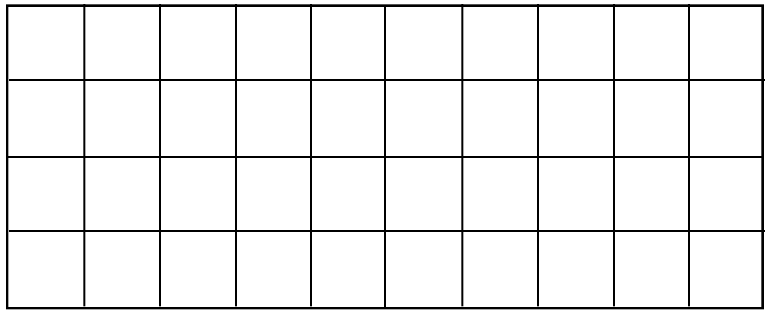
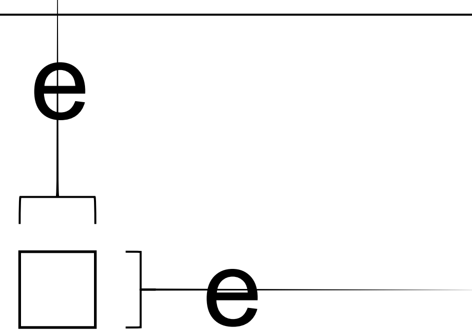
Понятие объема многогранников. Объем прямоугольного параллелепипеда.

1. О понятие объема тела

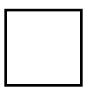
Аналогия с S $\qquad M \longrightarrow S(M)$

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Площадь многоугольника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, если они не имеют общих точек.
3. Площадь единичного квадрата равна единице.



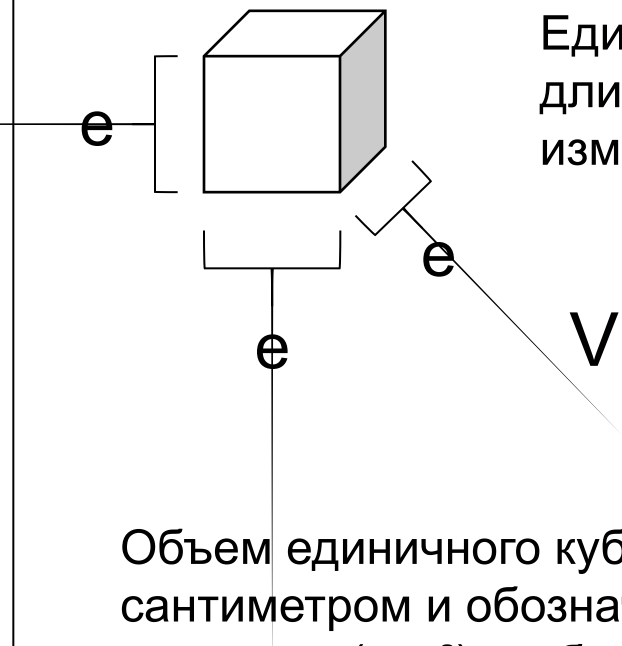


e – единица длины

 — Единичный квадрат

Пользуясь наличием единичного квадрата , площадь S любого многоугольника можно представить в виде $S = se^2$, где s – количество «укладываемых» в многоугольник единичных квадратов.

Введение понятие объема тела.



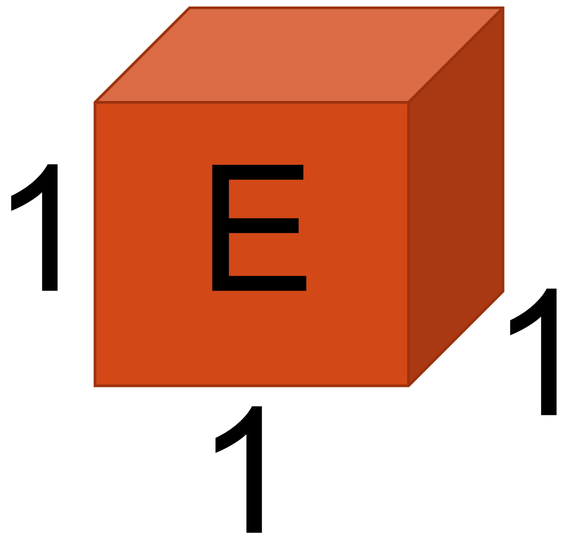
Единица измерения объемов – объем куба с ребром длины e , который обозначают e^3 , где e – единица измерения длин отрезков.

$$V = ve^3$$

Объем единичного куба с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают $см^3$. Аналогично определяются кубический дециметр ($дм^3$) , кубический метр ($м^3$) и т.д.
При выбранной единице измерения объем каждого тела выражается положительным числом , которое показывается , сколько единиц измерения объемов и ее частей содержится в данном теле.

Задача измерения объемов тел (в частности , многогранников) состоит в том , чтобы при выбранной единице измерения каждому телу ***T*** (многограннику ***M***) поставить в соответствие определенное положительное число ***V(T)*** (***V(M)***) , называемое ***объемом тела T*** (многогранника М), так , что выполняются следующие условия .

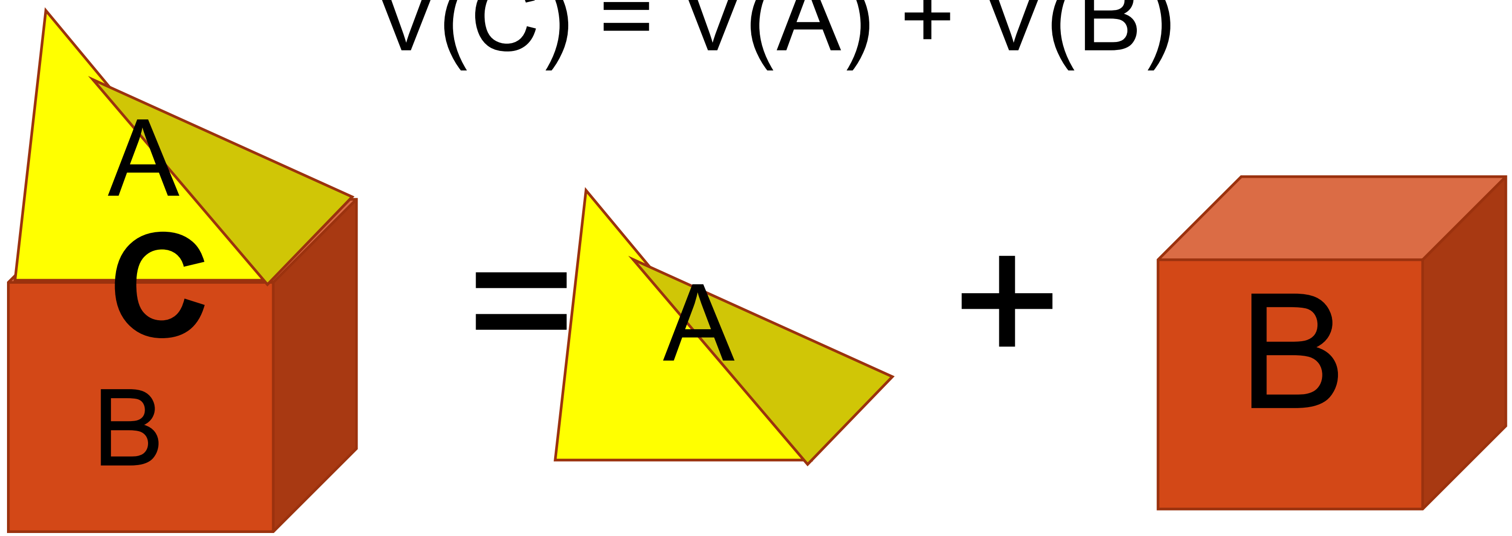
1)Объем куба E , ребро которого равно единице измерения длин отрезков , равен единице и принимается за единицу измерения объемов : V(E)=1.



$$V(E)=1$$

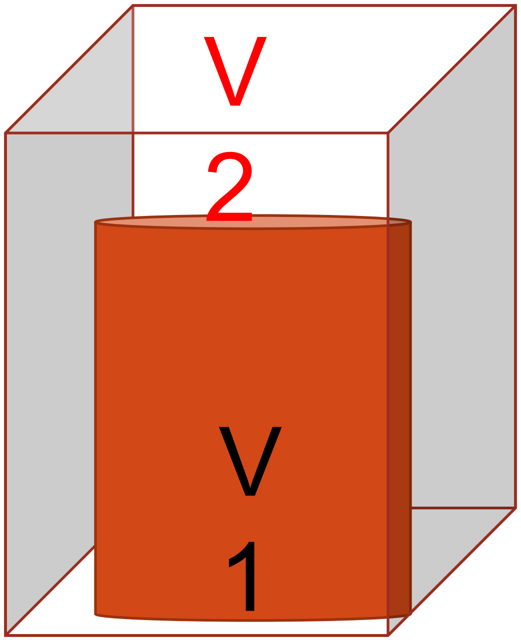
2)***Если тело Т является объединением нескольких тел, любые два из которых не имеют общих внутренних точек , то объем данного тела равен сумме объемов составляющих его тел*** (свойство аддитивности).

$$V(C) = V(A) + V(B)$$

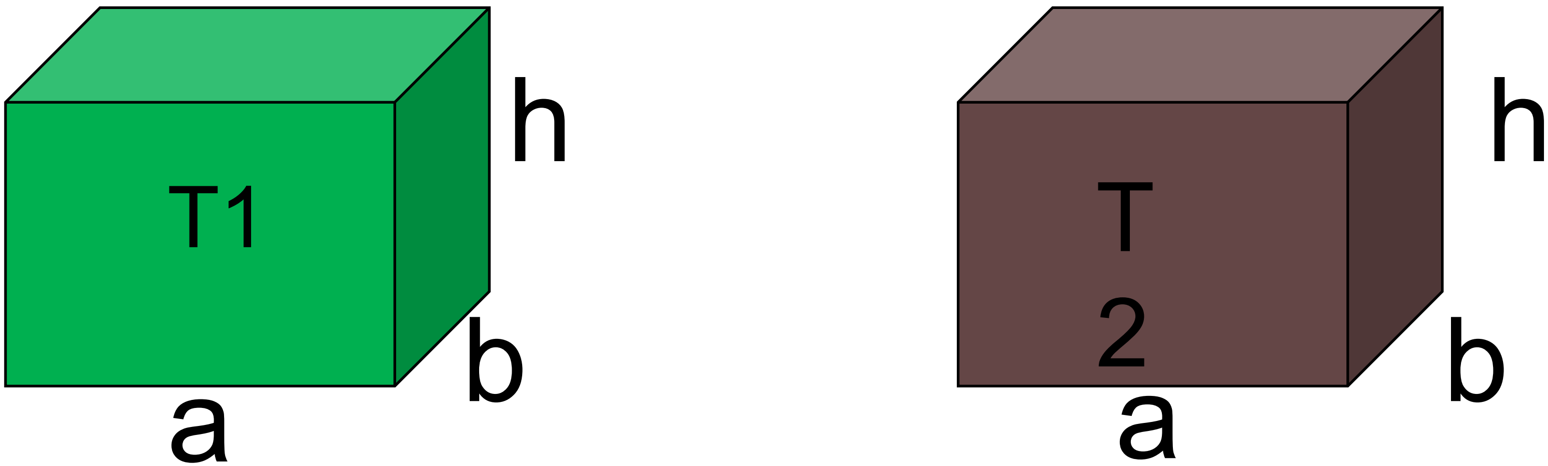


Следствие из свойства 2.

Если тело с объемом V1 содержится в теле с объемом V2 , то V1 ≤ V2 (свойство монотонности объемов)



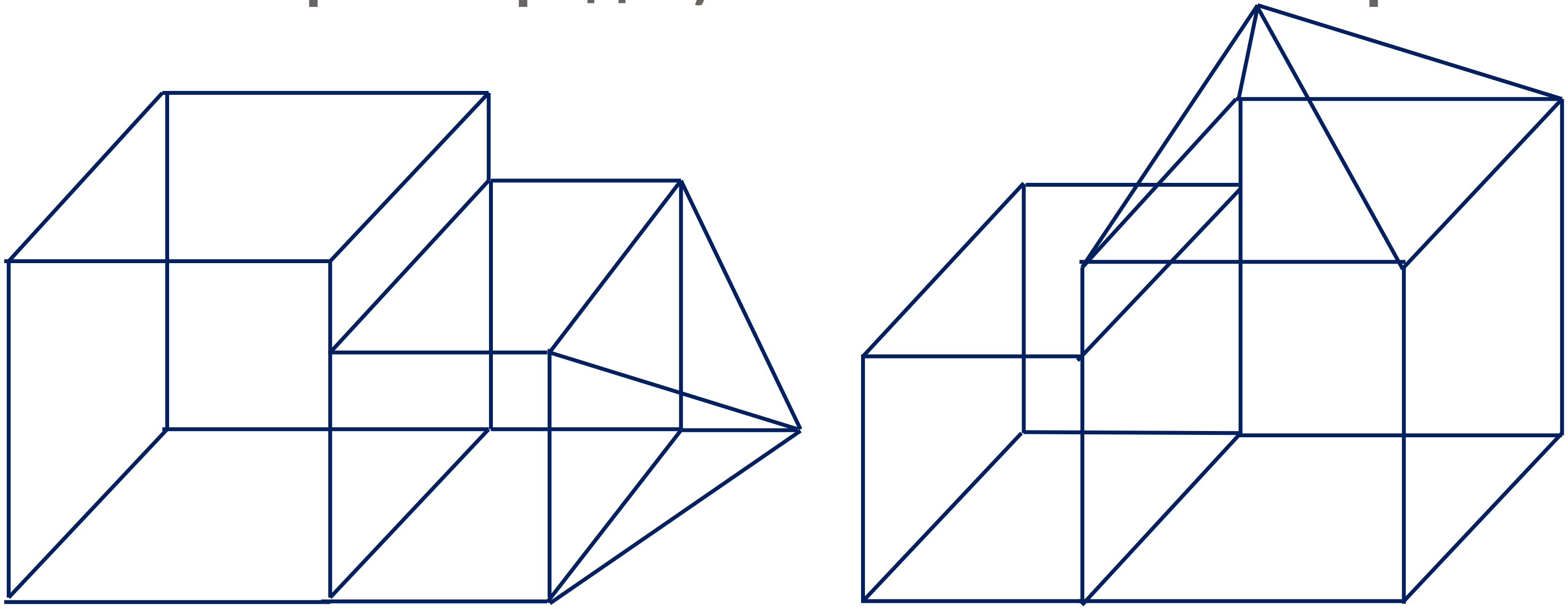
3)Равные тела имеют равные объемы (свойство инвариантности)



Объемы тел вычисляются с помощью формул , зависящих от элементов данных тел , поэтому если тела равные (идентичные) , то и объемы тел равны.

V(T1) = V(T2) , если T1 = T2

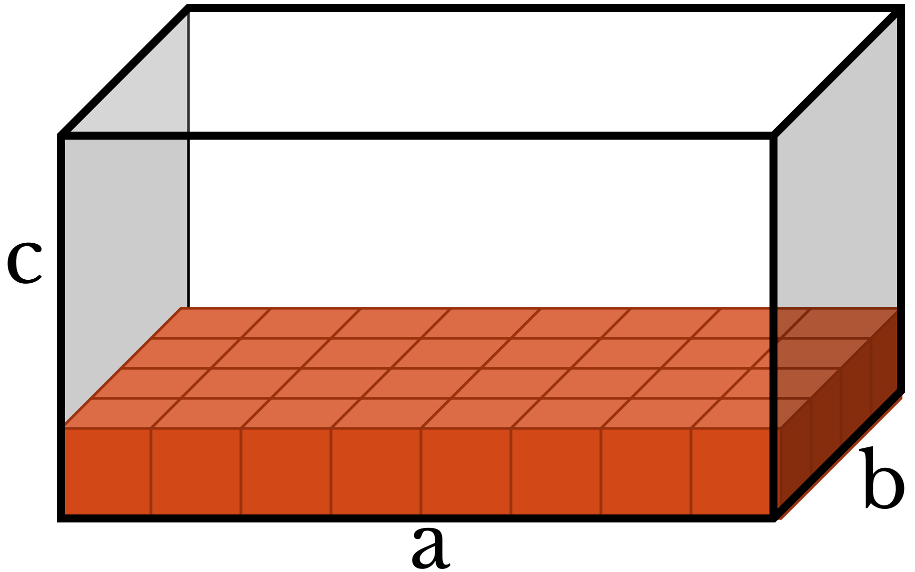
Тела , имеющие равные объемы, называются *равновеликими*.
Два тела называют *равносоставленными* , если , определенным образом разбив одно из них на конечное число частей , можно (распологая эти части в некотором порядке) составить из них второе тело.



Равносоставленные тела равновелики . Обратное не всегда верно.

Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Натуральные a,b,c.
2) $V_к = 1$
3) V= a*b
4) V=a*b*c



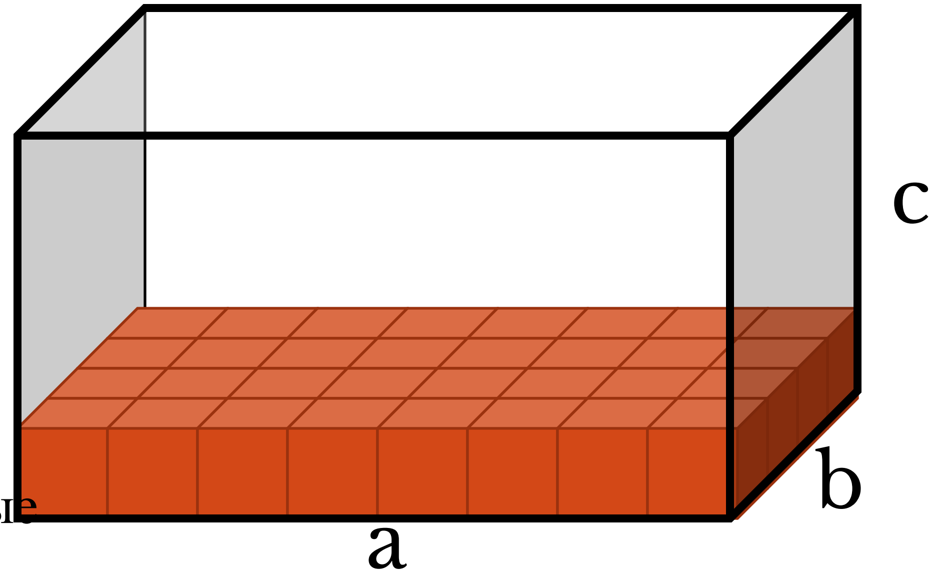
Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Рациональные a,b,c.

$$a=\frac{m}{n}=\frac{mqn}{pqn}=mqn*\frac{1}{pqn}$$

$$b=\frac{r}{q}=\frac{rnp}{pqn}=rnp*\frac{1}{pqn}$$

$$c=\frac{s}{p}=\frac{sqn}{pqn}=sqn*\frac{1}{pqn}$$



m, n, s, r, q, p - натуральные

$$V_{\hat{e}\acute{o}\acute{a}.}=\left(\frac{1}{pqn}\right)^3$$

$$V=mqn*\frac{1}{pqn}*rnp*\frac{1}{pqn}*sqn*\frac{1}{pqn}=\frac{m}{n}*\frac{r}{q}*\frac{s}{p}=a*b*c$$

Объем прямоугольного параллелепипеда.

1) Иррациональные a, b, c.

$a_{n-} < a < a_{n+}$

$b_{n-} < b < b_{n+}$

$c_{n-} < c < c_{n+}$

n-натуральное, точность приближения

Где $a_{n-}, a_{n+}, b_{n-}, b_{n+}$ c_{n-}, c_{n+} рациональные

Тогда $a_{n-} * b_{n-} * c_{n-} < a*b*c < a_{n+} * b_{n+} * c_{n+}$

устремляя n в бесконечность

$V = a*b*c$