Решение тригонометрических уравнений 10 класс

Ильина Светлана Владимировна

учитель математики

лицей № 9 имени О.А.Жолдасбекова

г.Шымкент, Казахстан

Цели урока:

- Формировать умение решать разные виды тригонометрических уравнений различными способами, умение быстро находить правильное решение,
- Развивать логическое и критическое мышление, внимание, память,
- Воспитывать ответственность, самоконтроль

Актуализация опорных знаний

Простейшие тригонометрические уравнения

sin x =a,   x =(-1) ^{n} arcsin a + πn, n € Z,

cos x = a,   x = ± arccos a + 2 πn, n € Z,

tg x= a,   x = arctg a + πn, n € Z,

ctg x = a,   x = arcctg a + πn, n € Z,

Частные случаи решения простейших тригонометрических уравнений

Решить уравнения:

1 вариант

Sin x = 0	
sin x = 1	
sin x = -1	
ctg x = 0	
ctg x = 1	
ctg x = - 1	

2 вариант

cos x = 0	
cos x = 1	
cos x = -1	
tg x = 0	
tg x = 1	
tg x = - 1	

П Р О В Е Р К А

1 вариант

$\sin x = 0$	$x = \pi n,\ n € Z$
$\sin x = 1$	$x = \pi/2 + 2\pi n,\ n € Z$
$\sin x = -1$	$x = -\ \pi/2 + 2\pi n,\ n € Z$
$ctg\ x = 0$	$x = \pi/2 + \pi n,\ n € Z$
$ctg\ x = 1$	$x = \pi/4 + \pi n,\ n € Z$
$ctg\ x = -\ 1$	$x = 3\pi/4 + \pi n,\ n € Z$

2 вариант

cos x = 0	x = π/2 + πn, n € Z
cos x = 1	x = 2πn, n € Z
cos x = -1	x = π + 2πn, n € Z
tg x = 0	x = πn, n € Z
tg x = 1	x = π/4 + π, n € Z
tg x = - 1	x = - π/4 + πn, n € Z

Найти корни уравнения:

Вариант № 1

$4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$

Вариант № 2

$2\cos^2 x - \sin 2x = 0$

проверка

$4(1 - \sin^2 x) + 4\sin x - 1 = 0$

$4 - 4\sin^2 x + 4\sin x - 1 = 0$

$-4\sin^2 x + 4\sin x + 3 = 0$

$4\sin^2 x - 4\sin x - 3 = 0$

$\sin x = y$

$4y^2 - 4y - 3 = 0$

$y_1 = -1/2, \ y_2 = 1.5$

$\sin x = -1/2,$

$x = (-1)^n \arcsin(-1/2) + \pi n, \ n \in Z$

$x = (-1)^n (-\pi/6) + \pi n, \ n \in Z$

$x = (-1)^{n+1} \pi/6 + \pi n, \ n \in Z$

$\sin x \neq 1.5, \ \ 1{,}5 > 1$

Ответ: $(-1)^{n+1} \pi/6 + \pi n, \ n \in Z$

$2\cos^2 x - \sin 2x = 0$

$2\cos^2 x - 2\sin x \cos x = 0$

$2\cos x (\cos x - \sin x) = 0$

$\cos x = 0$ или $\cos x - \sin x = 0$

$x = \pi/2 + \pi n, \ n \in Z$

$\cos x - \sin x = 0 \ \ \mathrm{I} : \ \cos x \neq 0$

$1 - \operatorname{tg} x = 0$

$\operatorname{tg} x = 1$

$x = \pi/4 + \pi n, \ n \in Z$

$\cos x \neq 0$

$x = \pi/2 + \pi n, \ n \in Z$ - исключить

Ответ: $\pi/4 + \pi n, \ n \in Z$

Решить однородное тригонометрическое уравнение:

$$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2\cos^2 x = -1$$

РЕШЕНИЕ

$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2\cos^2 x = -1,$

$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2\cos^2 x + 1 = 0,$

$\sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 2\cos^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = 0,$

$2 \sin^2 x + 5 \sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0 \quad | : \cos x \neq 0,$

$2\, \mathrm{tg}^2 x + 5\, \mathrm{tg} x + 3 = 0,$

$\mathrm{tg} x = y,$

$2y^2 + 5y + 3 = 0,$

По свойству коэффициентов

$y_1 = -1, \; y_2 = -3/2.$

$\mathrm{tg} x = -1,$ $\qquad$ $\mathrm{tg} x = -1.5,$

$x = -\boldsymbol{\pi/4 + \pi n,\; n \in Z,}$ $\qquad$ $x = \mathrm{arctg}\,(-1.5) + \pi n,\; n \in Z.$

$\mathbf{x = -\,arctg\; 1.5 + \pi n,\; n \in Z.}$

Ответ: $-\pi/4 + \pi n, \quad -\mathrm{arctg}\; 1\mathbf{.5 + \pi n,\; n \in Z}$