20$.

Ответ: 20%.

Решите самостоятельно.

Пример 5. 4. В среду акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в четверг подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 64% дешевле, чем при открытии торгов в среду. На сколько процентов подорожали акции компании в среду? Ответ: **80%**

Пример 6. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 36% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг? Ответ:

60%

Пример7 . Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.

Решение.

Последовательное уменьшение величины 20000 дважды на некоторое число процентов p ($p > 0$) приводит к величине: $20000 \cdot (1 - 0{,}01p)^2$.

По условию задачи $20000 \cdot (1 - 0{,}01p)^2 = 15842 <=> (1 - 0{,}01p)^2 = \frac{15842}{20000} <=>$

$$<=> (1 - 0{,}01p)^2 = \frac{7921}{10000} <=> \left[\begin{array}{l} 1 - 0{,}01p = 0{,}89, \\ 1 - 0{,}01p = -0{,}89 \end{array}\right. <=> \left[\begin{array}{l} p = 11, \\ p = 189. \end{array}\right.$$

По смыслу задачи $p < 100$.

Каждый год цена холодильника уменьшалась на 11%.

Ответ: 11%.

Решите самостоятельно.

Пример 8. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 17672 рубля. Ответ: **6%**

Пример 9. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20400 рублей, через два года был продан за 18411 рублей. Ответ: **5%**

Пример10. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение.

1. 2006-2001 = 5 (лет) увеличивался капитал компании «Альфа».
2. $5000 \cdot 3^5 = 1215000$(долларов) составил капитал компании «Альфа» к концу 2006 года.
3. 2006-2003 = 3 (года) увеличивался капитал компании «Бета».
4. $10000 \cdot 5^3 = 1250000$(долларов) составил капитал компании «Бета» к концу 2006 года.
5. $1250000 - 1215000 = 35000$(долларов).

Ответ: 35000 долларов.

Решите самостоятельно.

Пример11. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 3500 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2004 году, имея капитал в размере 4500 долларов, и, начиная с 2005 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 300% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2008 года, если прибыль из оборота не изымалась? Ответ:

704000

Пример 12. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 4000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 100% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2005 году, имея капитал в размере 4500 долларов, и, начиная с 2006 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 200% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2008 года, если прибыль из оборота не изымалась? Ответ:

390500

Пример 13. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год? Ответ:

320000

Пример 14. Бизнесмен Коржов получил в 2000 году прибыль в размере 1200000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 19% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Коржов за 2002 год? Ответ:

1699320

Пример 15. Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.

Решение.

1. $\frac{42000}{200000} = 0{,}21$часть уставного капитала внес Антон.
2. $1 - (0{,}14 + 0{,}12 + 0{,}21) = 0{,}53$ часть уставного капитала внес Борис.
3. $1000000 \cdot 0{,}53 = 530000$ (рублей) причитается Борису от прибыли.

Ответ: 530000 рублей.

Решите самостоятельно.

Пример 16. Митя, Антон, Паша и Гоша учредили компанию с уставным капиталом 100000 рублей. Митя внес 24% уставного капитала, Антон — 55000 рублей, Паша — 0,18 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Гоша. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 600000 рублей причитается Гоше? Ответ дайте в рублях. Ответ: **18000**

Пример 17. Дима, Андрей, Гриша и Коля учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Дима внес 26% уставного капитала, Андрей — 55000 рублей, Гриша — 0,16 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Коля. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Коле? Ответ дайте в рублях. Ответ: **305000**

Пример 18. Четыре рубашки дешевле куртки на 8%. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

Решение.

Пусть стоимость куртки составляет 100%.

100 – 8 = 92 (%) составляет стоимость четырех рубашек от стоимости куртки.

$\frac{92}{4} = 23$(%) составляет стоимость одной рубашки от стоимости куртки.

$23 \cdot 5 = 115$(%) составляет стоимость пяти рубашек от стоимости куртки.

115 – 100 = 15 (%) .

На 15 процентов пять рубашек дороже куртки.

Ответ: 15%.

Решите самостоятельно.

Пример 19. Десять рубашек дешевле куртки на 4%. На сколько процентов пятнадцать рубашек дороже куртки? Ответ: **44%**

Пример 20. Десять рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов двенадцать рубашек дороже куртки? Ответ: **8%**

Пример 21. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67%. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Решение.

Пусть x% от общего дохода семьи составляет зарплата мужа, y% - зарплата жены, z% - стипендия дочери.

$x + y + z = 100.$ (1)

Зарплата мужа увеличилась бы вдвое, общий доход семьи стал бы 100 + 67 = 167 (%).

То есть $2x + y + z = 167.$ (2)

Вычтем из второго уравнения первое, получим $x = 67$.

Стипендия дочери уменьшилась бы втрое, общий доход семьи стал бы 100 - 4 = 96 (%).

То есть $x + y + \frac{1}{3}z = 96.$ (3)

Вычтем из первого уравнения третье, получим $\frac{2}{3}z = 4 <=> z = 6.$

100 – (67 + 6) = 27 (%) от общего дохода семьи составляет зарплата жены.

Ответ: 27%.

Решите самостоятельно.

Пример 22. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 201%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вдвое, общий доход семьи сократился бы на 4%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: **25%**

Пример 23. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вчетверо, общий доход семьи вырос бы на 192%. Если бы стипендия дочери уменьшилась вчетверо, общий доход семьи сократился бы на 6%. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Ответ: **28%**

Пример 24. Букинистический магазин продал книгу со скидкой 10% с назначенной цены и получил при этом 8% прибыли. Сколько процентов прибыли первоначально полагал получить магазин?

Решение.

1.

Цена, по которой букинистический магазин приобрел книгу	Предполагаемая прибыль	Первоначальная цена книги в магазине	Скидка от первоначальной цены	Цена, по которой магазин продал книгу
		(1+0,01p)x рублей	10%	0,9(1+0,01p)x рублей

2.

Цена, по которой букинистический магазин приобрел книгу	Прибыль магазина	Цена, по которой магазин продал книгу
x рублей	8%	1,08x рублей

$(1 + 0{,}01p)x \cdot 0{,}9 = 1{,}08 \cdot x <=> p = 20.$

Магазин полагал получить 20% прибыли.

Ответ: 20%.

Задачи на концентрацию, смеси, сплавы.

Процентное содержание вещества в растворе называют концентрацией раствора.

Обычно, в условиях задач, решение которых связано с использованием понятий «концентрация» и «процентное содержание», речь идет о составлении сплавов, растворов или смесей двух или нескольких веществ.

Основные допущения, как правило, принимаемые в задачах подобного рода, состоят в следующем:

а) все получающиеся сплавы или смеси однородны;

б) при слиянии двух растворов, имеющих объемы V_1 и V_2, получается смесь, объем которой равен $V_1 + V_2$, т.е.

$V_o = V_1 + V_2$ причем,

последнее соотношение является именно допущением, поскольку не всегда выполняется в действительности: при слиянии двух растворов не объем, а масса смеси равняется сумме масс составляющих ее компонент.

При решении задач на смеси и сплавы обычно отслеживают изменения, происходящие с «чистым» веществом.

Простейшие задачи на концентрацию, смеси, сплавы.

- **Задача 1.** Смешали a литров p – процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами q – процентного водного раствора этого же вещества. Найти концентрацию получившейся смеси.

Решение.

Пусть концентрация смеси равна k.

$$k = \frac{0{,}01pa + 0{,}01qb}{a+b} \cdot 100 = \frac{ap+bq}{a+b} \ (\%).$$

При решении задачи можно составить уравнение:

1. По растворимому веществу

$0{,}01pa + 0{,}01qb = 0{,}01k(a+b)$ или

$$pa + qb = k(a+b).$$

2. По воде

$0{,}01(100-p)a + 0{,}01(100-q)b = 0{,}01(100-k)(a+b)$

или $(100-p)a + (100-q)b = (100-k)(a+b)$.

- **Задача 2.** Смешали a литров p – процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами воды. Найти концентрацию получившейся смеси.

Решение.

Пусть концентрация смеси равна k.

$$k = \frac{0{,}01ap}{a+b} \cdot 100 = \frac{ap}{a+b}\ (\%)$$

При решении задачи можно составить уравнение:

1. По растворимому веществу

$0{,}01ap + 0 = 0{,}01k(a+b)$ или

$$ap = k(a+b).$$

2. По воде

$0{,}01(100-p)a + b = 0{,}01(100-k)(a+b).$

- **Задача 3.** Смешали a литров p – процентного водного раствора некоторого вещества с b литрами этого же вещества. Найти концентрацию получившейся смеси.

Решение.

Пусть концентрация смеси равна k

$$k = \frac{0{,}01ap + b}{a + b} \cdot 100 = \frac{ap + 100b}{a + b} (\%)$$

При решении задачи можно составить уравнение:

1. По растворимому веществу

$$0{,}01ap + b = 0{,}01k(a + b) \text{ или}$$

$$ap + 100b = k(a + b)$$

2. По воде

$$0{,}01(100 - p)a + 0 = 0{,}01(100 - k)(a + b).$$

Пример 25. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Вещество	Вода
15%	

+

Вещество	Вода
25%	

=

Вещество	Вода
Р%	

По массе

$$4 + 6 = 10,$$

Уравнение по веществу

$$0{,}15\cdot 4 + 0{,}25\cdot 6 = 0{,}01p\cdot 10,$$

$$p = 21.$$

Ответ: 21 %.

Пример 26. Морская вода содержит 8% (по весу) соли.

Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 30 кг морской воды, чтобы содержание соли в последней составило 5%?

Решение.

Соль	Вода
8%	

\+

Вода

=

Соль	Вода
5%	

По массе

$$30 \quad + \quad y \quad = \quad 30 + y$$

Уравнение по растворимому веществу (соли):

$$0{,}08 \cdot 30 \quad + \quad 0 \quad = \quad 0{,}05(30 + y),$$

$$y = 18.$$

Ответ: 18 кг.

Пример 27. Имеются два раствора серной кислоты в воде – 40 – процентный и 60 - процентный. Эти растворы смешали и добавили 5 кг чистой воды. В результате получили 20 процентный раствор кислоты. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80 - процентного раствора той же кислоты, то получили бы 70 - процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 40 – процентного и 60 процентного растворов использовали для получения смеси?

Решение.

1.

Серная кислота	Вода	+	Серная кислота	Вода	+	Вода	=	Серная кислота	Вода
40%			60%					20%	

По масса x + y + 5 = $x + y + 5$

Первое уравнение по растворимому веществу (серной кислоте):

$$0{,}4x \quad + \quad 0{,}6y \quad + \quad 0 \quad = \quad 0{,}2(x+y+5)$$

2.

Серная кислота	Вода	+	Серная кислота	Вода	+	Серная кислота	Вода	=	Серная кислота	Вода
40%			60%			80%			70%	

По массе x + y + 5 = $x + y + 5$

Второе уравнение по растворимому веществу (серной кислоте):

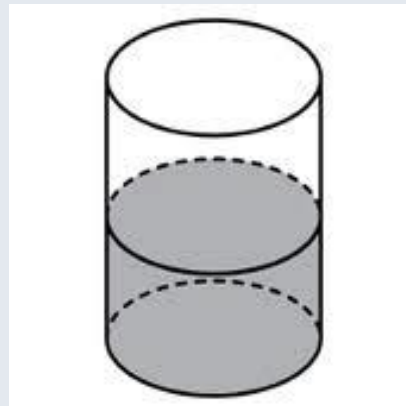
$$0{,}4x \quad + \quad 0{,}6y \quad + \quad 0{,}8\cdot 5 \quad = \quad 0{,}7\cdot(x+y+5).$$

Система примет вид: $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ 3x + y = 5 \end{cases}$, откуда $x = 1, y = 2$.

Ответ: 1 кг 40%-го раствора и 2 кг 60%-го раствора.

Пример 28. Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5% влаги. Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?

Решение.

 −  = 

влага	Сухая масса
90%	10%
По массе	x

−

влага
100%
(x – 20)

=

влага	Сухая масса
5%	95%
20.	

По сухой массе

0,1 · x - 0 = 0,95 ·20,

x = 190.

Винограда необходимо 190 кг

(По влаге 0,9 · x - 1· (x- 20) = 0,5 ·20.

x = 190).

Ответ: 190 кг.

Пример 29. Имеются два слитка, содержащие медь (Cu). Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Содержание меди в первом слитке - 10%, во втором – 40%. Слитки сплавили. Процентное содержание меди в сплаве – 30%. Определить массу полученного слитка.

Решение.

Cu		+	Cu		=	Cu	
10%			40%			30%	

По массе $x + (x+3) = (x + x + 3)$,

По меди

$0{,}1 \cdot x + 0{,}4 \cdot (x+3) = 0{,}3 \cdot (x + x + 3)$,

$x = 3.$

Масса полученного слитка 9 кг.

Ответ: 9 кг.

Пример 30. Смешали некоторое количество 15-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение.

Вещество	Вода
15%	

\+

Вещество	Вода
19%	

=

Вещество	Вода
P%	

По массе

$$x + x = 2x.$$

Уравнение по веществу

$$0{,}15x + 0{,}19x = 0{,}01 \cdot p \cdot 2x, \text{ так как } x \neq 0,$$

$$0{,}15 + 0{,}19 = 0{,}01 \cdot p \cdot 2,$$

$$p = \frac{15+19}{2},$$

$$p = 17.$$

Ответ: 17%.

Вывод.

Концентрация смеси двух или нескольких растворов равной массы равна среднему арифметическому концентраций всех растворов, входящих в данную смесь.

Пример 31. Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Решение.

1.

Кислота		+	Кислота		=	Кислота	
P%			q%			68%	

По м

30 + 20 = 50,

По кислоте

0,01p·30 + 0,01q·20 = 0,68·50,

2.

Кислота		+	Кислота		=	Кислота	
P%			q%			70%	

По массе

x + x = 2x.

Так как массы растворов равны

p + q = 2·70.

3. $\begin{cases} 3p + 2q = 340, \\ p + q = 140 \end{cases} <=> \begin{cases} p = 60, \\ q = 80. \end{cases}$

4. В первом сосуде 0,6·30=18 (кг) кислоты.

Ответ: 18 кг.

Для самостоятельного решения.

Пример 32. В сосуд, содержащий 7 литров 28-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 33. В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 34. В сосуд, содержащий 6 литров 11-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 5 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 35. Смешали 3 литра 35-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 15-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 36. Смешали 8 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 12 литрами 40-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 37. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием воды 75%?

Пример 38. Смешав 30-процентный и 60-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30-процентного раствора использовали для получения смеси?

Пример 39. Имеются два раствора кислоты в воде – 62 – процентный и 93 - процентный. Эти растворы смешали и добавили 10 кг чистой воды. В результате получили 62 процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг чистой воды добавили 10 кг 50 - процентного раствора той же кислоты, то получили бы 67 - процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 62 – процентного раствора использовали для получения смеси?

Пример 40. Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Пример 41. Смешали некоторое количество 20-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 16-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 42. Смешали некоторое количество 16-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 18-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Пример 43. Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 225 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Пример 44. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 60 кг раствора кислоты различной

Ответы.

№ задания	32	33	34	35	36	37
Ответ	14%	5%	6%	19%	28%	200 кг

№ задания	38	39	40	41	42	43	44
Ответ	60 кг	70 кг	100 кг	18 %	17 %	75 кг	10 кг

Для того чтобы научиться решать текстовые задачи надо:

- Решать разные типы задач с разным уровнем сложности.
- Искать наиболее рациональные способы решения.
- Пользоваться разными методами решения.
- Решать как можно больше задач, как текстовых, так и других видов.

Рекомендации по решению текстовых задач

Не просто прочитайте, а тщательно изучите условие задачи.

- Попытайтесь полученную информацию представить в другом виде – это может быть рисунок, таблица или просто краткая запись условия задачи. Таблица является универсальным средством и позволяет решать большое количество идейно близких задач.
- Выбор неизвестных. Не надо бояться большого количества неизвестных или уравнений. Главное, чтобы они соответствовали условию задачи и, можно было составить соответствующую «математическую модель» (уравнение, неравенство, система уравнений или неравенств).
- Составление и решение «математической модели». При составлении «математической модели» (уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств) ещё раз внимательно прочитайте условие задачи. Проследите за тем, что соответствует каждой фразе текста задачи в полученной математической записи и чему в тексте задачи соответствует каждый «знак» полученной записи (сами неизвестные, действия над ними, полученные уравнения, неравенства или их системы).
- Очень важно не только составить уравнение, неравенство, систему уравнений или неравенств, но и решить его.
- Если решение задачи не получается, то нужно ещё раз прочитать и проанализировать задачу (заданный текст и полученную запись).
- Иногда по условию задачи достаточно отыскать не сами неизвестные, а их комбинации. Например, не значения неизвестных, а их сумму, разность и т.п.
- Если получилось правильное, но очень сложное выражение, то попробуйте ввести другие неизвестные, может быть, изменив их количество, чтобы получилась более простая модель.
- Иногда неизвестные в задачах выражаются только целыми числами, тогда при решении задач нужно использовать свойства целых чисел.
- Решение сложной текстовой задачи – процесс творческий. Иной раз требуется вернуться к самому началу задачи, учитывая и анализируя уже полученные результаты.

Литература

- Спецификация экзаменационной работы по математике единого государственного экзамена 2012 г.
- Шестаков С. А., Гущин Д. Д. ЕГЭ 2012. Математика. Задача В13. Задачи на составление уравнений. Рабочая тетрадь / Под ред. А. Л. Семенова и И. В. Ященко.- 3-е изд., дополн. – М.: МЦНМО, 2012.
- Система дистанционной подготовки к ЕГЭ МИОО. Открытый банк заданий.
- Левченко Н.П. Математика: Тренировочные задания тестовой формы с кратким ответом: рабочая тетрадь для учащихся общеобразовательных учреждений. (Практикум для подготовки к ЕГЭ.) М.: Вентана-Граф, 2008.
- Семенов П.В. Алгебра и начала анализа: учеб. пособие. (ЕГЭ: шаг за шагом.) М.: Мнемозина, 2010.
- Семенов П.В. Математика 2008. Выпуск 4. Текстовые и геометрические задачи. Задачи с развернутым ответом. (Как нам подготовиться к ЕГЭ.) М.: МЦНМО, 2008.
- Черкасов О.Ю., Якушев А.Г. Математика: интенсивный курс подготовки к экзамену. (Домашний репетитор.) М.: Айрис-пресс, 2011.
- Юрченко Е.В. Математика. Тематическая рабочая тетрадь для восстановления базовых знаний. Части, отношения, пропорции, проценты. (Тематические тетради.) М.: Айрис-пресс, 2007.
- М.Л.Галицкий, А.М.Гольдман, Л.И.Звавич Сборник задач по алгебре 8-9 класс

  Москва «Просвещение» 2010 год
- Е.Д.Куланин, В.П.Норин, С.Н.Фезин, Ю. А. Шевченко 3000 конкурсных задач по математике. Москва «Мартин» 2010 год
- С.В.Кравцев, Ю.Н.Макаров, В.Ф.Максимов Методы решения задач по алгебре. Москва «ОНИКС 21 век» 2006 год
- М.И.Сканави Сборник задач для поступающих в ВУЗы Москва «Мир и Образование» 2010 год

Спасибо!