

Числа Фибоначчи

Автор: Самотаева Ирина

**Руководитель: Никифорова М. Н., учитель
математики.**

ЮВАО школа №1968

**г.Москва
2008-2009г.**

Цели проекта

- Изучить последовательность чисел Фибоначчи
- Рассмотреть роль в природе и практическое применение
- Проследить связь литературы с математическими понятиями
- Рассмотреть примеры применения «золотого сечения» в геометрических задачах, литературе, живописи.

Леонардо Фибоначчи

Итальянский купец Леонардо из Пизы (1180-1240), более известный под прозвищем Фибоначчи был, безусловно, самым значительным математиком средневековья. Роль его книг в развитии математики и распространении в Европе математических знаний трудно переоценить. Жизнь и научная карьера Леонардо теснейшим образом связаны с развитием европейской культуры и науки.



Научные трактаты Фибоначчи

Это обширнейшая «Книга абака», написанная в 1202 году, но дошедшая до нас во втором своем варианте, который относится к 1228 г.;

«Практика геометрии»(1220г.);

«Книга квадратов»(1225г.).

По этим книгам, превосходящим по своему уровню арабские и средневековые европейские сочинения, учили математику чуть ли не до времен Декарта (17 в.).

Книга «Абака»

Наибольший интерес представляет сочинение "Книга абака". Эта книга представляет собой объемный труд, содержащий почти все арифметические и алгебраические сведения того времени и сыгравший значительную роль в развитии математики в Западной Европе в течение нескольких следующих столетий. В частности, именно по этой книге европейцы познакомились с индусскими ("арабскими") цифрами.

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

Например, сумма двух соседних чисел последовательности дает значение следующего за ними (например, $1+1=2$; $2+3=5$ и т.д.), что подтверждает существование так называемых коэффициентов Фибоначчи, т.е. постоянных соотношений.

Одно из самых главных следствий этих свойств различных членов последовательности определяются следующим образом:

1. Отношение каждого числа к последующему более и более стремится к 0.618 по увеличению порядкового номера. Отношение же каждого числа к предыдущему стремится к 1.618 (обратному к 0.618). Число 0.618 называют (ФИ), и мы поговорим о нем подробнее немного позже.

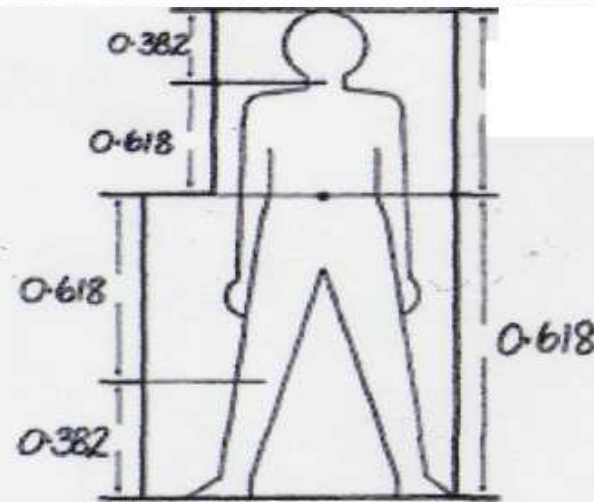
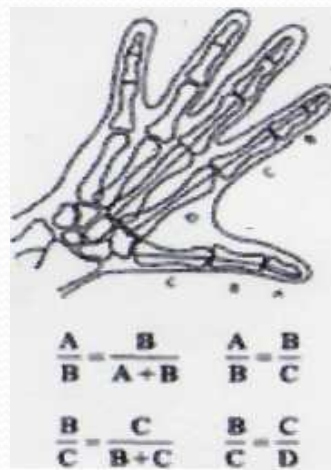
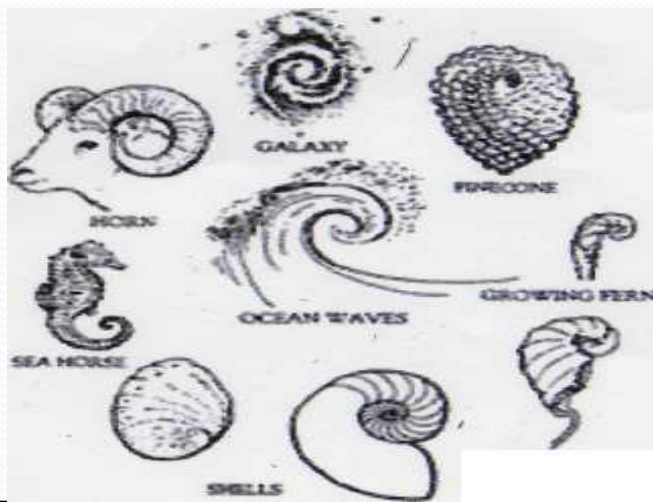
2. При делении каждого числа на следующее за ним через одно получаем число 0.382 , наоборот - соответственно 2.618 .

3. Подбирая таким образом соотношения, получаем основной набор фибоначчиевских коэффициентов: ... 4.235, 2.618, 1.618, 0.618, 0,382, 0.236. упомянем также 0.5 (1/2). Все они играют особую роль в природе, и в частности — в техническом анализе.

Важно отметить, что Фибоначчи как бы напомнил свою последовательность человечеству. Она была известна еще древним грекам и египтянам. И действительно, с тех пор в природе, архитектуре, изобразительном искусстве, математике, физике, астрономии, биологии и многих других областях были найдены закономерности, описываемые коэффициентами Фибоначчи.

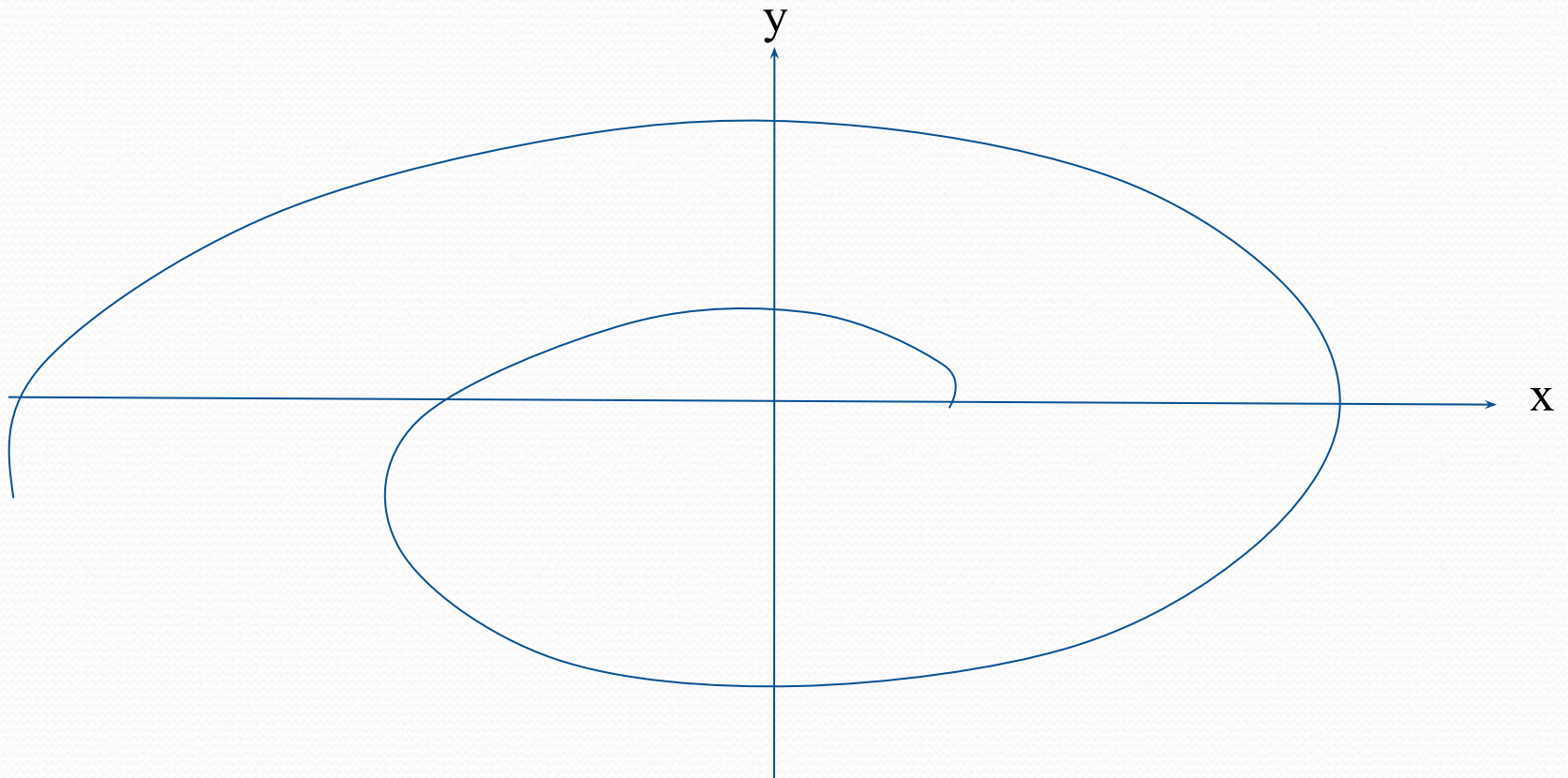
Золотой коэффициент

Золотой коэффициент используется природой для построения ее частей, начиная от больших и заканчивая малыми. Современная наука считает, что Вселенная развивается по так называемой золотой спирали (рис.3), которая строится именно с помощью золотого коэффициента. Эта спираль в буквальном смысле не имеет конца и начала. Меньшие витки никогда не сходятся в одну и ту же точку, а большие неограниченно развиваются в пространстве.



Золотая спираль

Самое важное заключается в том, что с помощью всех этих, в каком-то роде мистических, чисел, описываются разнородные процессы во Вселенной.



Применение чисел

Один из простейших способов применения чисел Фибоначчи на практике - об определении отрезков времени, через которые произойдет то или иное событие, например, изменение тренда. Аналитик отсчитывает определенное количество фибоначчиевских дней или недель (13, 21, 34, 55 и т.д.) от предыдущего сходного события.

Числа Фибоначчи имеют широкое применение при определении длительности периода в Теории Циклов. За основу каждого доминантного цикла берется определенное количество дней, недель, месяцев, связанное с числами Фибоначчи. Например, длина Цикла (Волны) Кондратьева равна 54 годам. Отметим близость этой величины к фибоначчиевскому числу 55. Один из способов применения чисел Фибоначчи — построение дуг (рис.4).

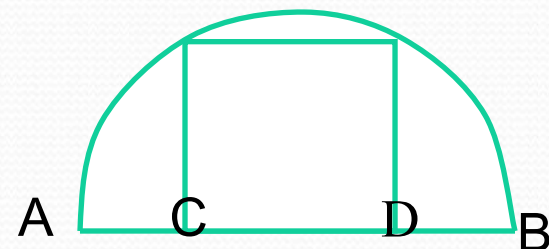


Золотое сечение в геометрических задачах

Золотое сечение часто встречается в различных задачах. Рассмотрим одну из них.

Задача. Вписать в полукруг квадрат так, чтобы одна его сторона лежала на диаметре.

Для решения задачи, очевидно, достаточно найти точку C . Оказывается, она осуществляет золотое сечение диаметра AB . Покажем это. Обозначим $AC = x$, $CD = \frac{x}{a}$. Тогда $\frac{a}{a+x} = \frac{x}{a}$, $x^2 + ax - a^2 = 0$, т.е. приходим к известному нам уравнению, определяющему золотое сечение.

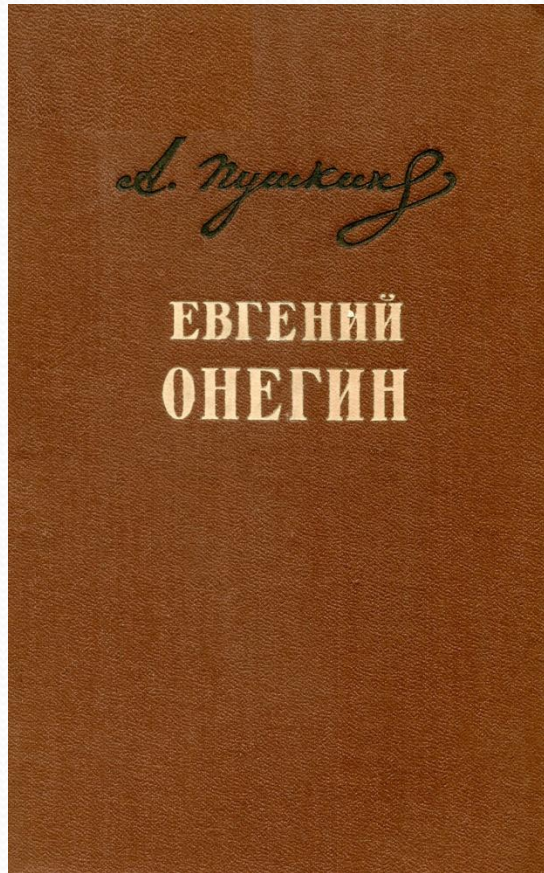


СВЯЗЬ СТИХОСЛОЖЕНИЯ С ЗАКОНАМИ МАТЕМАТИКИ



Законы стихосложения неразрывно связаны с математическими законами. Так, например, можно установить закономерную связь между многими стихотворениями А.С.Пушкина и числами Фибоначчи, с Золотым сечением. Стихотворный текст настолько совершенен, что в нём обязательно действуют математические законы. Примером могут служить такие стихотворения Пушкина, как «Сапожник», «Не дорого ценю я громкие слова...», «Вакхическая песня», роман «Евгений Онегин». Рассмотрим роман «Евгений Онегин» и проведем анализ, в котором прослеживаются математические законы.

Роман Пушкина «Евгений Онегин»

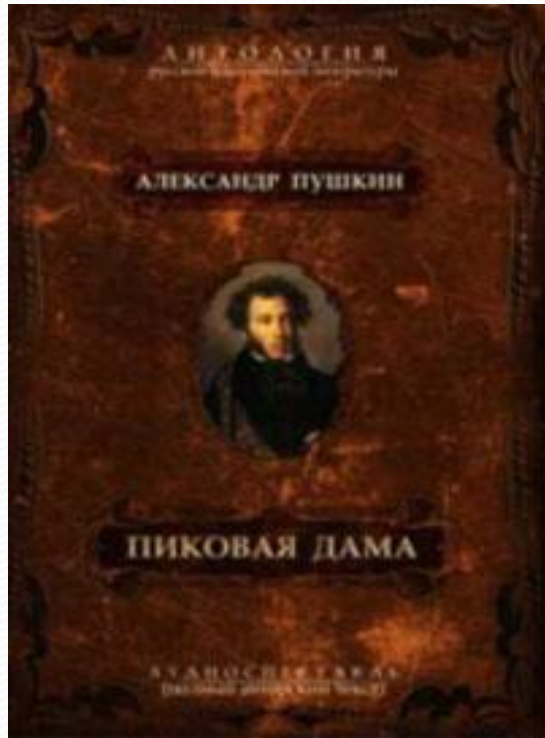


Начнем с величины стихотворения, то есть с количества строк в нем. Казалось бы, этот параметр стихотворения может меняться произвольно. Однако оказалось, что это не так. Например, проведенный Н. Васютинским анализ стихотворений А. С. Пушкина с этой точки зрения показал, что размеры стихов распределены весьма неравномерно; **оказалось, что Пушкин явно предпочитает размеры в 5, 8, 13, 21 и 34 строк (числа Фибоначчи).** Представляет несомненный интерес анализ романа «Евгений Онегин», сделанный Н. Васютинским. **Этот роман состоит из 8 глав, в каждой из них в среднем около 50 стихов. Наиболее отточенной и эмоционально насыщенной является восьмая глава. В ней 51 стих. Вместе с письмом Евгения Онегина к Татьяне (60 строк) это точно соответствует числу Фибоначчи 55!** Ритм онегинской строфы несет глубокую смысловую нагрузку. Четыре формообразующих элемента строфы - это, как правило, и четыре содержательных элемента: *тема развитие кульминация афористическая концовка.* Онегинская строфа была настолько оригинальным и индивидуальным изобретением Пушкина, что после Пушкина почти никто из поэтов не рисковал прикасаться к его детищу.

Кульминацией главы является объяснение Евгения в любви к Татьяне - строка «Бледнеть и гаснуть ... вот блаженство!» Эта строка делит восьмую главу на две части - в первой 477 строк, а во второй - 295 строк. Их отношение равно $1,617!$ Тончайшее соответствие величине золотой пропорции!

«Пиковая дама»

Обратимся вновь к произведениям А.С.Пушкина. Рассмотрим композицию "Пиковой дамы". В этой повести кульминационным моментом является сцена в спальне графини, куда проник Германн в надежде узнать тайну трех карт, сцена, которая оканчивается смертью графини в повести **853 строки**. Кульминационный момент повести - это смерть графини. Ему отвечает 535 -я строка. Эта строка расположена в повести почти точно в месте золотого сечения, т.к. $853:535=1,6$. Повесть "Пиковая дама" состоит из **шести глав**. Посмотрим, не проявляется ли в композиции глав золотая пропорция? В первой главе золотому сечению отвечает **68 строчка** (всего в главе 110 строк). Но ведь это же узловая точка повествования, в ней переломный момент всей главы: открывает ли Сен - Жермен свою тайну графине! Вторая глава повести содержит **219 строк**. Золотое сечение здесь приходится на **135 строку**. Но ведь это кульминационный момент главы, Лиза увидела в окне стоящего на улице Германна! Отсюда начался для нее новый отсчет времени, начались события, определившие всю ее дальнейшую судьбу. А.С.Пушкин совершенно точно определил это место во второй главе: ведь $219:135 = 1,62$. Третья глава повести описывает усилия Германна попасть в дом старой графини, выведать у нее тайну трех карт. Это место начинает новый отсчет времени для Германна. Эта ситуация приходится на **131 строку** третьей главы, а всего в ней **212 строк**. Разделив **212 на 131, мы получим точно золотую пропорцию 1,618!** В четвертой главе размером **113 строк** золотая пропорция приходится на **70 строку**. Это также переломный, трагический момент в жизни Лизы. В пятой главе описано посещение Германна похорон графини. **46 строка** пятой главы разделила повествование на две части: первая - похороны графини и вторая - сон Германна. Эта **46 строка также отвечает золотой пропорции, ведь всего в этой главе 75 строк** ($75:46=1,63$). В последней главе повести золотая пропорция приходится на **77 строчку**, которая завершает описание первого дня игры Германна в карты и первого его выигрыша. Как видим, и в композиции последней главы повести присутствует золотая пропорция. Золотая пропорция присутствует и в композиции других произведений Пушкина. В рассказе "Станционный смотритель" **377 строк**. Кульминационный момент рассказа - это известие о том, что дочь смотрителя уехала с гусаром. Этот момент отражен во фразе, которая является **214 строкой**. Здесь почти точное соответствие золотой пропорции. В маленьком рассказе "Гробовщик" всего **229 строк**. Со **139 строки** начинается описание страшного сна гробовщика. И здесь переломный момент рассказа приходится почти точно на золотую пропорцию ($229:1,618=141$ строка). Совпадение кульминационных моментов в произведениях А.С.Пушкина с золотой пропорцией удивительно близкое, в пределах 1-3 строк.



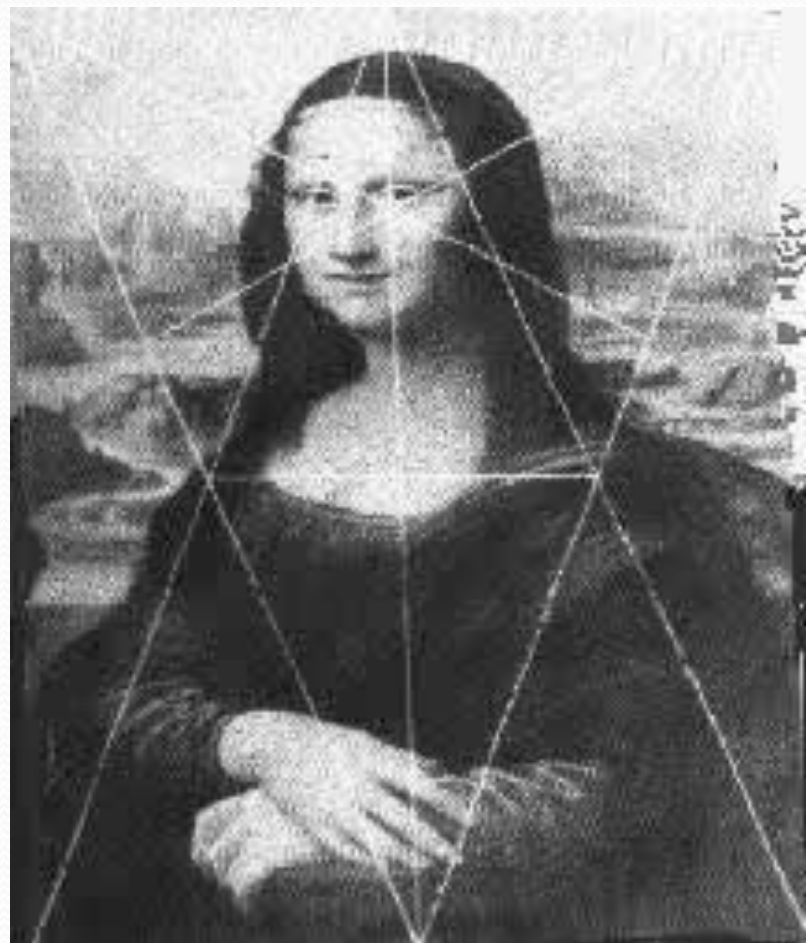
Золотое сечение в картине И. И. Шишкина "Сосновая роща"

На этой знаменитой картине И. И. Шишкина с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше. Наличие в картине ярких вертикалей и горизонталей, делящих ее в отношении золотого сечения, придает ей характер уравновешенности и спокойствия, в соответствии с замыслом художника. Когда же замысел художника иной, если, скажем, он создает картину с бурно развивающимся действием, подобная геометрическая схема композиции (с преобладанием вертикалей и горизонталей) становится неприемлемой.



Золотое сечение в картине Леонардо да Винчи "Джоконда"

Портрет Моны Лизы привлекает тем, что композиция рисунка построена на "золотых треугольниках" (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).



Заключение

- 1. В результате проделанной мною работы была изучена последовательность и свойства чисел Фибоначчи, которая заключается в том, что сумма двух соседних чисел последовательности дает значение следующего за ними.**
- 2. Я узнала что такое «золотое сечение», его связь с литературой, живописью, астрономией.**
- 3. Я расширила свои знания по математике.**
- 4. Я научилась анализировать и выбирать материал из Интернета.**

- Я думаю, что данная работа заинтересует не только учеников, интересующихся математикой, но и будет интересна учащимся, которые любят литературу, другие области знаний, а так же учителям.
- В этой работе показана связь математики с литературой на основе анализа одного произведения, но такой анализ можно сделать и для других стихотворений.
- Показана связь математики с живописью.

Список литературы

- 1. <http://www.trader-lib.ru/books/507/14.htm> W58
- 2. <http://samara.teletrade.ru/glossary/tech/index3.php>
- 3. <http://www.stock.narod.ru/fibo.htm>
- Гринбаум О.Н. Онегинская строфа.
- Висютинский Н.А. «Золотая пропорция». – М. : Молодая гвардия, 1990 г.
- Н. Я. Виленкин, Л. П. Шибасов, З. Ф. Шибасова «За страницами учебника математики»