

Подготовка к ЕГЭ 2012

Решение задач С3

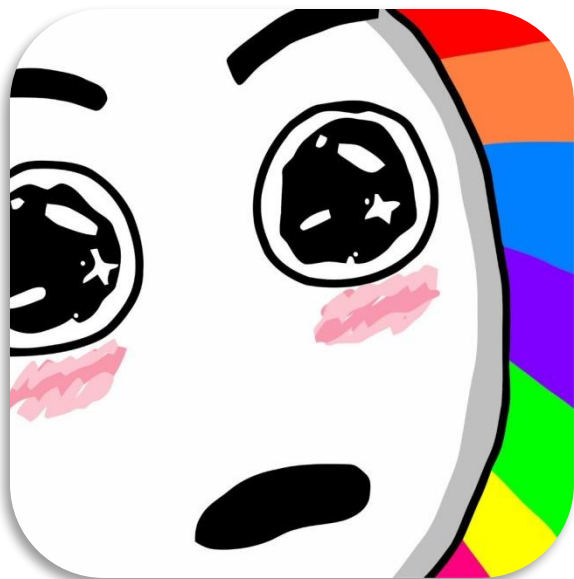
Авторы Хохлов Михаил, Кирсанов Николай
Учащиеся 11 Б класса МБОУ СОШ №16
Балаково Саратовская область

$$\begin{cases} 4x-3y=5 \\ 256x^4+81y^4=97 \end{cases}$$

Замена : Пусть $4x=U$; $-3y=V$, тогда:

$$\begin{cases} U+V=5 \\ U^4+V^4=97 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} U^4+V^4 &= (U^2+V^2)^2-2U^2V^2 \\ U^4+V^4 &= ((V+U)-2VU)^2-2V^2U^2 \\ \text{Пусть } \alpha &= U+V; \beta = UV \\ U^4+V^4 &= (\alpha^2-2\beta)^2-2\beta^2 \\ U^4+V^4 &= \alpha^4-4\alpha^2\beta+2\beta^2 \end{aligned}$$

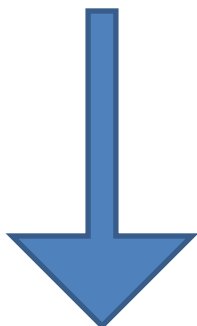


Подставим $\alpha=5$, во 2-е уравнение:

$$\begin{cases} \alpha=5 \\ \alpha^4-4\alpha^2\beta+2\beta^2=97 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha=5 \\ \beta^2-50\beta+264=0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\beta^2-50\beta+264=0 \\ &D/4=625-264=361 \\ &B_1=25+19=44 \\ &B_2=25-19=6 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} \alpha=5 \\ \beta=44 \\ \beta=6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha=5 \\ \beta=6 \\ \alpha=5 \\ \beta=44 \end{cases}$$

Обратная замена



$$\begin{cases} U+V=5 \\ UV=6 \end{cases} \quad \begin{cases} U=5-V \\ 5V-V^2=6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U+V=5 \\ UV=44 \end{cases} \quad \begin{cases} U=5-V \\ 5V-V^2=44 \end{cases}$$



$$\begin{cases} U=5-V \\ V^2-5V+6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U=5-V \\ V^2-5V+44=0 \end{cases}$$

(1) $V^2-5V+6=0$
 $D=25-24=1$
 $V_1=5+1/2=3$
 $V_2=5-1/2=2$

$$\begin{cases} U=5-V \\ V=3 \\ V=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U=5-V \\ V^2-5V+44 \end{cases}$$

(2) $V^2-5V+44=0$
 $D=25-176=-151$
 $D < 0$, корней нет



$$\begin{cases} U=2 \\ V=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U=3 \\ V=2 \end{cases}$$

Обратная замена:



$$4x=2$$

$$-3y=3$$

$$x=1/2$$

$$y=-1$$

$$4x=3$$

$$-3y=2$$

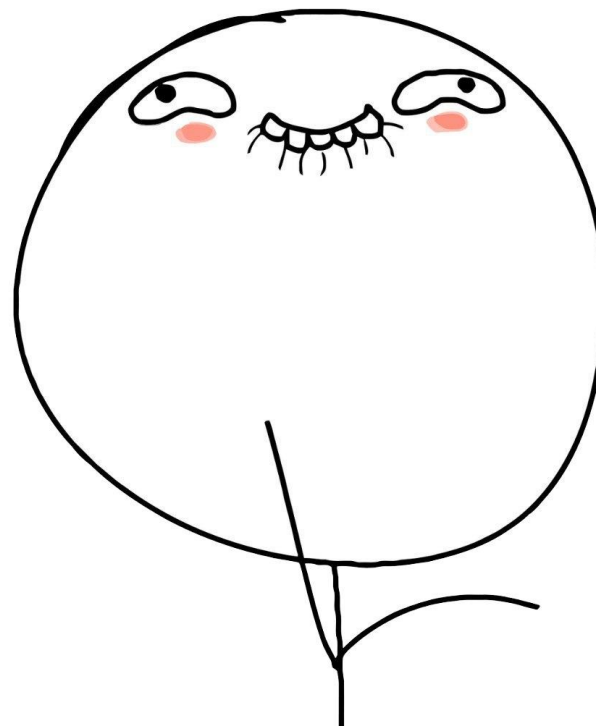
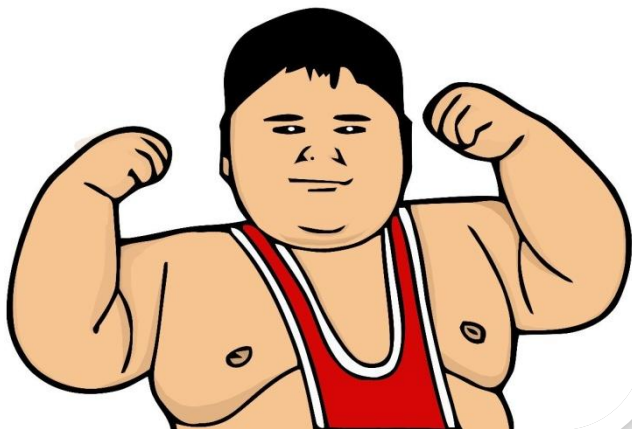
$$x=3/4$$

$$y=-2/3$$

Ответ: $(1/2 ; -1)$ и $(3/4 ; -2/3)$



YES, I CAN!



Ой
ну
перестань