

Работа выполнена ученицей 9 класса
МОУ СОШ №19
ст.Ладожской Усть-Лабинского района
Селезнёвой Дарьей Андреевной

Руководитель:
Снева Фаиса Степановна,
учитель математики МОУ СОШ №19,
Заслуженный учитель Кубани,
Заслуженный учитель России,
победитель конкурса
«Лучший учитель России»
(программа реализации ТНПО)

« Геометрия обладает двумя великими сокровищами. Первое - это теорема Пифагора, которую можно сравнить

с мерой золота...»

И. Кеплер

- **Цель:**

внимательно изучив формулировку теоремы Пифагора, проанализировав доказательство и используя обобщение, предложить более широкий круг объектов, при помощи которых происходит доказательство теоремы Пифагора, создав тем самым новую интерпретацию её формулировки.

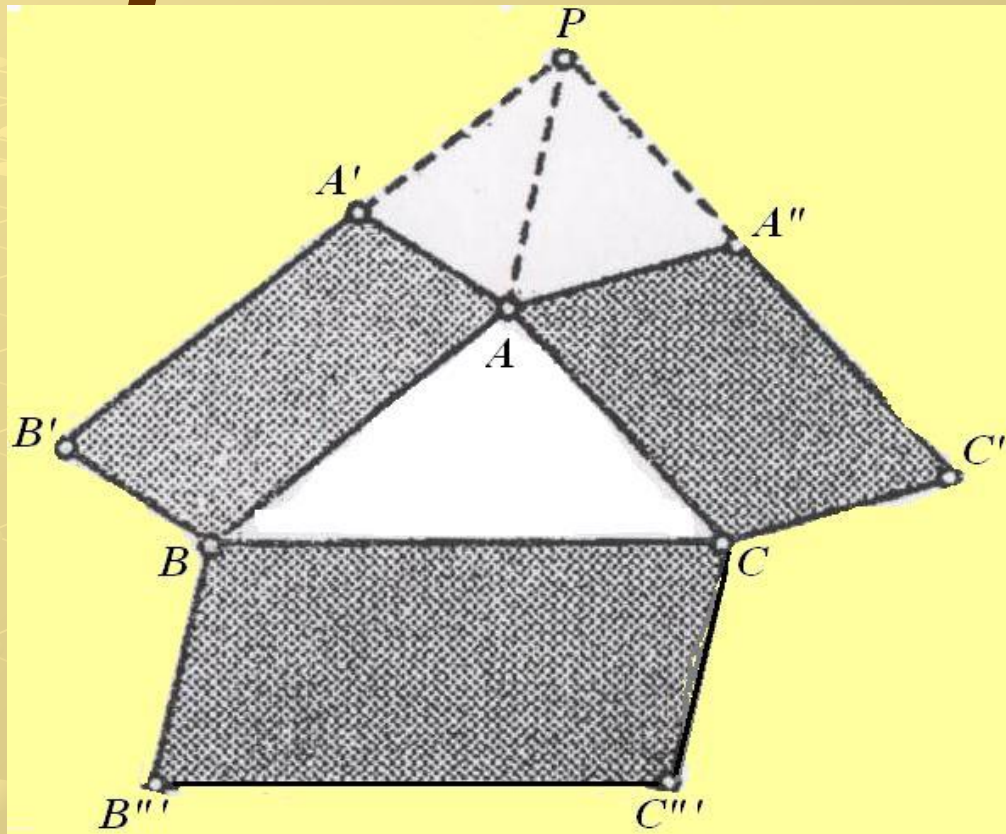
- **Задачи:**

- 1) обобщение материала по исследуемой теме.
- 2) применение теоремы Паппа как дополнительного инструмента проекта.
- 3) систематизирование информации, представленной в проекте.
- 4) создание новой интерпретации формулировки теоремы Пифагора.

ГИПОТЕЗА

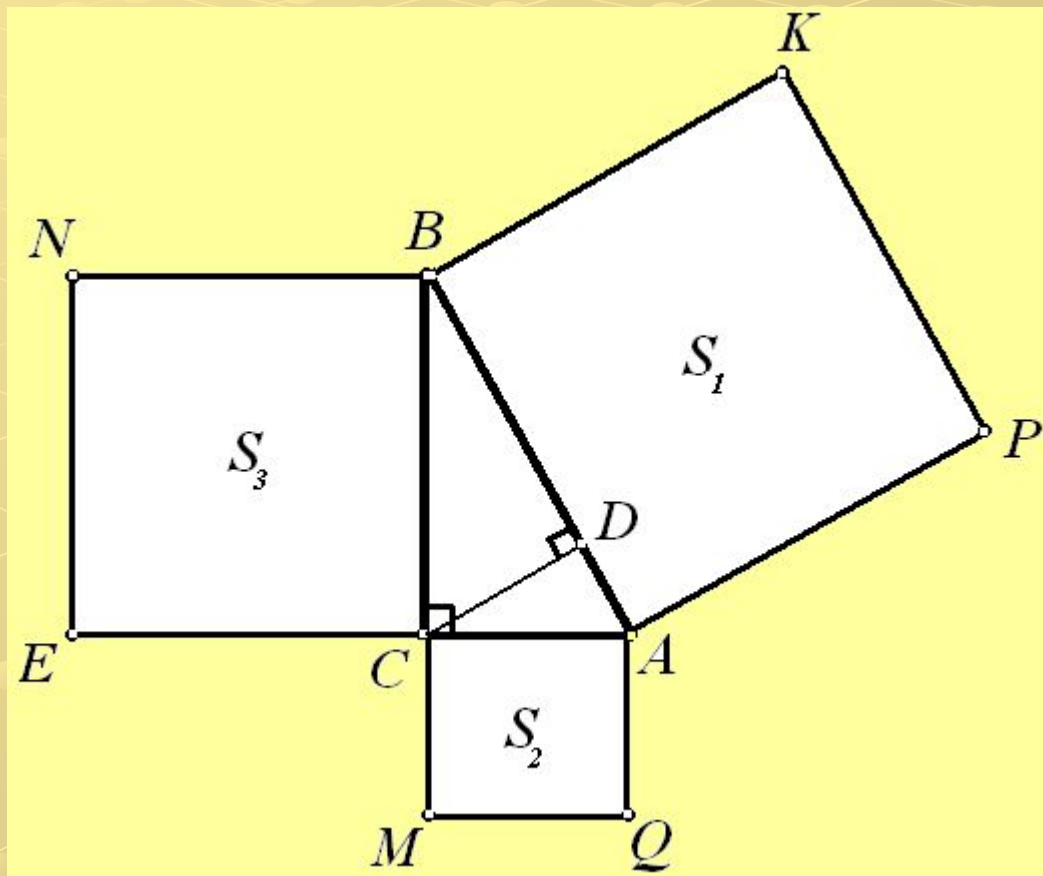
Если я (в доказательстве теоремы Пифагора) на сторонах прямоугольного треугольника построю не квадраты (как предложил Пифагор), а подобные многоугольники, то будет ли справедливо, что площадь многоугольника, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей многоугольников, построенных на катетах? Если я это докажу, то у меня появится новая интерпретация формулировки теоремы Пифагора, что обогатит учебный материал, а

Теорема Паппа



Если на сторонах произвольного треугольника ABC построить параллелограммы соответствующим образом, то площадь параллелограмма, построенного на большей стороне, равна сумме площадей двух остальных

Проверка гипотезы



$$\triangle CDA \sim \triangle BAC \quad k_1 = \frac{b}{c}$$

$$\triangle BCD \sim \triangle BAC \quad k_2 = \frac{a}{c}$$

$$\triangle BCD \sim \triangle CAD \quad k_3 = \frac{a}{b}$$

$$APKB \sim CMQA$$

$$CMQA \sim BNEC$$

$$APKB \sim BNEC$$

На сторонах прямоугольного треугольника построим равносторонние треугольники. Достроив их до параллелогограммов и применив теорему Паппа, имеем:

$$\frac{1}{2} S_{ABKP} = \frac{1}{2} S_{AQMC} + \frac{1}{2} S_{CENB}$$

$$S_{\Delta BKA} = S_{\Delta AMC} + S_{\Delta BCN}$$

$$S_1 = \frac{c^2 \sqrt{3}}{4} \quad S_2 = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_3 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

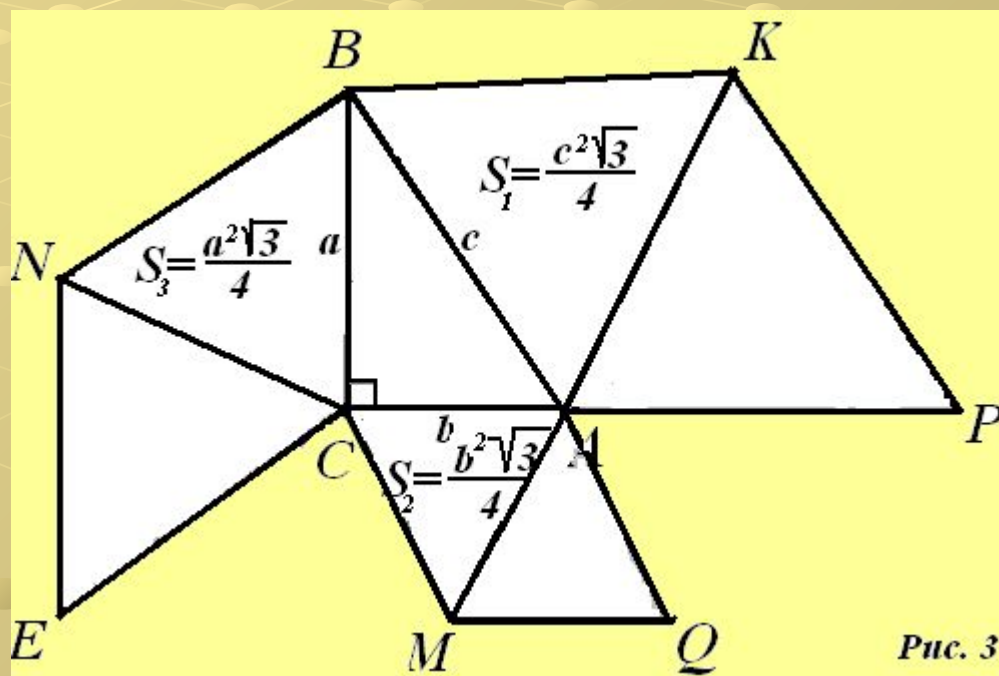


Рис. 3

$$\frac{c^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{b^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad \Rightarrow \quad c^2 = b^2 + a^2$$

На сторонах прямоугольного треугольника построим равнобедренные подобные треугольники.

Достроив их до параллелограммов и применив теорему Паппа, имеем:

$$\begin{aligned} \triangle BCD \sim \triangle CAD \sim \triangle BAC & \text{ (как построенные на сходственных} \\ \triangle BKA \sim \triangle AMC \sim \triangle CNB & \text{ сторонах)} \end{aligned}$$

$$1) \triangle CDA \sim \triangle BCA \quad k = \frac{b}{c}$$

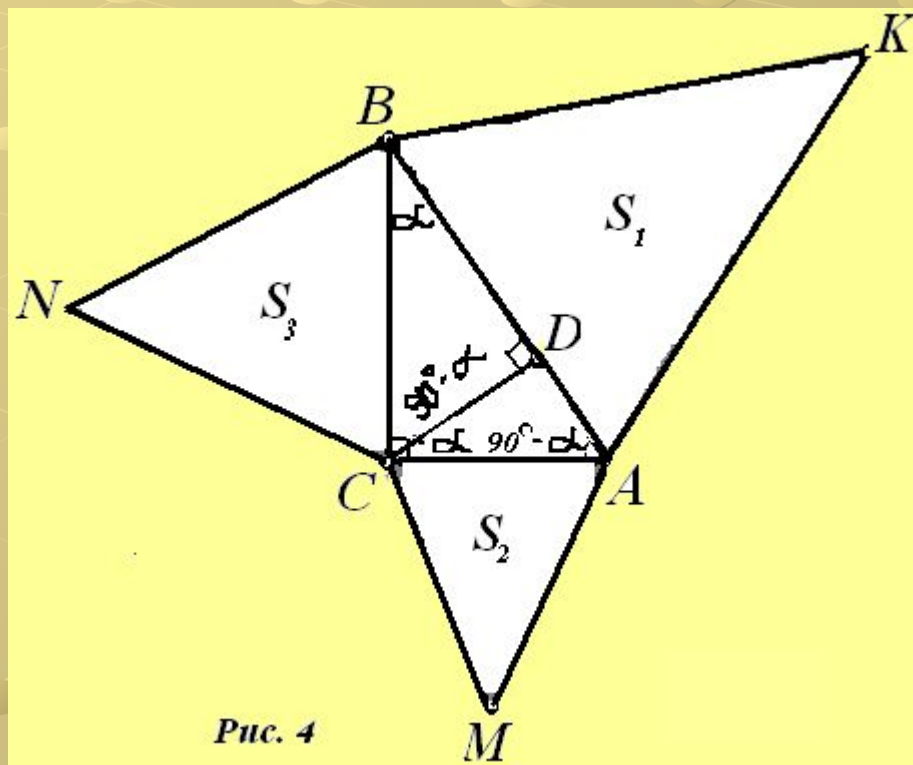
$$\triangle AMC \sim \triangle AKB \quad k = \frac{b}{c}$$

$$2) \triangle BCD \sim \triangle BAC \quad k = \frac{a}{c}$$

$$\triangle CNB \sim \triangle BKA \quad k = \frac{a}{c}$$

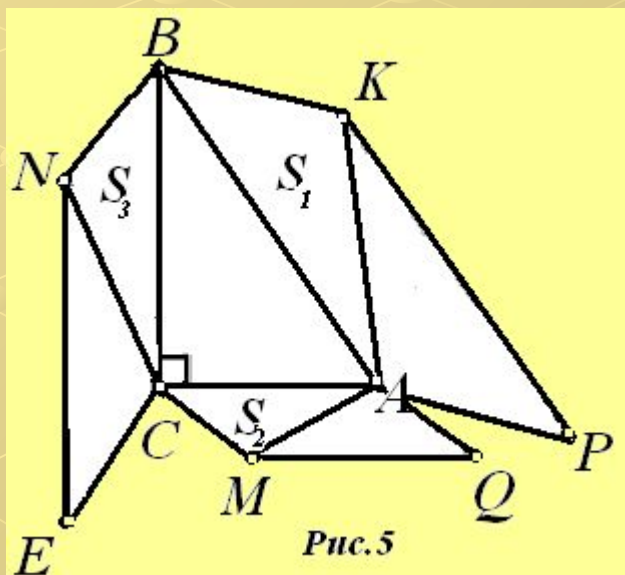
$$3) \triangle BCD \sim \triangle CAD \quad k = \frac{a}{b}$$

$$\triangle CNB \sim \triangle AMC \quad k = \frac{a}{b}$$



На сторонах прямоугольного треугольника построим разносторонние подобные треугольники с коэффициентами подобия соответственно $\frac{b}{c}$, $\frac{a}{c}$, $\frac{a}{b}$ (это коэффициенты подобных треугольников, на которые делит высота, опущенная из вершины прямого угла треугольника).

Достроив их до параллелограммов и применив теорему Паппа, получим, что площадь треугольника, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей треугольников, построенных на катетах.



$$S_{ABKP} = S_{AQMC} + S_{BCEN}$$

$$\frac{1}{2} S_{ABKP} = \frac{1}{2} S_{AQMC} + \frac{1}{2} S_{BCEN}$$

$$S_1 = S_2 + S_3$$

Новая интерпретация формулировки теоремы Пифагора

Если на сторонах прямоугольного треугольника, как на сходственных, построить подобные многоугольники, то площадь многоугольника, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей многоугольников, построенных на катетах.