Природа говорит языком математики: буквы этого языка – круги, треугольники и иные математические фигуры.
Галилей.

Интересные измерения

Проект выполняла: Бахвалова Елена
ученица 10 «б» класса, МОУ СОШ №27.
Руководители:
учитель математики МОУ СОШ № 34.
Бахвалова Наталия Николаевна

На уроках геометрии мы проходим много интересного. Меня заинтересовал вопрос: «Возможно ли знания по геометрии применить на практике, например для измерения высоты дерева, столба, башни…?» Я выяснила, что самый легкий и самый древний способ, тот которым греческий мудрец Фалес, за шесть веков до нашей эры, определил в Египте высоту пирамиды. Он воспользовался её тенью. Жрецы и фараон, собравшись у подножья высочайшей пирамиды, озадаченно смотрели на северного пришельца, отгадывавшего по тени высоту огромного сооружения. Фалес,- говорит предание,- избрал день и час, когда длина собственной его тени равнялась его росту; в этот момент высота пирамиды должна также равняться длине отбрасываемой ею тени. (Конечно, длину тени надо было считать от средней точки квадратного основания пирамиды; ширину этого основания Фалес мог измерить непосредственно).Но, способ Фалеса применим не всегда т.к. солнце у нас низко стоит над горизонтом, и тени бывают равны высоте отбрасывающих их предметов лишь в околополуденные часы летних месяцев.

Но, этот способ можно изменить, чтобы в солнечный день можно было пользоваться любой тенью какой бы она не была. Измерив, кроме того, и свою тень или тень какого-нибудь шеста, вычисляют искомую высоту из пропорции АВ : ав = ВС : вс, **т.** е. высота дерева во столько же раз больше нашей собственной высоты, во сколько раз тень дерева длиннее вашей тени.

По способу Жюля Верна

Тоже весьма несложный- способ измерения высоких предметов картинно описан у Жюля Верна в известном романе «Таинственный остров».

-Сегодня на надо измерить высоту площадки Дальнего вида, сказал инженер.

-Вам понадобиться для этого инструмент? - спросил Гельберт.

_Нет, не понадобиться. Мы будем действовать несколько иначе, обратившись к не менее простому и точному способу.

Юноша, стараясь научиться возможно большему, последовал за инженером, который спустился с гранитной стены до окраины берега.

Взяв прямой шест, футов 12 длинною, инженер измерил его возможно точнее, сравнивая со своим ростом, который был ему хорошо известен. Гельберт же нёс за ним отвес, врученный ему инженером: просто камень, привязанный к концу верёвки.

Не доходя футов 500 до гранитной стены, прднимавшейся отвесно, инженер воткнул шест фута на два в песок и , прочно укрепив его, поставил вертикально с помощью отвеса.

Затем он отошёл от шеста на такое расстояние, чтобы , лёжа на песке, можно было на одной прямой линии видеть и конец шеста, и край гребня. Эту точку он тщательно пометил колышком (рисунок №1).

Тебе знакомы начатки геометрии ?-спросил он Ггерберта, поднимаясь с земли.
-Да,
-Помнишь свойства подобных треугольников?
-Их сходственные стороны пропорциональны.
«-Правильно. Так вот: сейчас я построю два подобных прямоугольных треугольника. У меньшего одним катетом будет отвесный шест, другим –расстояние от колышка до основания шеста; гипотенуза же - мой луч зрения. У другого треугольника катетами будут: отвесная стена, высоту которой мы хотим определить, и расстояние от колышка до основания этой стены; гипотенуза же – мой луч зрения, совпадающий с направлением гипотенузы первого треугольника.
«-Понял!- воскликнул юноша. Расстояние от колышка до шеста так относиться к расстоянию от колышка до основания стены, как высота шеста к высоте стены.
«-Да. И следовательно, если мы измерим два первых расстояния, то, зная высоту шеста, сможем вычислить четвертый, неизвестный член пропорции, т.е. высоту стены. Мы обойдёмся, таким образом, без непосредственного измерения этой высоты.
«Оба горизонтальных расстояния были измерены: меньшее равнялось 15 футам, большее-500 футам.»По окончании измерений инженер составил следующую запись:
158500=10:х,
500*10=5000,
5000:15=333,3
Значит, высота гранитной стены равнялась 333 футам»

Как поступил сержант.

Некоторые из только описанных способов измерения высоты неудобны тем, что вызывают необходимость ложиться на землю. Можно, разумеется, избежать такого неудобства.

Вот однажды было на одном из фронтов Великой Отечественной войны. Подразделению лейтенанта Иванюк было приказано построить мост через горную реку. На противоположном берегу засели фашисты. Для разведки места постройки моста лейтенант выделил разведательную группу во главе со старшим сержантом Поповым…В ближайшем лесном массиве они измерили диаметр и высоту наиболее типичных деревьев и подсчитали количество деревьев, которые можно было использовать для постройки. Высоту деревьев определили при помощи шеста.

Этот способ заключается в следующем:

Запасшись шестом выше своего роста, воткните его в землю отвесно на некотором расстоянии от измеряемого дерева. (рисунок №2)

Отойдите от шеста назад , по продолжению Dd до того места A, с которого, глядя на вершину дерева, вы увидите на одной линии с ней верхнюю точку b шеста. Затем, не меняя положения головы, смотрите по направлению горизонтальной прямой aC, замечая точки c и C, в которых луч зрения встречает шест и ствол. Попросите помощника сделать в этих местах пометки, и наблюдение окончено. Остаётся только на основании подобия треугольников abc и aBC вычислить BC из пропорции BC:bc=aC:ac

Bc=bc*aC/ac.

Расстояние bc, aC и ac легко измерить непосредственно. К полученной величине BC нужно прибавить расстояние СД (которое также измеряется непосредственно), чтобы узнать искомую высоту дерева.

для определения количества деревьев старший сержант приказал солдатам измерить площадь лесного массива. Затем он подсчитал количество деревьев на небольшом участке размером 50x50 кв. м и произвёл соответствующие умножение.

На основании всех данных, собранных разведчиками, командир подразделения установил, где и какой мост нужно строить. Мост построили к сроку, боевое задание было выполнено успешно.

При помощи записной книжки.

Оказывается, в качестве прибора приблизительной оценки недоступной высоты можно использовать и свою карманную записную книжку, если она снабжена карандашом, всунутым в петельку при книжке. Она поможет построить в пространстве те два подобных треугольника, из которых получается искомая высота. Книжку надо держать возле глаз. Она должна находиться в отвесной плоскости, а карандаш выдвигается над верхним обрезом книжки настолько, чтобы, глядя из точки a, видеть вершину B дерева покрытой кончиком в карандаша. Из подобия треугольников abc и aBC высоту BC найдем из пропорции BC:bc=aC:ac.

Расстояния bc, ac, aC измеряются непосредственно. К полученной вершине BC надо прибавить ещё длину CD, т. е. – на ровном месте – высоту глаза над почвой.

Так как ширина ac книжки неизмерима, то если мы будем становиться на одном и том же расстоянии от измеряемого дерева (например , в 10 м), высота дерева будет зависеть только от выдвинутой части вс карандаша. Поэтому мы можем заранее вычислить, какая высота соответствует тому или иному выдвижению, и нанести эти числа на карандаш. Используя небольшие хитрости записная книжка превратилась в упрощенный высотомер, так как можно при её помощи определить высоты сразу, без вычислений.

При помощи зеркала

Вот ещё очень интересный способ определения высоты дерева при помощи зеркала. На некотором расстоянии от измеряемого дерева, на ровной земле в точке С кладут горизонтально зеркальце и отходят от него назад в такую точку D, стоя в которой наблюдатель видит в зеркале верхушку А дерева. Тогда дерево (АВ) во столько раз выше роста наблюдателя (ED), во сколько раз расстояние ВС от зеркала до дерева больше расстояния С от зеркала до наблюдателя. Я решила выяснить почему?

Решение:

Здесь мне пришлось познакомиться с законами физики, которые мы ещё не проходили, это отражение света. Вершина А отражается в точке A_1 так, что $AB=A_1в$. Из подобия треугольников BCA_1 и CED следует, что

$A_1B:ED=BC:CD$. В этой пропорции остаётся лишь заменить A_1B равным ему АВ , чтобы обосновать указанное соотношение

Это удобный и нехлопотливый способ можно применять во всякую погоду, но не в густом насаждении, а к одиноко стоящем дереву.

Измерение ширины реки.

Не переплывая реки, измерить её ширину – так же просто для знающего геометрию, как определить высоту дерева, не взбираясь на вершину. Из многих способов решения этой задачи я предлагаю рассмотреть самый, на мой взгляд, интересный.

При помощи козырька

Способ этот состоит в следующем. Надо встать лицом к реке и надвинуть фуражку на глаза так, чтобы нижний обрез козырька точно совпадал с линией противоположного берега. Козырёк можно заменить ладонью руки плотно приложенной ребром ко лбу. Затем, не изменяя положение головы, надо повернуться направо или на лево, или даже назад(в ту сторону, где поровней площадка, доступная для измерения расстояния) и заменить самую дальнюю точку, видимую из-под козырька или ладони. Расстояние до этой точки и будет примерно равно ширине реки.

Попробую дать геометрическое объяснение этому способу.

Решение:

Луч зрения, касающийся обреза козырька (ладони), первоначально направлен на линию противоположного берега. Когда человек поворачивается, то луч зрения, подобно ножке циркуля, как бы описывает окружность, и тогда АС=АВ как радиусы одной окружности

Кажется, один из героев Жюля Верна подсчитывал, какая часть его тела прошла более длинный путь за время его кругосветных странствий – голова или ступни ног.

Давайте вообразим, что мы обошли земной шар по экватору. И выясним насколько при этом верхушка моей головы прошла более длинный путь, чем кончик ноги?

Решение:

*Ноги прошли путь 2пR, R – радиус земного шара. Верхушка же головы прошла при этом 2п(R +1,7), где 1,7м –рост человека. Разность путей равна 2п(R +1,7) - 2пR = 2п*1,7=10,7м.*

Итак, голова прошла путь на 10,7 м больше, чем ноги.

Самое любопытное, что в окончательный ответ не входит величина радиуса земного шара. Поэтому результат получиться одинаковый и на Земле, и на Юпитере, и на самой маленькой планете.

И ещё, разность длин двух концентрических окружностей не зависит от радиусов, а зависит только от расстояния между ними. Вот оказывается какое чудо! Прибавка одного сантиметра к радиусу земной орбиты увеличила бы её длину ровно настолько, насколько удлиниться от такой же прибавки радиуса окружность пятака.

Прочитав очень много книг, я сделала для себя вывод: что от меня оказались скрытыми многие привлекательные стороны математики.

Рисунок №1. Как измерили высоту скалы герои Жюля Верна.

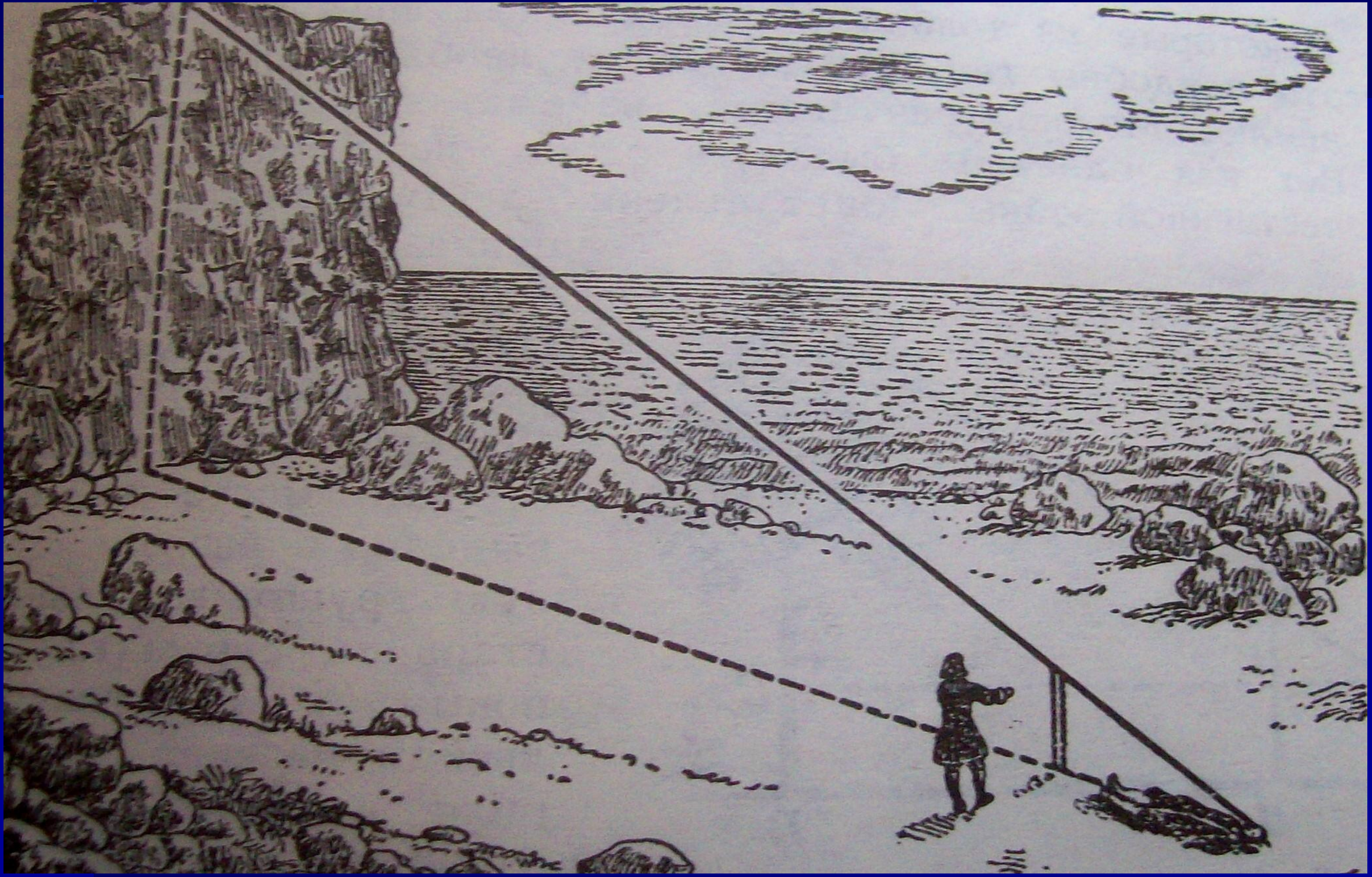

Рисунок №2. Измерение высоты дерева при помощи шеста