

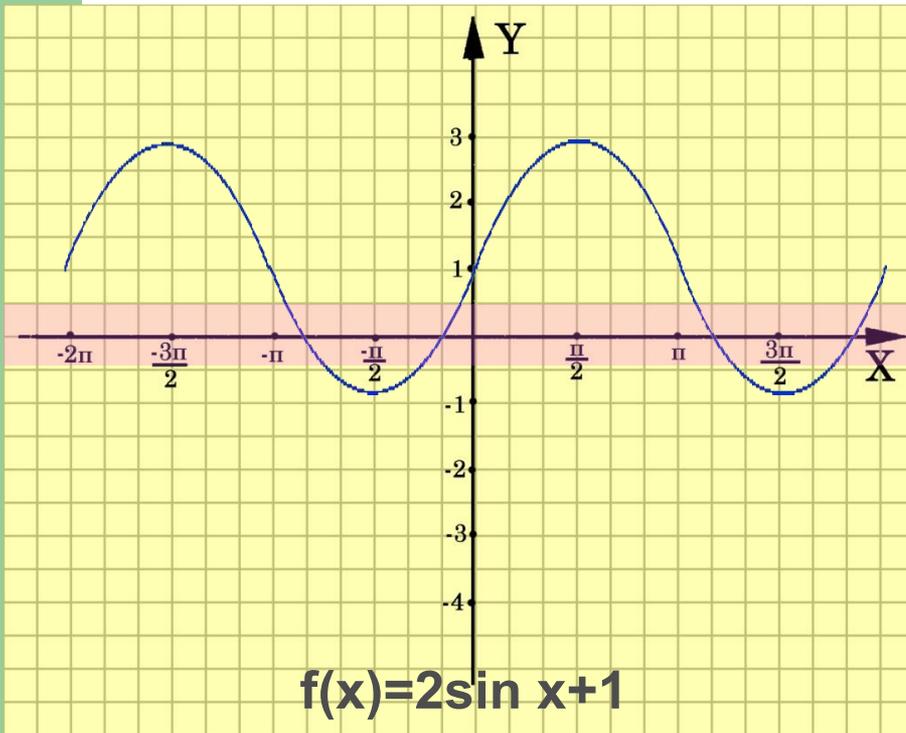
Исследование тригонометрических функций.



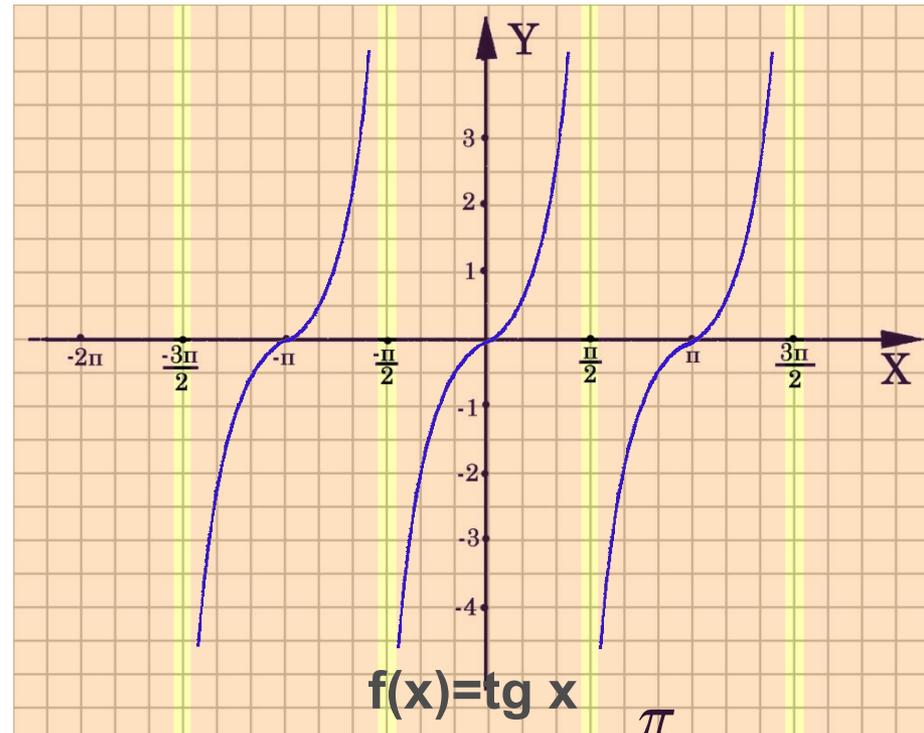
Содержание

- Область определения функции
- Область значения функции
- Периодичность
- Промежутки знакопостоянства
- Четность и нечетность функций
- Возрастание и убывание функций
- План исследования функции
- Экстремумы

Областью определения функции $f(x)$ называют множество всех значений, которые может принимать независимая переменная x .



$f(x) = 2\sin x + 1$
 $D(f): (-\infty ; +\infty)$



$f(x) = \operatorname{tg} x$
 $D(f): x \neq \frac{\pi}{2}n; n \in \mathbb{Z}$

Задание

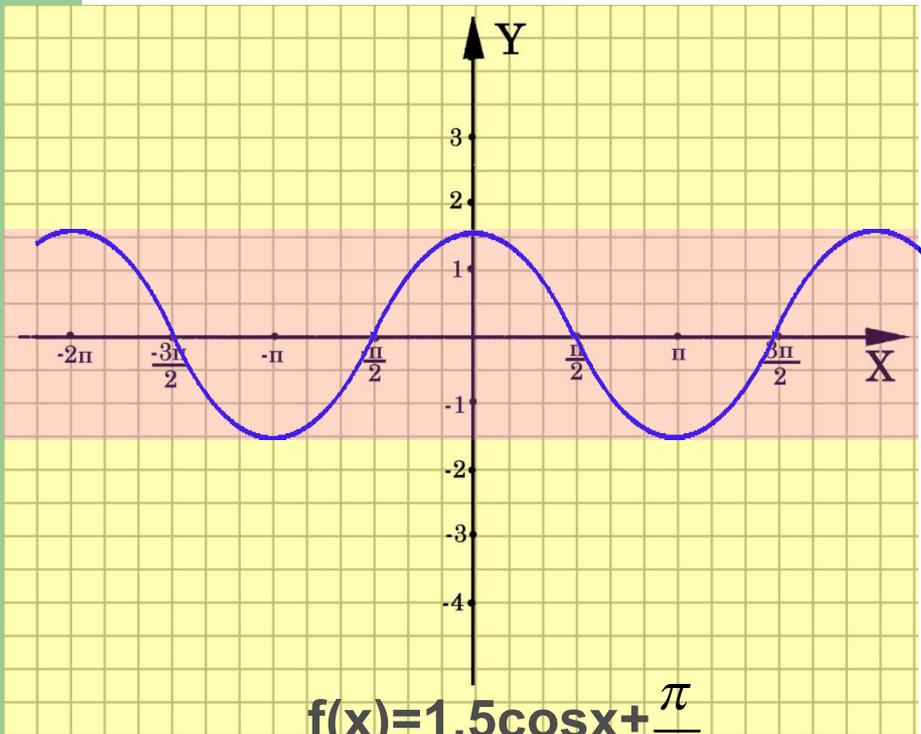
- Найдите область определения функции:

$$f(x) = 1 + \operatorname{ctg} x$$

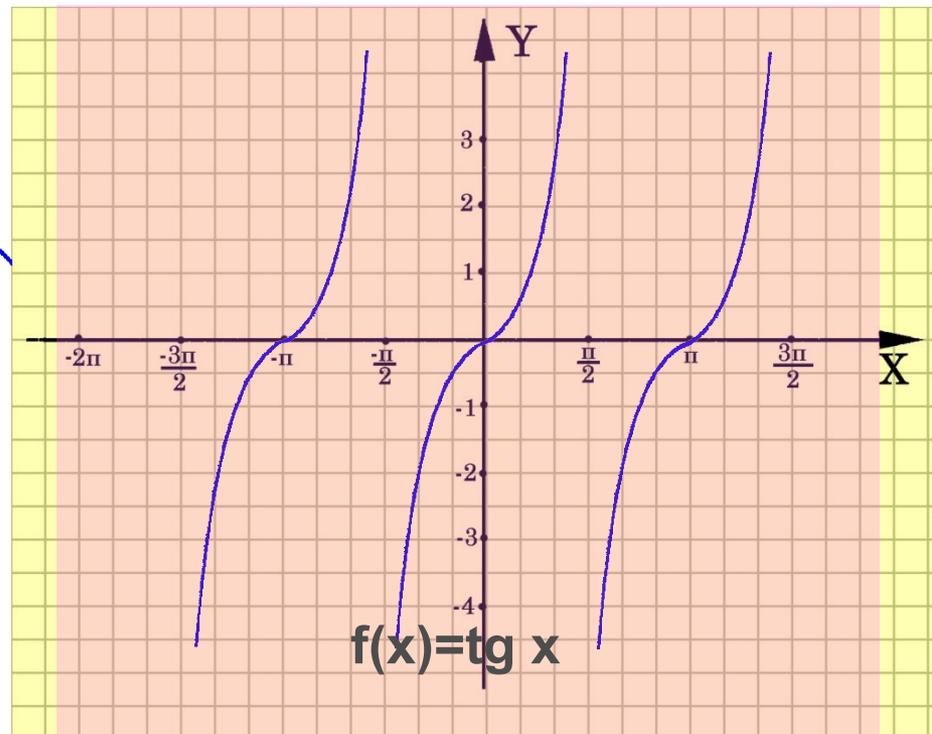
$$f(x) = 1 + \sin^2 x$$

$$f(x) = 2\cos(x - \pi/3)$$

Множество, состоящее из всех чисел $f(x)$, таких, что x принадлежит области определения функции f , называют областью значений функции F .



$$f(x) = 1,5 \cos x + \frac{\pi}{6}$$
$$E(f) = [-1,5; 1,5]$$



$$E(f) = (-\infty ; +\infty)$$

Задание

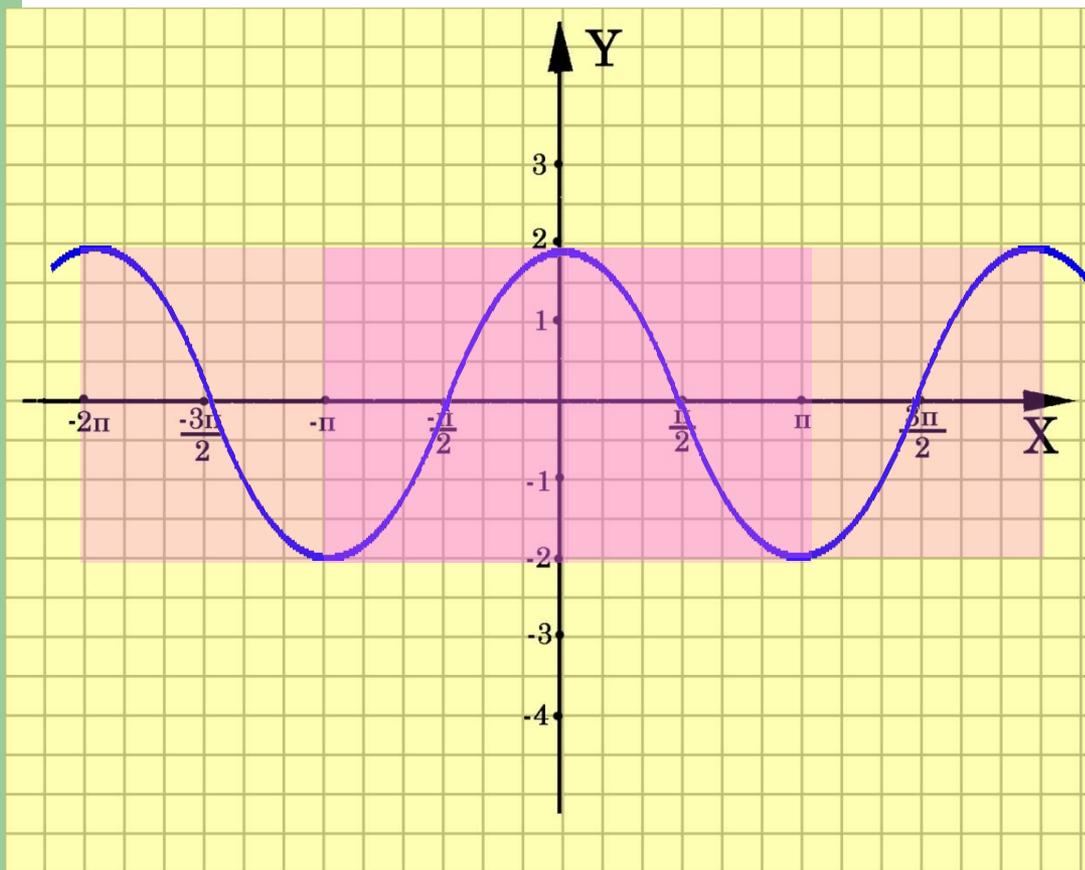
- Найдите область значений функции:

$$f(x) = 3 + 0,5 \sin(x + \pi/4)$$

$$f(x) = 1,5 - 0,5 \cos^2 x$$

$$f(x) = 1 + 2 \sin x$$

Функцию f называют периодической с периодом $T \neq 0$, если для любого x из области определения $f(x+T)=f(x)=f(x+T)$.



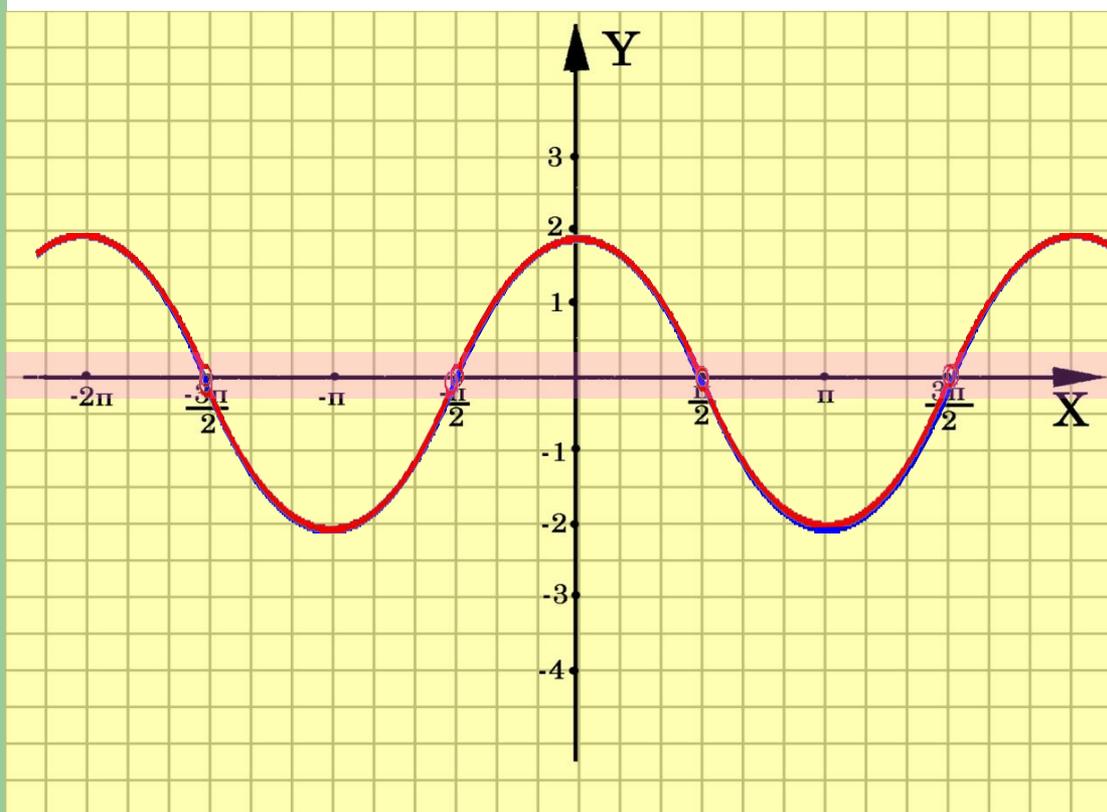
Каким образом по графику определить период?

Если T -период функции, то при любом целом значении k число kT так же является ее периодом.

Задание

- Найдите наименьший положительный период каждой из функций:
- $y = 1/2 \sin x/4$
- $y = 4 \cos 2x$
- $y = 3 \operatorname{tg} 1,5x$

При каких значениях x функция принимает положительные (отрицательные) значения?



$f(x) > 0$, если x , принадлежит промежутку $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k)$

$f(x) < 0$, если x , принадлежит промежутку $(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi k)$

Задание

- Найдите промежутки знакопостоянства:

$$y = -\sin 3x$$

$$y = \cos x/2$$

$$y = \operatorname{tg} 2x/3$$

График четной функции симметричен относительно оси ординат. ($f(-x)=f(x)$)

На рисунке изображен график четной функции. Достройте график на промежутке $(-\pi/2; 0)$.

График какой функции получился?

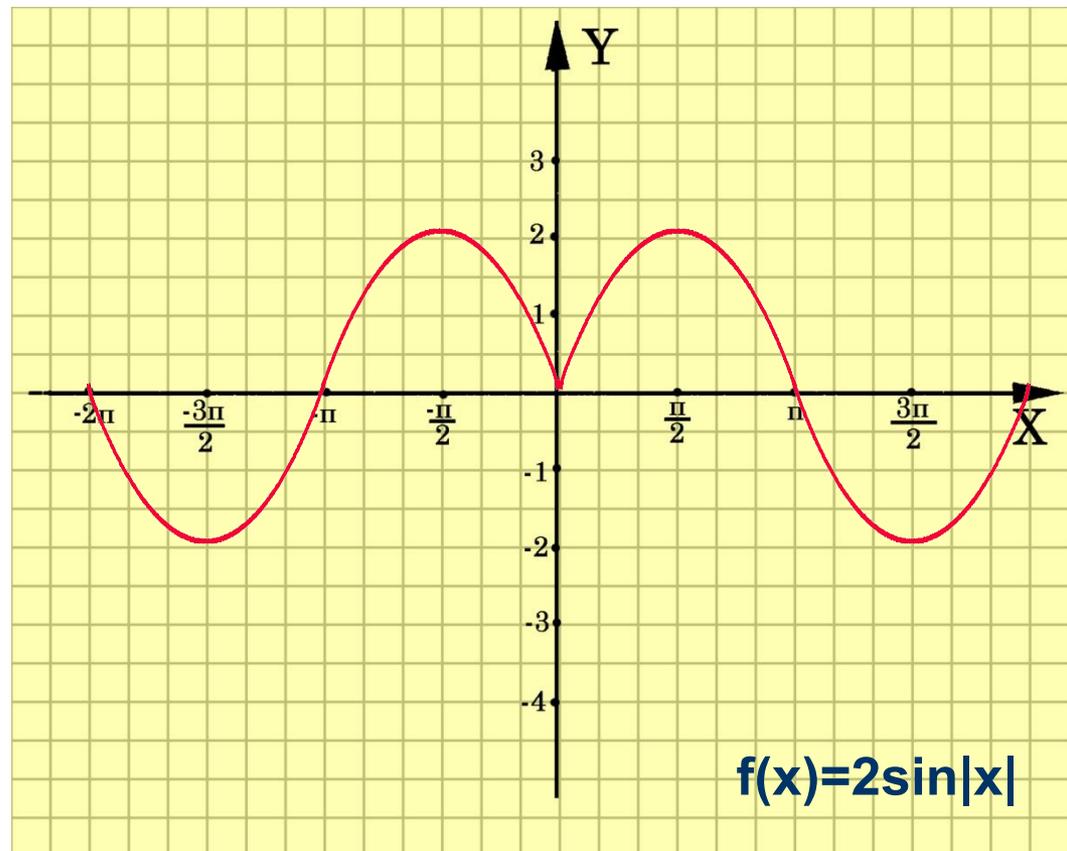
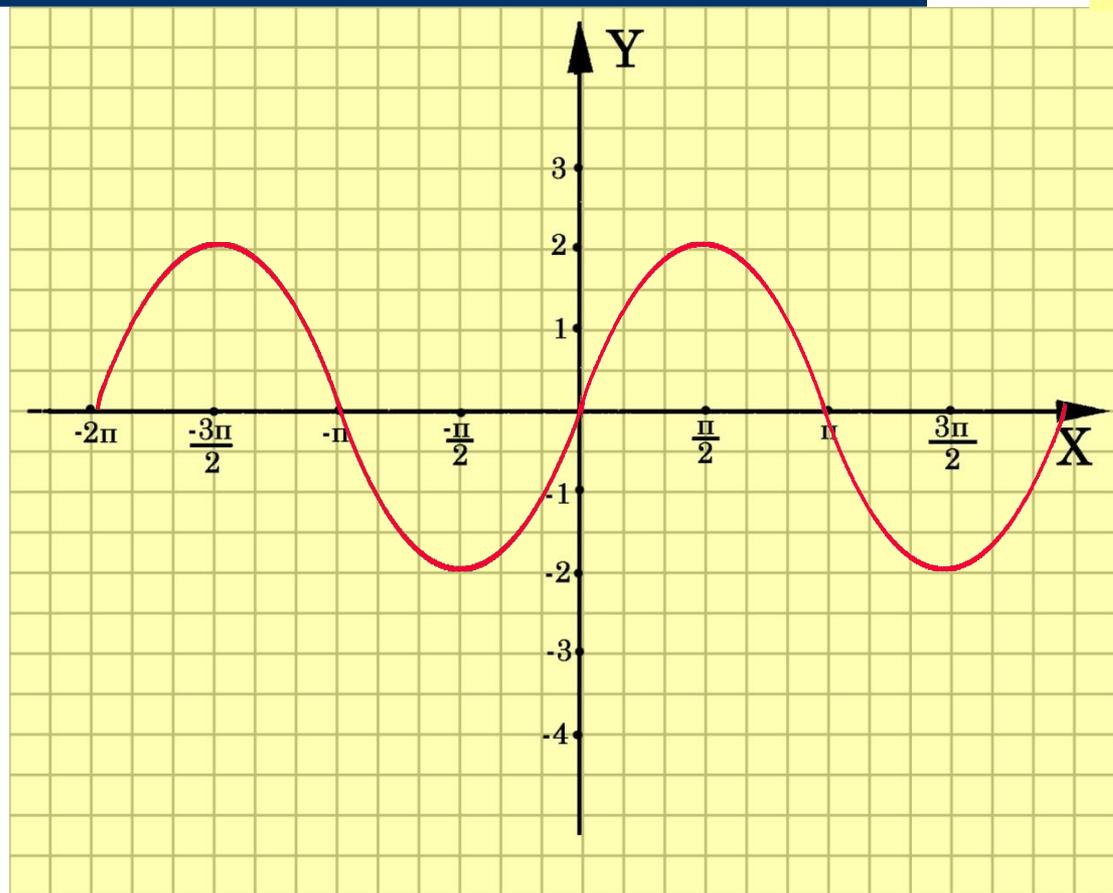


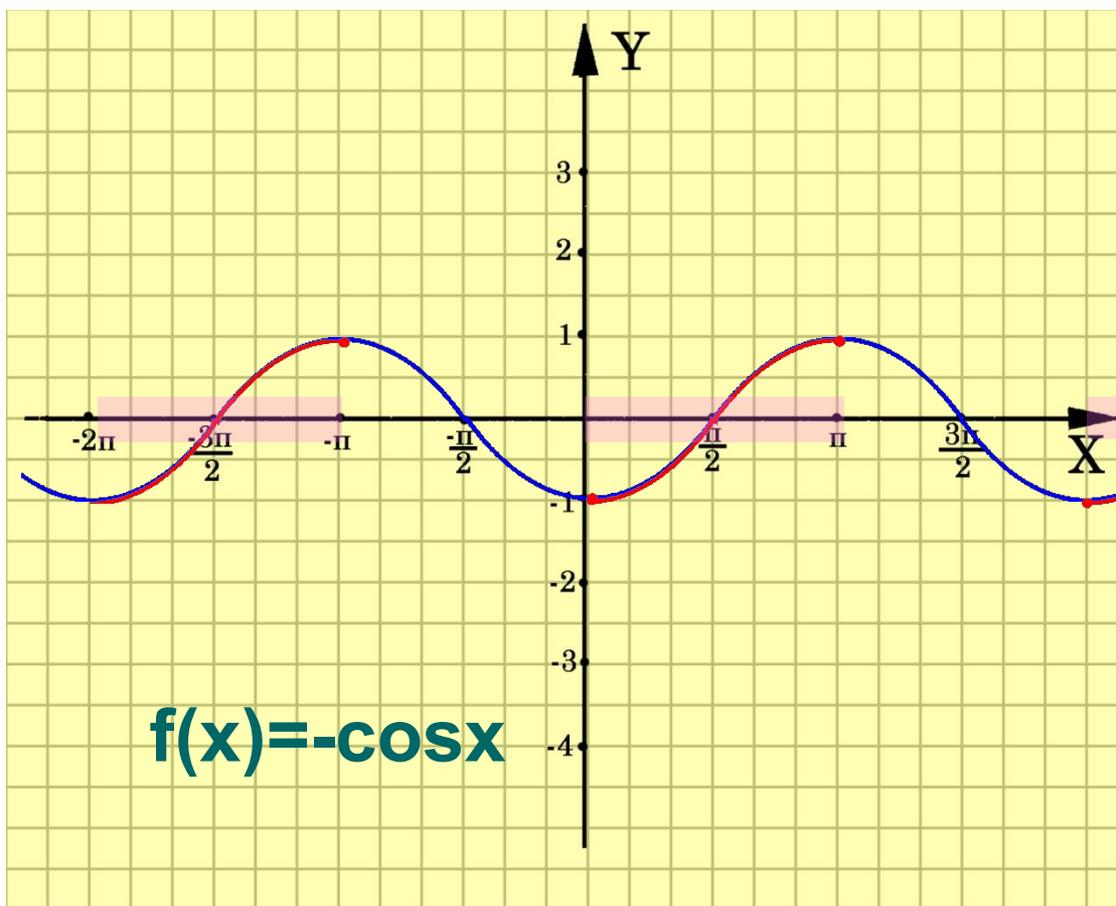
График нечетной функции симметричен относительно начала координат. ($f(-x) = -f(x)$)



На рисунке
Изображен график
нечетной функции.
Достройте график
на промежутке
($-\pi/2; 0$).



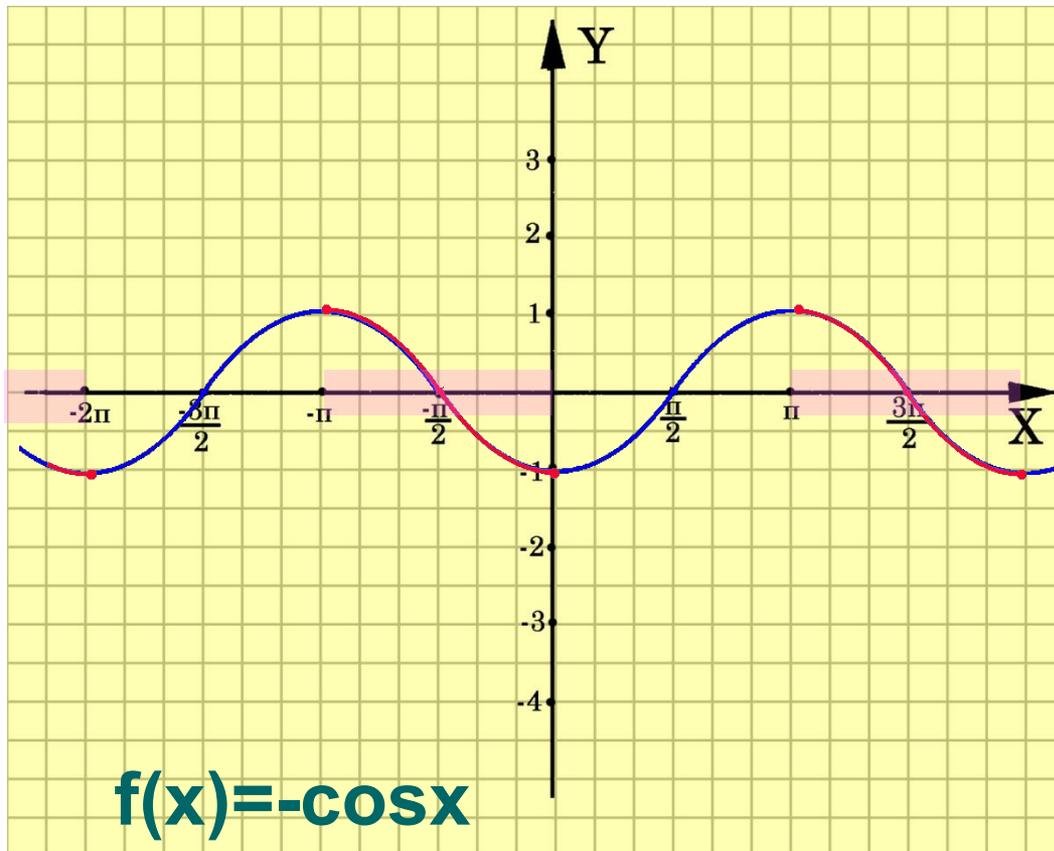
Функция f возрастает на множестве P , если для любых x_1 и x_2 из множества P , таких, что $x_1 > x_2$, выполнено неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



Определите промежутки возрастания функции.

[πk ; $3\pi/2k$]

Функция f убывает на множестве P , если для любых x_1 и x_2 из множества P , таких, что $x_1 > x_2$, выполнено неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



Определите промежутки убывания функции.

$$[-\pi + 2\pi k; 2\pi k]$$

Задание

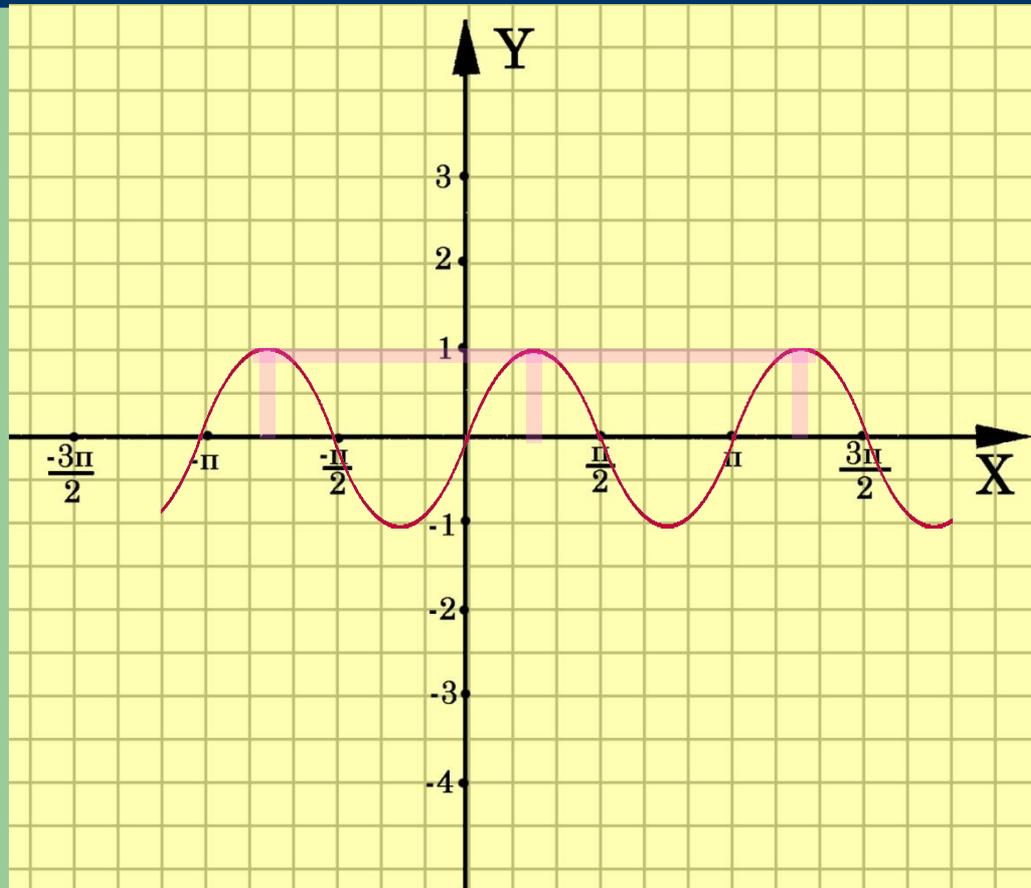
- Найдите промежутки возрастания и убывания функции:

$$y = 4 \cos 3x$$

$$y = 2 \operatorname{tg} x/2$$

$$y = 0,2 \sin 4x$$

Экстремумы функции



$\max f(x):$
 $f(\pi/4 + \pi k) = 1$

$\min f(x)$ определи
самостоятельно

Задание

- Найдите экстремумы функции:

$$y = \cos(x + \pi/4)$$

$$y = \sin(x + \pi/6)$$

$$y = 1 - \sin(x - \pi/3)$$

“Чтение” графика



- Область определения функции
- Область значений функции
- Четность (нечетность) функции
- Периодичность (наименьший положительный период) функции
- Точки пересечения графика с осями
- Промежутки знакопостоянства
- Промежутки возрастания (убывания) функции
- Максимумы (минимумы)

Если что-то не усвоил, вернись на нужную страницу.

- Область определения функции
- Область значения функции
- Периодичность
- Промежутки знакопостоянства
- Четность и нечетность функций
- Возрастание и убывание функций
- Максимумы (минимумы)
- План исследования функции