Статистические критерии

Статистический критерий-это...

- …решающее правило, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с заданной вероятностью (Г.В. Суходольский).

Это правило требуется, чтобы математически обосновать наши выводы

Виды критериев

Параметрические

т.е. основанные на расчете параметров генеральной совокупности (X, σ^2).

Достоинства: более мощные и точные.

Трудности:

требуют измерений по шкале интервалов или равных отношений;

только нормальное распределение!;

желательный объем выборки $N>50$

Виды критериев

Непараметрические

т.е. не включающие в формулу расчета параметров распределения, основанные на оперировании частотами или рангами.

Достоинства:

+ просты в расчете;

+ применимы на малых выборках (N<10);

+ не привязаны к характеру распределения.

Недостатки: менее мощные (β), имеют табличные ограничения по макс. N

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

- **Назначение критерия**: оценка достоверности различий между 2 выборками по уровню признака;
- **Суть критерия**: оценивает зону совпадений значений выборок после сплошного ранжирования.
- **Ограничения критерия:**

а) N1>2, N2>5 (или каждая >3);

б) N1, N2 не более 60

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

Алгоритм подсчета (Е.В. Сидоренко):

- Перенести все данные на отдельные карточки двух цветов (Например, n_1 -синие, n_2 - красные);
- Разложить все карточки по возрастанию значений;
- Приписать каждому значению ранг, начиная с меньшего (Правила ранжирования!)
- Проверить: для всего ряда рангов $\sum_{\text{рангов}} = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$
- Для каждой выборки **отдельно** посчитать сумму рангов
- Наибольшую сумму рангов обозначить как Tx

Выявление различий в уровне исследуемого признака

U-критерий Манна-Уитни

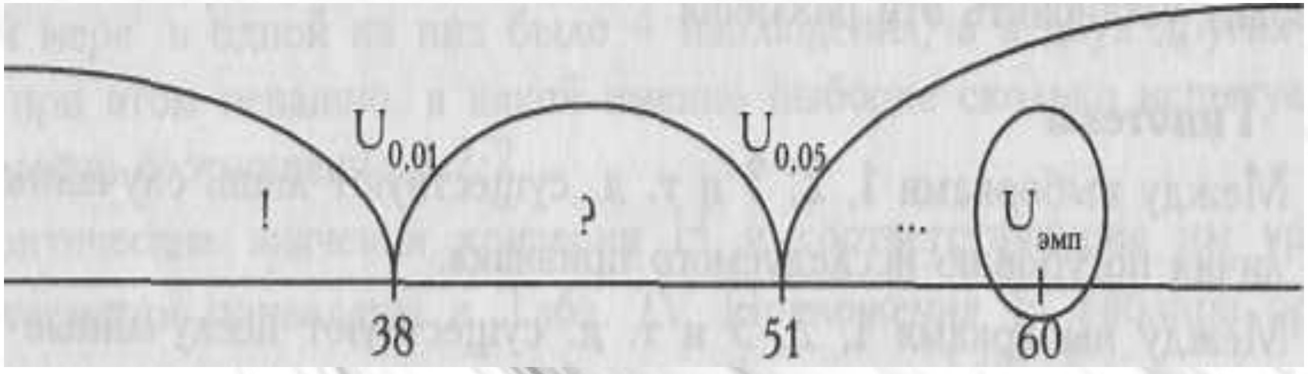
Алгоритм подсчета (продолжение):

- Считать **U=** $(n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x$,

где n_x — выборка с наибольшей суммой рангов.

- Сопоставить с табличными критическими значениями **Uкр.**
- **Если U < Uкр.** для р=0,01, тогда различие значимо
- Пример:

Различий нет



Выявление различий в уровне исследуемого признака

Н-критерий Крускала-Уоллеса

- **Назначение критерия**: оценка достоверности различий между 3 и более выборками по уровню признака;
- **Суть критерия**: оценивает различия в суммах рангов, полученных каждой выборкой после сплошного ранжирования всех испытуемых.
- **Ограничения критерия:**

а) N1>2, N2 и N3>4 (или каждая >3);

б) упускает различия между отдельными парами выборок

Выявление различий в уровне исследуемого признака

Н-критерий Крускала-Уоллеса

Алгоритм подсчета:

- Перенести данные каждой выборки на отдельные карточки определенного цвета;
- Разложить все карточки по возрастанию значений;
- Приписать каждому значению ранг, начиная с меньшего (проверить по Правилам ранжирования!)
- Посчитать сумму рангов каждой выборки, обозначить ее как Т1, Т2, Т3

$$\mathbf{H} = \left[\frac{12}{N \cdot (N+1)} \cdot \sum_{j=\text{выборка}} \left(\frac{T_j^2}{n_j}\right)\right] - 3 \cdot (N+1)$$

Выявление различий в уровне исследуемого признака

Н-критерий Крускала-Уоллеса

Алгоритм подсчета (продолжение):

- Если хотя бы одна выборка имеет объем n>5, **критические значения** по таблицам критерия хи-квадрат (χ^2) для df=N-1;
- Нарисовать ось значимости, отметить р=0.05 и р=0.01
- Если рассчитанное значение **Н ≥ Н кр.** для р=0.05, различие значимо и Н0 отвергается

Выявление различий в уровне исследуемого признака

Q-критерий Розенбаума

- непараметерическая оценка различий между двумя выборками по уровню какого-либо признака, количественно измеренного (для выборок с N>11);

S - критерий тенденций Джонкира

- выявляет тенденции изменения признака при переходе от выборки к выборке при сопоставлении 3 и более выборок (объем выборок одинаков, не более 6 выборок, N<10)

Оценка достоверности сдвига

Т-критерий Вилкоксона

- **Назначение критерия**: оценка достоверности изменений показателя выборки в разных условиях, направления и силы сдвига;
- **Суть критерия**: основан на ранжировании абсолютных разностей пар значений зависимых выборок.
- **Ограничения критерия:**

а) объем выборки $5<N<50$;

б) нулевые сдвиги из выборки придется исключить;

в) мощнее при значительных сдвигах

Оценка достоверности сдвига

Т-критерий Вилкоксона

$$T = \sum R_r$$

Алгоритм подсчета:

- Сортировать испытуемых по алфавиту;
- Вычислить разность между показателями «до» и «после»;
- Отдельной колонкой записать модули разностей
- Ранжировать модули разностей по возрастанию (соблюдать Правила ранжирования!)
- Отдельными колонками выписать ранги для + и — сдвигов (пометить те, которые считать нетипичными)
- Считать значение **Т** по формуле, где **Rr** - ранговые значения нетипичных сдвигов
- По таблице критических значений определить границы значимости. Сделать статистический вывод

Оценка достоверности сдвига

G- критерий знаков

- Установление общего направления сдвига (номинативные и ранговые переменные, незначительные сдвиги; $5<(N1+N2)<300$);

Критерий χ^2_r Фридмана

- Сопоставление показателей, измеренных в 3 или более условиях на одной и той же выборке (не определяет направление изменений; $N>2$; замеров>3)

L-критерий тенденций Пейджа

Направление изменений 1 выборки от 3 до 6 условий ($N<12$)

Параметрические критерии

F-критерий Фишера

Цель:сравнение дисперсий 2 независимых выборок

Ограничения: измерения по параметрическим шкалам, нормальное распределение признака в генеральной совокупности.

Гипотезы: **H_0**: $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$ **$H_{альт}$**: $\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

$$F=S^2_{большая}/S^2_{меньшая}$$

Сравнить с Fкр. для $df1=N_{больш}-1$ и $df2=N_{меньш}-1$

Если $F \leq$ Fкр.(df1,df2) для $p<0{,}01$, то нулевая гипотеза верна

Параметрические критерии

t-критерий Стьюдента — 1908г., заводы Гиннеса, В.Госсет, оценка процента брака

Цель: сравнение средних значений 2 выборок (есть модификации для зависимых, независимых, эмпирической и теоретической выборок).

Ограничения: нормальное распределение в выборках; предварительное сравнение дисперсий с помощью F-критерия Фишера.

Гипотезы: $\mathbf{H_0}$: $M_1=M_2=X$ $\mathbf{H_{альт}}$: $M_1^2 \neq M_2^2$

Два случая: при равенстве генеральных дисперсий и при их неравенстве

Параметрические критерии

t-критерий Стьюдента

Дисперсии равны $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

$$\boxed{|t| = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}}$$

$$s = \sqrt{\frac{df_1 \cdot s_1^2 + df_2 \cdot s_2^2}{df_1 + df_2}}$$

Сравнить с $t_{крит.}$ для $df=n_1+n_2-2$

t-критерий Стьюдента

Дисперсии неравны

$$|t| = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

Найти df по формуле:

$$\frac{1}{df} = \frac{c^2}{n_1 - 1} + \frac{(1-c)^2}{n_2 - 1}$$

Где $c = \dfrac{s_1^2/n_1}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$ и сравнить

Если $t<t_{крит}$ для $p<0,01$, то гипотеза H_0 верна

Параметрические критерии

Основной принцип критерия:

t= (наблюдаемое — ожидаемое)/ s.e.

Одновыборочный t-критерий: сравнить среднее выборки со средним генеральной совокупности

Независимый 2-выборочный t-критерий: сравнить средние 2 невзаимосвязанных выборок

Т-критерий для 2 зависимых выборок: сравнить изменение среднего в выборке «до» и «после»

Многофункциональные критерии

φ - критерий (угловое преобразование) Фишера

Назначение критерия: решать задачи сопоставления уровней исследуемого признака, сдвигов в значениях исследуемого признака и сравнения распределений;

Суть критерия: определяет долю (%) наблюдений в данной выборке, которая характеризуется интересующим исследователя эффектом.

Ограничения и возможности критерия:

а) измерения могут быть сделаны по любой шкале;

б) оценивает 2 выборки!;

в) N каждой выборки>5.

Многофункциональные критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

1. Определить значения признака, говорящие о наличии эффекта (в сложных случаях использовать критерий λ Колмогорова-Смирнова)
2. Составить и заполнить таблицу:

1 выборка — n1 есть эффект — n2 нет эффекта

2 выборка — n3 есть эффект — n4 нет эффекта

Многофункциональные статистические критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

3. Определить по каждой выборке процентные доли испытуемых, у которых «есть эффект», записать%.
4. Проверить, не равняется ли одна из сопоставляемых процентных долей нулю. Если да, использовать χ^2 -критерий
5. Определить по таблицам величины углов φ_1 и φ_2 для каждой из сопоставляемых процентных долей. Обозначить **больший % как угол φ_1**

Многофункциональные статистические критерии

φ - критерий Фишера

Алгоритм подсчета

6. Посчитать значение φ — критерия по формуле:

$$\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

Где n1 и n2 — объем выборок

7. Сравнить полученное значение с критическими:

$$\varphi_{эмп} = \begin{cases} 1{,}64 (\rho \le 0{,}05) \\ 2{,}31 (\rho \le 0{,}01) \end{cases}$$

8. Если $\varphi_{эмп} \ge \varphi_{кр}$, H_0 отвергается (различия статистически значимы).

Многофункциональные критерии

Биномиальный m-критерий

Цель: сопоставления частоты встречаемости какого-либо эффекта в выборке с теоретической или заданной частотой его встречаемости; для 5<N1<300;

χ^2 - критерий Пирсона

Цель: а)сопоставление эмпирического распределения признака с теоретическим; б)сопоставление двух, трех или более эмпирических распределений одного и того же признака.

Ограничения: N>30 (чем больше,тем лучше); неперекрещивающиеся разряды признака; требуется поправка на непрерывность

Проверка характера распределения

1) **Критерий Колмогорова-Смирнова:** сравнение двух распределений, сравнение эмпирического и теоретического распределений.

2) Критерий Шапиро-Уилка:

сравнение распределения выборки с нормальным.