# Первичные описательные статистики

# Задача

**Возраст педагогических работников** (в годах):

18; 38; 40; 28; 29; 26; 38; 34; 22; 28; 30;
22; 23; 35; 33; 27; 24; 30; 32; 49; 37; 28;
25; 29; 26; 31; 24; 29; 27; 32; 25; 29; 29;
52; 58; 44; 39; 57; 19; 25.

Насколько молод коллектив?

# Меры центральной тенденции

- **Мода (Mo)** - значение, которое чаще других встречается в выборке.

- Если все значения встречаются одинаково часто — мода отсутствует
- Если два соседних значения имеют одинаковую частоту — мода между ними
- Выборка считается **бимодальной,** если два несмежных значения имеют наибольшую частоту

# Меры центральной тенденции: Мода

**В интервальном вариационном ряду:**

1)Данные уже сгруппированы в интервалы
2) Найти интервал с максимальной частотой — модальный
3) Считать моду по формуле:

*Xmo* — нижняя граница модального интервала;
h — ширина интервала;
m — частоты модального, премодального и постмодального интервалов

$$Mo = X_{mo} + h \cdot (m_{mo} - m_{mo-1}) / ((m_{mo} - m_{mo-1}) + (m_{mo} - m_{mo+1}))$$

**В безинтервальном вариационном ряду:**

1) Установить соотвествие между значениями X и их частотой
2) Самое частое значение, или

$Mo = X_i$

При условии $m_{xi} > \forall m_{x \neq xi}$

# Меры центральной тенденции

- **Медиана (Md)** - значение признака, которое делит ранжированное множество данных пополам так, что одна половина оказывается меньше медианы, а другая — больше

- Если объем выборки — нечетное число, то медиана…
- Если объем выборки четное число, то медиана…

# Меры центральной тенденции: Медиана

## В интервальном вариационном ряду:

1) Если данные уже сгруппированы в интервалы,
2) Найти **медианный интервал**, в котором накопленная относительная частота пересекает отметку в 50%
3) Считать медиану по формуле:

$X_{me}$ - нижняя граница модального интервала;
N - объем выборки;
$M_{me-1}$ - накопленная частота интервала перед медианным
h - ширина интервала;
$m_{me}$ - частота медианного интервала

$$Me = X_{me} + \frac{h \cdot (N/2 - M_{me-1})}{m_{me}}$$

## В безинтервальном вариационном ряду:

1) Расположить все значения по возрастанию
2) Медианой будет значение, находящееся в точном центре ряда.

$Me = X_i$ при условии $i = (N+1)/2$

# Меры центральной тенденции

**Среднее арифметическое** - частное от деления всех значений ($X_i$) на их количество (N)

$$X=\frac{\Sigma X_i}{N}$$

Свойства среднего:

1) если к каждому значению прибавить число C, то среднее тоже увеличится на число C;
2) если каждое значение умножить на C, то среднее увеличится в C раз

# Выбор меры центральной тенденции

*«Средняя температура по больнице?»*

- **Мода и медиана** «не чувствительны» к выбросам (на них не влияет отдельное большое или малое значение);
- **Мода** нестабильна в малых выборках;
- **Среднее** содержит погрешности на малых выборках с несимметричным распределением
- Для характеристики малой выборки **выбирайте медиану!**

# Меры изменчивости

- **Размах (P)** – интервал между максимальным и минимальным значениями признака
  **выборка: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 8, 9}**
  **Размах=8 N=10**

$$P = X_{мах} - X_{мин}$$

# Меры изменчивости

- **Среднее абсолютное отклонение (mad)** – это среднеарифметическое разницы (по абсолютной величине) между каждым значением в выборке и ее средним

$$mad = \frac{\Sigma d}{N}$$

- где $d = |x_i - M|$ - модуль расстояния;
- M – среднее или медиана выборки;
- $x_i$ – конкретное значение;
- N – объем выборки

# Меры изменчивости

- **Дисперсия ($S^2$)** — мера изменчивости, пропорциональная сумме квадратов отклонений значений от среднего

$$S^2 = \frac{\Sigma d^2}{N}$$ , **для больших выборок**

$$S^2 = \frac{\Sigma d^2}{N-1}$$ , **для малых выборок (>30чел)**

# Свойства дисперсии

- Если все значения равны друг другу, дисперсия равна 0 (нет рассеяния признака);
- Если ко всем значениям прибавить число C, это не поменяет дисперсию;
- Увеличение всех значений в C раз увеличивает дисперсию в $C^2$ раз
- Применима только для данных метрических шкал! (т.к. является мерой расстояния)

# Меры изменчивости

- **Стандартное отклонение (s) или ($S_n$)** — мера изменчивости, являющаяся положительным значением квадратного корня из дисперсии
- Для больших выборок $\sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$
- Для малых выборок $S_n = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N-1}}$
- Всегда выражается в исходных единицах признака, в отличие от дисперсии

# Асимметрия и эксцесс

Асимметрия и эксцесс характеризуют распределение признака в выборке, являются 3 и 4 моментами среднего

Показатели асимметрии и эксцесса.

- $A = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x-\bar{X})^3}{s^3}$ $E = \dfrac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x-\bar{X})^4}{S^4} - 3$

Свойства асимметрии и эксцесса:

- Если A>0 существенно, то среднее>медианы>моды и наоборот, при отрицательной асимметрии Mo>Me>M
- Если E>0 существенно, то распределение выборки островершинное (большее количество людей набирает близкие к моде баллы); а при E<0 распределение плосковершинное — т.е больше людей «рассеяны» от центра

# Меры положения

- **Квантиль** — точка на числовой оси измеренного признака, которая делит всю совокупность измерений на две группы с известным соотношением численности.
- **Квартили** — 3 точки — значения признака, которые делят сортированное по возрастанию множество значений на 4 равных интервала (по 25% выборки в каждом). 2-й квартиль — это  медиана.
- **Процентили** -  99 точек - значений признака.... (аналогично делят на отрезки по 1%)
- См. накопленные относительные частоты, чтобы понять, каким квантилем является конкретное значение

# Какие описательные статистики можно применять…

- **НА ШКАЛЕ НАИМЕНОВАНИЙ?**
- **НА РАНГОВОЙ ШКАЛЕ?**
- **НА ШКАЛЕ ИНТЕРВАЛОВ?**
- **НА ШКАЛЕ РАВНЫХ ОТНОШЕНИЙ?**

**Метрика** — функция, вводящая понятие расстояния между двумя элементами a и b множества A

**Расстояние** — числовая функция R(a, b), удовлетворяющая следующим условиям:

(1) $R(a, b) \geq 0$, причем $R(a, b) = 0$ тогда и только тогда, когда $a = b$;
(2) $R(a, b) = R(b, a)$;
(3) $R(a, b) + R(b, c) \geq R(a, c)$, «правило треугольника».

Введение метрики делит шкалы на неметрические и метрические.