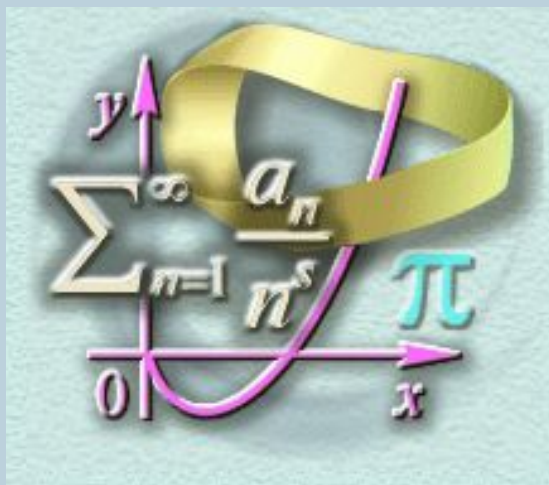




Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

(Алгебра-11)



Автор: учитель высшей категории
Стрелкова Н. В.

Цели урока:

- повторить ранее изученные свойства функции $y=\operatorname{tg}x$;
- научиться строить график функции $y=\operatorname{tg}x$, используя данные свойства функции.
- на основе анализа графика определить остальные свойства функции
- научиться решать простейшие уравнения и неравенства с помощью графика функции.



Функция $y = \operatorname{tg} x$ и её свойства.

1. Обл. определения: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
2. Множество значений функции: $y \in \mathbb{R}$.
3. Периодическая, $T = \pi$. $\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
4. Нечётная функция. $\Rightarrow x \in [0; \pi/2)$



Функция $y = \operatorname{tg} x$ возрастает на промежутке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$

1. Пусть $0 \leq \underline{x_1} < x_2 < \pi/2$ и $\operatorname{tg} x_1 = \frac{\sin x_1}{\cos x_1}$, $\operatorname{tg} x_2 = \frac{\sin x_2}{\cos x_2}$

2. Т. к. функция $y = \sin x$ возрастает на данном промежутке, то $\sin x_1 < \sin x_2$. (1)

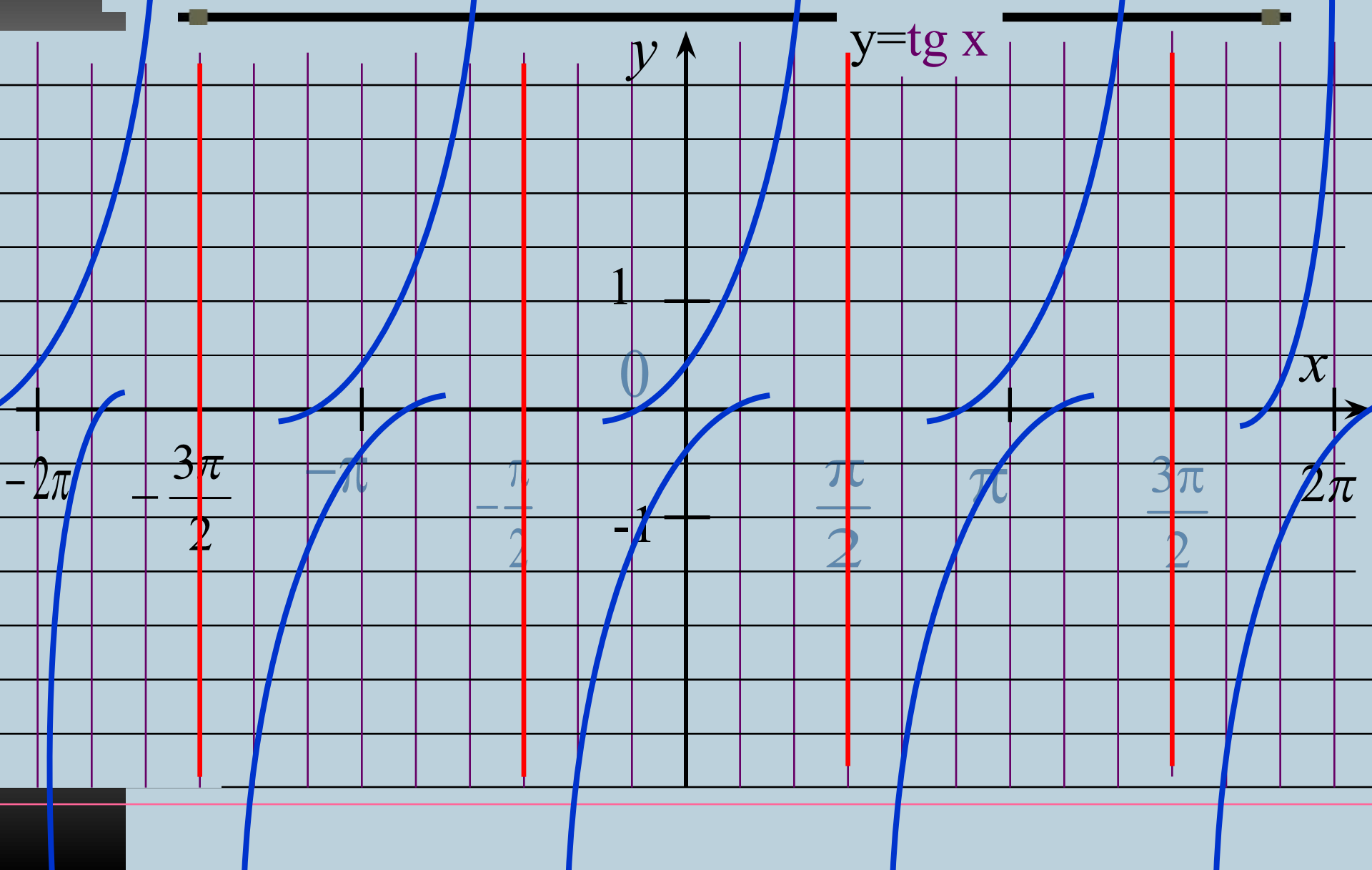
3. Т. к. функция $y = \cos x$ убывает на данном промежутке, то $\cos x_1 > \cos x_2$ и $\frac{1}{\cos x_1} \boxtimes \frac{1}{\cos x_2}$ (2)

4. Умножим нер-во (1) на нер-во (2) :

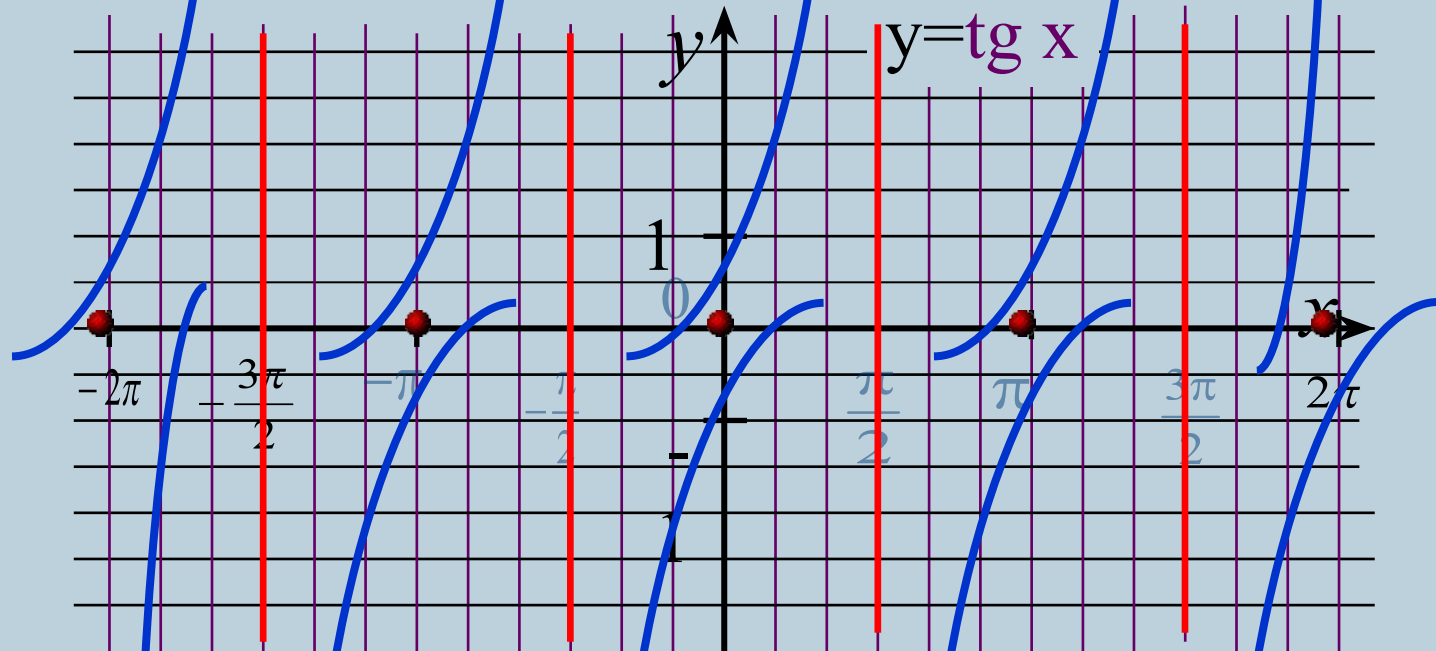
$$\frac{\sin x_1}{\cos x_1} \boxtimes \frac{\sin x_2}{\cos x_2} \quad , \text{ т. е. } \underline{\operatorname{tg} x_1} < \operatorname{tg} x_2 .$$



Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$.



Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$.

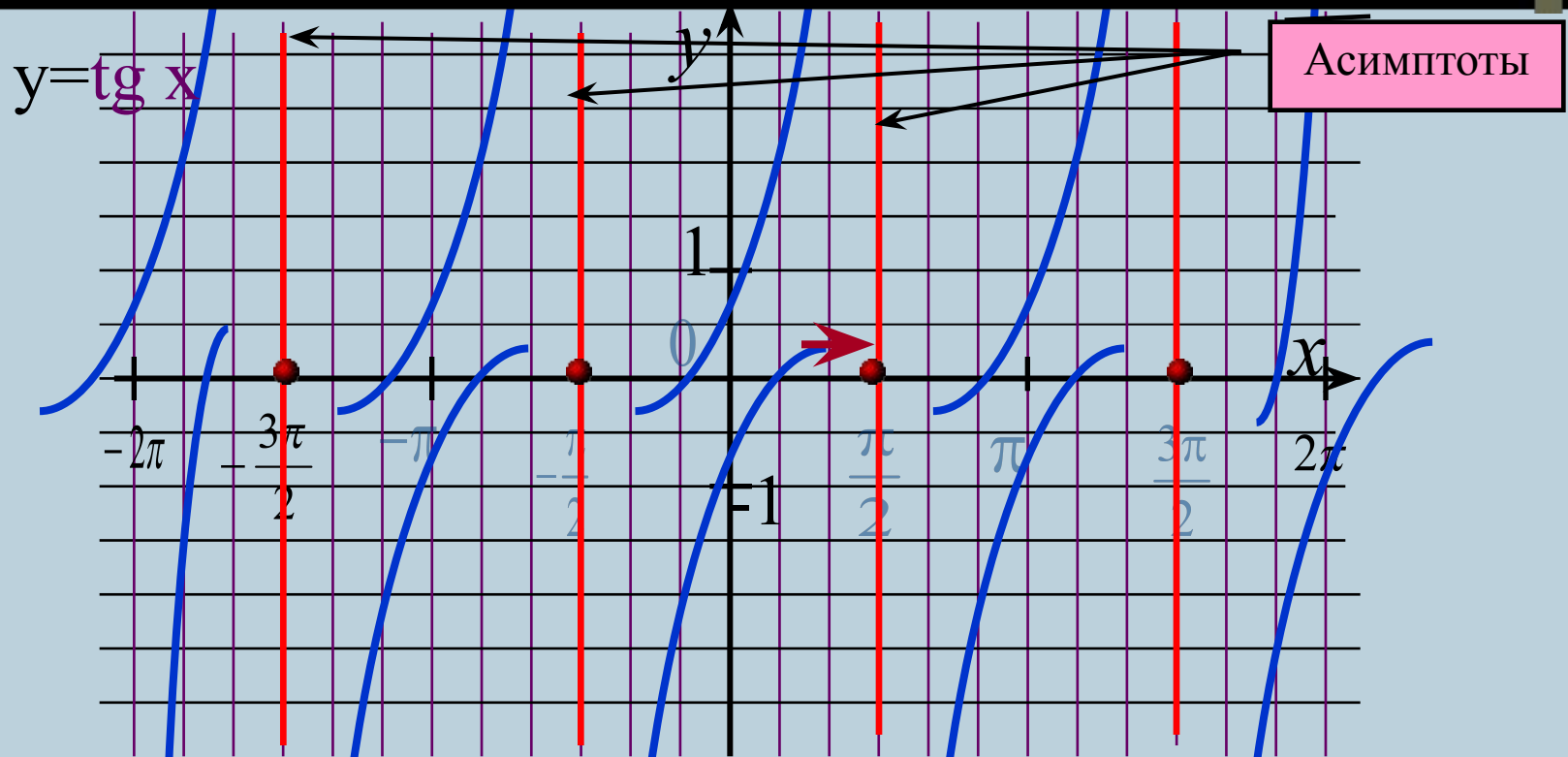


Нули функции: $\operatorname{tg} x = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y(x) > 0$ при $x \in (0; \pi/2)$ и при сдвиге на $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

$y(x) < 0$ при $x \in (-\pi/2; 0)$ и при сдвиге на $\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$.

Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$.



При $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ - функция $y = \operatorname{tg} x$ не определена.

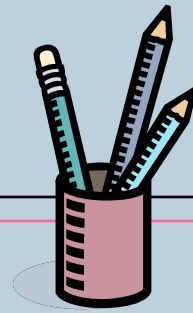
Рассмотрим т. $x = \pi/2$.

Слева: $\sin x \rightarrow 1, \cos x \rightarrow 0$ и $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \infty$

Точки $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ - **точки разрыва** функции $y = \operatorname{tg} x$.

Свойства функции $y = \operatorname{tg}x$.

1. Обл. определения: $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
2. Множество значений функции: $y \in \mathbb{R}$.
3. Периодическая, $T = \pi$.
4. Нечётная функция.
5. Возрастает на всей области определения.
6. Нули функции $y(x) = 0$ при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$.
7. $y(x) > 0$ при $x \in (0; \pi/2)$ и при сдвиге на $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
8. $y(x) < 0$ при $x \in (-\pi/2; 0)$ и при сдвиге на $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.
9. При $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ - функция $y = \operatorname{tg}x$ не определена. Имеет точки разрыва графика и асимптоты.

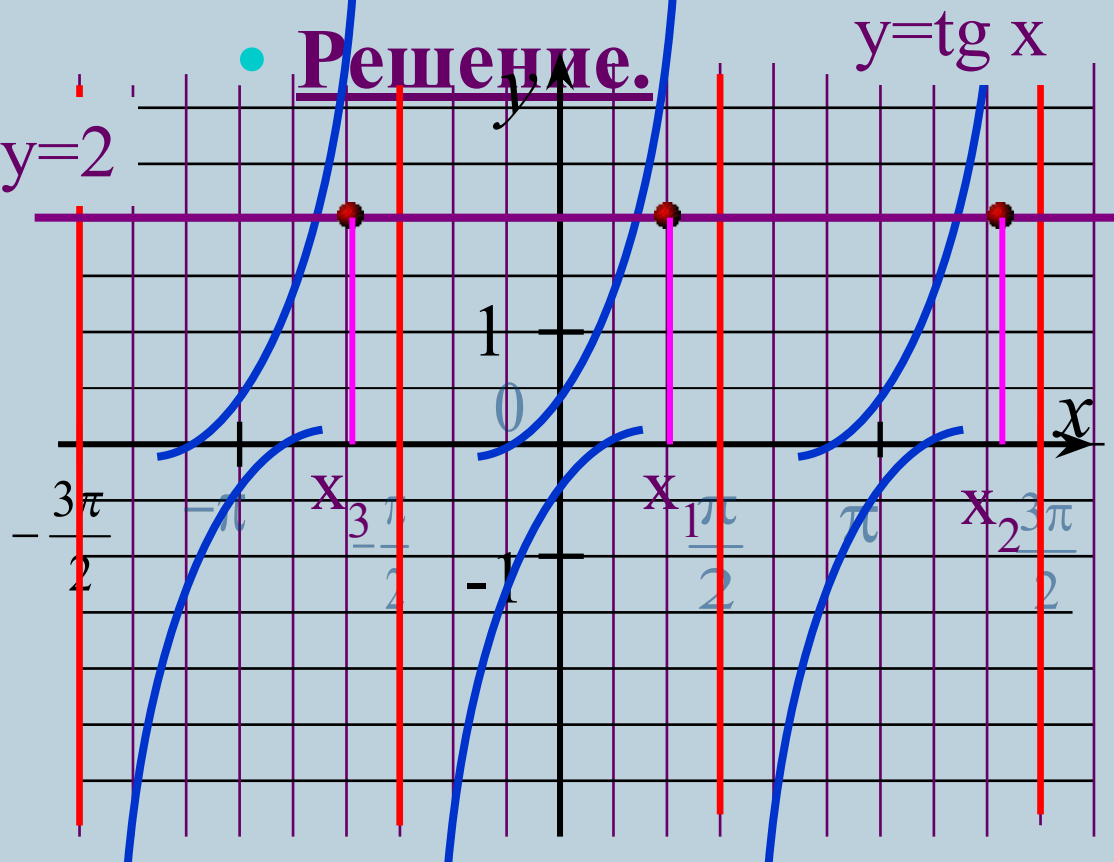


Задача №1.

Найти все корни уравнения $\operatorname{tg}x=2$

принадлежащих промежутку $-\pi \leq x \leq 3\pi/2$.

• Решение.



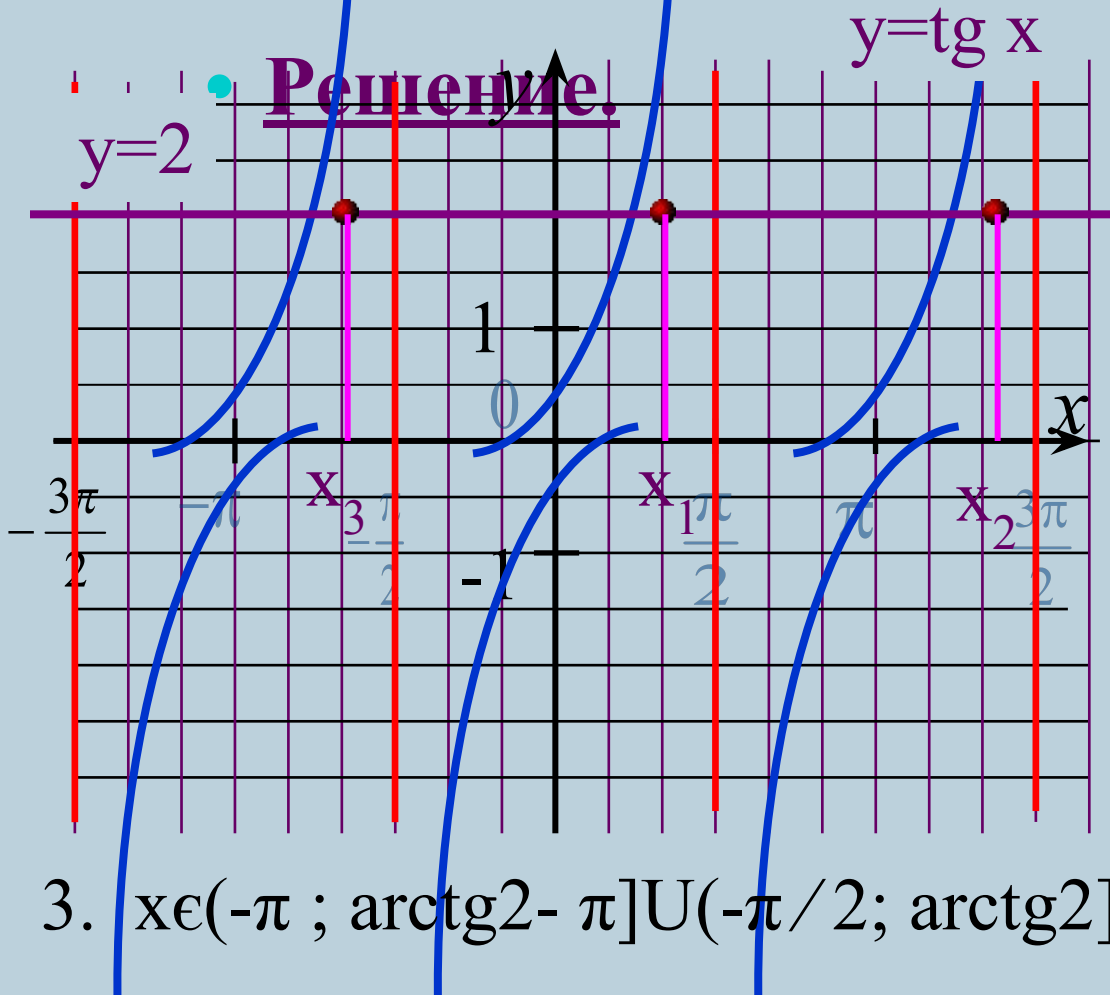
1. Построим графики функций $y=\operatorname{tg}x$ и $y=2$

2. $x_1 = \operatorname{arctg}2$
 $x_2 = \operatorname{arctg}2 + \pi$
 $x_3 = \operatorname{arctg}2 - \pi$

Задача №2.

Найти все решения неравенства $\operatorname{tg}x \leq 2$
принадлежащих промежутку $-\pi \leq x \leq 3\pi/2$.

Решение.



1. Построим графики функций $y = \operatorname{tg}x$ и $y = 2$

2. $x_1 = \operatorname{arctg}2$
 $x_2 = \operatorname{arctg}2 + \pi$
 $x_3 = \operatorname{arctg}2 - \pi$

3. $x \in (-\pi ; \operatorname{arctg}2 - \pi] \cup (-\pi/2 ; \operatorname{arctg}2] \cup (\pi/2 ; \operatorname{arctg}2 + \pi]$

