

# ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

## Типы диэлектриков и их поляризация

*Диэлектрики* - вещества, в которых практически отсутствуют свободные носители заряда.

- Диэлектрики при обычных условиях не проводят электрический ток.
- Термин «диэлектрики» введен Фарадеем.
- Идеальных диэлектриков в природе не существует, так как все вещества в какой-то степени проводят электрический ток.
- Диэлектрики проводят электрический ток примерно на 15 - 20 порядков хуже, чем вещества, называемые проводниками.
- Диэлектрик, как и всякое вещество, состоит из атомов и молекул. Молекулы диэлектрика электрически нейтральны. Положительный заряд всех ядер молекулы равен суммарному заряду электронов.

Молекулу можно рассматривать как электрический диполь с электрическим моментом

$$\vec{p} = Q\vec{l}$$

, где  $Q$  - суммарный положительный заряд атомных ядер в молекуле,  $l$  - вектор, проведенный из «центра тяжести» отрицательных зарядов электронов в молекуле в «центр тяжести» положительных зарядов - атомных ядер.

- *Диэлектрик называют неполярным (с ковалентной неполярной химической связью между атомами в молекулах), если в отсутствие внешнего электрического поля «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов в молекулах совпадают, и, следовательно, электрический момент  $\vec{p}$  молекул таких диэлектриков равен нулю (примером является:  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$ ,  $CH_4$ ).*
- Под действием внешнего электрического поля заряды неполярных молекул смещаются в противоположные стороны (положительные - по полю, отрицательные - против поля) и молекулы приобретают дипольный момент.

- Диэлектрик называют *полярным* (с *ковалентной полярной химической связью между атомами в молекулах*), если даже при *отсутствии внешнего электрического поля* «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов не совпадают.
- Молекулы таких диэлектриков всегда обладают дипольным моментом. Примером таких молекул являются:  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{NH}_3$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{CO}$ .
- При *отсутствии внешнего поля* дипольные моменты полярных молекул вследствие *теплового движения* ориентированы в пространстве хаотично и их результирующий момент равен нулю.
- Если такой диэлектрик поместить во внешнее поле, то силы этого поля будут стремиться повернуть диполи вдоль поля и возникает отличный от нуля результирующий дипольный момент.

*Диэлектрик* называют *ионным*, молекулы которого имеют ионное (кристаллическое) строение (примеры: NaCl, KCl, KBr).

- Ионные кристаллы представляют собой пространственные решетки с правильным чередованием ионов разных знаков.
- В этих кристаллах нельзя выделить отдельные молекулы, а рассматривать кристаллы можно как систему двух вдвинутых одна в другую ионных подрешеток.
- При наложении на ионный кристалл электрического поля происходит некоторая деформация кристаллической решетки или относительное смещение подрешеток, приводящее к возникновению дипольных моментов.

- При внесении всех трех групп диэлектриков во внешнее магнитное поле происходит ***поляризация диэлектрика*** - процесс ориентации диполей или появления под воздействием внешнего электрического поля ориентированных по полю диполей.
- В результате чего возникает отличный от нуля суммарный дипольный момент молекул диэлектрика.

- Соответственно трем группам диэлектриков различают три вида поляризации:
- ***электронная, или деформационная, поляризация диэлектрика с неполярными молекулами.***  
закрывающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит;
- ***ориентационная, или дипольная, поляризация диэлектрика с полярными молекулами,***  
закрывающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов молекул по полю. Тепловое движение препятствует полной ориентации молекул, но в результате совместного действия обоих факторов (электрическое поле и тепловое движение) возникает преимущественная ориентация дипольных моментов молекул по полю. Эта ориентация тем сильнее, чем больше напряженность электрического поля и ниже температура;
- ***ионная поляризация*** диэлектриков с ионными кристаллическими решетками.  
закрывающаяся в смещении подрешетки положительных ионов вдоль поля, а отрицательных - против поля, приводящем к возникновению дипольных моментов.

# Поляризованность. Напряженность поля в диэлектрике

Поляризацию диэлектрика характеризуют векторной величиной - *поляризованностью*, определяемой дипольным моментом единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V} \quad \text{где дипольный момент диэлектрика} \quad \vec{p}_V = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

$\vec{p}_i$  — дипольный момент  $i$ -й молекулы.

В случае изотропных диэлектриков и не сильных полях поляризованность  $\vec{P}$  линейно зависит от напряженности поля  $\vec{E}$ .

Если диэлектрик изотропный и  $\vec{E}$  не слишком велико, то

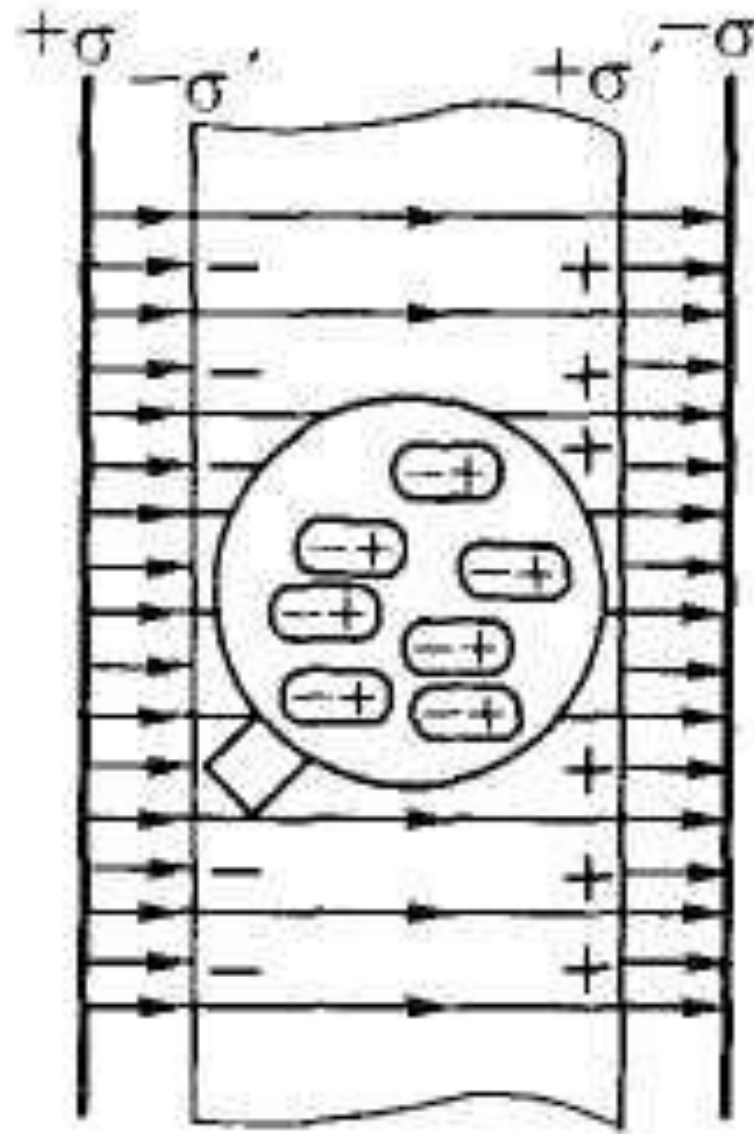
$$\vec{P} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\varepsilon$  — *диэлектрическая восприимчивость вещества*,

характеризующая свойства диэлектрика;

$\varepsilon$  - величина безразмерная, причем всегда  $\varepsilon > 0$  и для большинства диэлектриков (твердых и жидких) составляет несколько единиц.

- Пластина из однородного диэлектрика, заполняющая пространство между двумя бесконечными параллельными разноименно заряженными плоскостями и находящаяся, следовательно, в однородном внешнем электрическом поле  $E_0$ .
- Под действием поля диэлектрик поляризуется, т. е. происходит смещение зарядов. Положительные смещаются вправо по полю, а отрицательные влево - против поля.
- На правой грани диэлектрика, обращенного к отрицательной плоскости, будет избыток положительного заряда с поверхностной плотностью  $+\sigma$ , на левой грани, стороне положительной пластины, избыток отрицательного заряда с поверхностной плотностью  $-\sigma$ .
- Эти некомпенсированные *заряды*, появляющиеся в результате поляризации диэлектрика, называют *связанными*.





Из-за появления на диэлектрике связанных зарядов часть линий напряженности не пройдет сквозь диэлектрик.

Они будут заканчиваться (или начинаться) на связанных зарядах.

Соответственно напряженность электрического поля внутри диэлектрика будет меньше, чем  $E_0$ .

Появление связанных зарядов приводит к возникновению дополнительного электрического поля  $E'$  (поля, создаваемого *связанными зарядами*).

Это поле направлено против внешнего поля  $E_0$  (поля, создаваемого *свободными зарядами*) и ослабляет его.

Результирующее поле внутри диэлектрика  $E = E_0 - E'$

Поле  $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$ , созданное двумя бесконечными заряженными плоскостями;

поэтому  $E = E_0 - \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$

Определим поверхностную плотность связанных зарядов  $\sigma'$ .

Из определения поляризованности  $P = \frac{p_V}{V}$  получим, что

полный дипольный момент пластинки диэлектрика

$$p_V = PV = PSd,$$

где  $S$  - площадь грани пластинки,  $d$  - ее толщина.

С другой стороны, полный дипольный момент, по определению

$p = |Q'l|$  равен произведению связанного заряда каждой грани. ( $Q' = \sigma'S$ ) на расстояние  $d$  между ними,  
 $d = l$

Таким образом.  $pV = PSd = \sigma'Sd$

а значит  $\sigma' = P$ ,

т. е. поверхностная плотность  $\sigma'$  связанных зарядов равна поляризованности  $P$ .

Подставив в  $E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$

выражения  $\sigma' = P$  и  $\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$

получим  $E = E_0 - \varkappa E$

откуда напряженность результирующего поля внутри диэлектрика равна

$$E = \frac{E_0}{1 + \varkappa} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Безразмерную величину

$\varepsilon = 1 + \varkappa$  называют *диэлектрической проницаемостью среды*.

Сравнивая формулы

$$E = \frac{E_0}{1 + \alpha} = \frac{E_0}{\epsilon} \quad \text{и} \quad \epsilon = 1 + \alpha$$

Можно сделать два вывода. Диэлектрическая проницаемость среды -  $\epsilon$

- - показывает, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком,
- - характеризует количественно свойство диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

# Электрическое смещение

Вектор напряженности электростатического поля зависит от свойств среды, и при переходе через границу диэлектрика претерпевает скачкообразное изменение

$$E_1 = \frac{E_0}{\varepsilon_1}, \text{ создавая затруднения при расчете полей.}$$

Поэтому помимо вектора  $E$  для характеристики электростатического поля используют вектор *электрического смещения*, не претерпевающий разрыва на границе двух сред.

Для изотропной среды вектор электрического смещения

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad \text{где } \varepsilon_0 - \text{электрическая постоянная;} \\ \varepsilon - \text{диэлектрическая проницаемость среды.}$$

Покажем, что вектор  $\vec{D}$  не терпит разрыва на границе двух диэлектриков

с  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .

Запишем:  $E_1 = \frac{E_0}{\epsilon_1}$      $E_2 = \frac{E_0}{\epsilon_2}$

согласно  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$

$$\vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 \vec{E}_1 \quad \text{и} \quad \vec{D}_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 \vec{E}_2$$

Но  $\vec{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 \vec{E}_1 = \epsilon_0 \epsilon_1 \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_1} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

и  $\vec{D}_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 \vec{E}_2 = \epsilon_0 \epsilon_2 \frac{\vec{E}_0}{\epsilon_2} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

Получим,  $\vec{D}_1 = \vec{D}_2 = \epsilon_0 \vec{E}_0$

Используя,  $\varepsilon = 1 + \varkappa$  и  $\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$

вектор электрического смещения можно выразить как

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

Единица электрического смещения в СИ —  
*кулон на метр в квадрате* (Кл/м<sup>2</sup>).

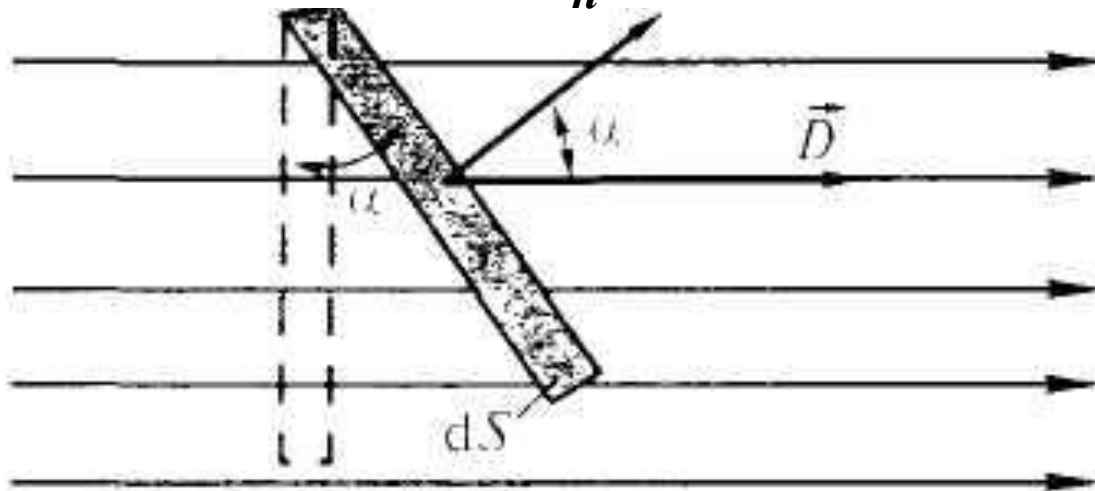
1. Связанные заряды появляются в диэлектрике при наличии внешнего электростатического поля. Внешнее поле создается системой свободных электрических зарядов. В диэлектрике существует электростатическое поле свободных зарядов и, дополнительно, электростатическое поле связанных зарядов.
2. *Результирующее поле* в диэлектрике описывается вектором напряженности  $\vec{E}$ , и потому оно зависит от свойств диэлектрика.
3. Вектором  $\vec{D}$  описывается электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами*.
4. Связанные заряды, возникающие в диэлектрике, могут вызвать перераспределение свободных зарядов, создающих поле.
5. Вектор  $\vec{D}$  характеризует электростатическое поле, создаваемое *свободными зарядами*, но при таком их распределении в пространстве, какое имеется при *наличии диэлектрика*.
6. Поле  $\vec{D}$ , как и поле  $\vec{E}$ , изображается с помощью **силовых линий вектора электрического смещения**, направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий вектора напряженности.
7. *Линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться на любых зарядах - свободных и связанных, в то время как линии вектора  $\vec{D}$  - только на свободных зарядах.*
8. *Через области поля, где находятся связанные заряды, линии вектора  $\vec{D}$  проходят не прерываясь.*



## Поток вектора $\vec{D}$ . Теорема Гаусса для поля в диэлектрике

Число линий вектора  $\vec{D}$ , пронизывающих элементарную площадку  $dS$ , нормаль  $\vec{n}$  которой образует угол  $\alpha$  с вектором  $\vec{D}$ ,

$$D dS \cos \alpha = D_n dS,$$



где  $D_n$  - проекция вектора  $\vec{D}$  на нормаль  $\vec{n}$  к площадке  $dS$ .

*Поток вектора электрического смещения* СКВОЗЬ площадку  $dS$  аналогично потоку вектора  $\vec{E}$

$$d\Phi_D = \vec{D} d\vec{S} = D_n dS \quad \text{где} \quad d\vec{S} = dS \vec{n}$$

Поток вектора  $\mathbf{D}$  - зависит не только от конфигурации поля  $\mathbf{D}$ , но и от выбора направления  $\mathbf{n}$ .

Единица  $\Phi_D$  потока вектора  $\mathbf{D}$  в СИ - *кулон* (Кл). 1 Кл равен потоку электрического смещения, связанному с суммарным свободным зарядом 1 Кл.

Для произвольной *замкнутой* поверхности  $S$  поток вектора  $\mathbf{D}$  сквозь эту поверхность

$$\Phi_D = \oiint_S \mathbf{D} d\mathbf{S}$$

## *Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике*

$$\Phi_D = \oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^N Q_i$$

*Поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных электрических зарядов.*

В случае непрерывного распределения заряда в пространстве с объемной плотностью  $\rho$  теорему Гаусса для электростатического поля в диэлектрике можно записать в виде

$$\Phi_D = \oiint_S \vec{D} d\vec{S} = \iiint_V \rho dV$$

*Поток вектора смещения электростатического поля в диэлектрике сквозь произвольную замкнутую поверхность равен свободному заряду, заключенному в объеме, ограниченном этой поверхностью.*

Для случая *вакуума* формально формулу можно записать в виде

$$\Phi_D = \oiint_S \overset{\boxtimes}{D} d\overset{\boxtimes}{S} = \oiint_S D_n dS = \oiint_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_{i=1}^N Q_i$$

Так как источниками поля  $\vec{E}$  в среде являются как свободные, так и связанные заряды, то теорему Гаусса для поля  $\vec{E}$  в самом общем виде можно записать как

$$\oiint_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_{i=1}^N Q_i + \sum_{i=1}^K Q_{CBi} \quad \text{где} \quad \sum_{i=1}^N Q_i \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^K Q_{CBi}$$

соответственно алгебраические суммы свободных и связанных зарядов, охватываемых замкнутой поверхностью  $S$ .

Однако эта формула *неприемлема* для описания поля  $\vec{E}$  в диэлектрике, так как она выражает свойства неизвестного поля  $\vec{E}$  через связанные заряды, которые, в свою очередь, определяются им же.

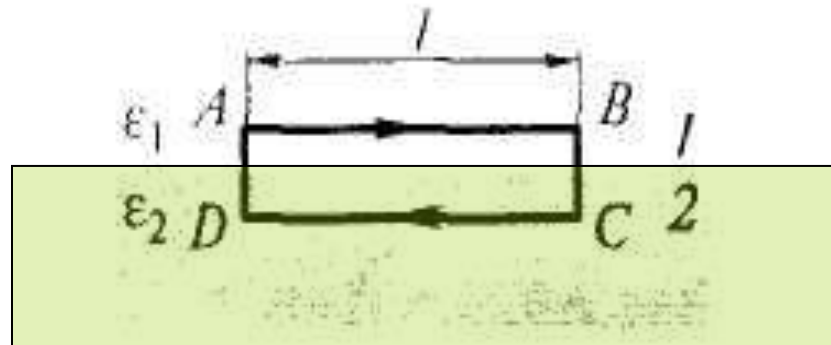
Это еще раз доказывает целесообразность введения вектора электрического смещения.

# Условия для электростатического поля на границе раздела двух диэлектриков

Найдем связь между векторами поля ( $E$  и  $D$ ) на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков с диэлектрическими проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$ .

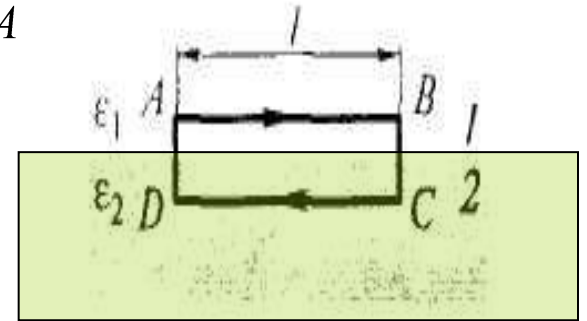
Границу раздела будем считать плоской и на ней свободные заряды отсутствуют.

Вблизи границы раздела диэлектриков  $1$  и  $2$  построим небольшой замкнутый контур в виде прямоугольника  $ABCD$  длиной  $l$ , две стороны которого параллельны границе раздела, а две другие - перпендикулярны ей.



Согласно теореме о циркуляции вектора  $\mathbf{E}$ , 
$$\oint_{ABCD} \overset{\nabla}{E} d\overset{\nabla}{l} = 0$$

откуда 
$$\int_{AB} E dl + \int_{BC} E dl + \int_{CD} E dl + \int_{DA} E dl = 0$$



$$E_{\parallel} |AB| + E_{\perp} |BC| - E_{\parallel} |CD| - E_{\perp} |DA| = 0$$

(знаки интегралов по  $AB$  и  $CD$  разные, так как пути интегрирования противоположны, а интегралы по участкам  $BC$  и  $DA$  ничтожно малы).

Поэтому 
$$E_{\parallel} |AB| - E_{\parallel} |CD| = 0$$

и

$$E_{\parallel} |AB| = E_{\parallel} |CD|$$

$$\vec{E}_{II} |AB| = \vec{E}_{II} |CD|$$

Разделив слева и справа на

$$l = |AB| = |CD|$$

получим:

$$\vec{E}_{\tau 1} = \vec{E}_{\tau 2}$$

Тангенциальная вектора  $\vec{E}_{\tau}$  одинакова по обе стороны границы раздела (не претерпевает скачка), т. е. является непрерывной

$$\vec{E}_{II} = \vec{E}_{\tau}$$

Проекция вектора напряженности, параллельная границе раздела называется тангенциальной составляющей вектора

Согласно формуле  $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$

заменяя проекции тангенциальные вектора  $E_\tau$  проекциями вектора  $D_\tau$ , деленными на  $\varepsilon\varepsilon_0$ , получим

$$\frac{\vec{D}_{\tau 1}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \vec{E}_{\tau 1} = \vec{E}_{\tau 2} = \frac{\vec{D}_{\tau 2}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2}$$

и окончательно:

$$\frac{\vec{D}_{\tau 1}}{\varepsilon_1} = \frac{\vec{D}_{\tau 2}}{\varepsilon_2}$$

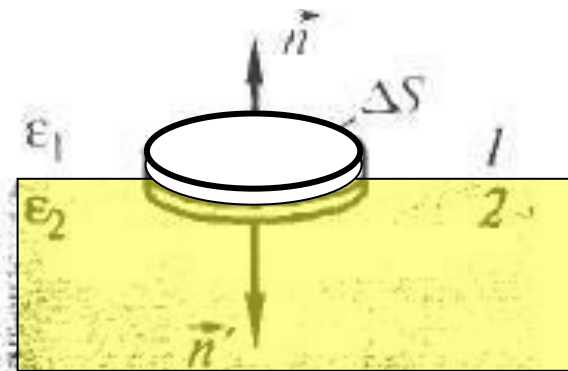
Тангенциальная составляющая вектора  $D$  на границе раздела двух диэлектриков претерпевает скачок (преломляется).



Для получения условий для нормальных составляющих векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{D}$  построим прямой цилиндр ничтожно малой высоты, одно основание которого находится в первом диэлектрике, другое — во втором.

Основания  $\Delta S$  настолько малы, что в пределах каждого из них вектор  $\mathbf{D}$  одинаков. Согласно теореме Гаусса, для поля в диэлектрике, где нет свободных зарядов

$$\oiint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \sum_{i=1}^N Q_i = 0$$



получим

$$\oiint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = D_{n1} \Delta S - D_{n2} \Delta S = \sum_{i=1}^N Q_i = 0$$

(нормали  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{n}'$  к основаниям цилиндра направлены противоположно).

Поэтому  $D_{n1} = D_{n2}$

Нормальная составляющая вектора  $\mathbf{D}$  является непрерывной, не претерпевая скачка.

Заменяя, в  $D_{n1} = D_{n2}$

согласно  $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$

проекция вектора  $\vec{D}$  проекциями вектора  $\vec{E}$ , умноженными на  $\epsilon_0 \epsilon$ , получим

$$\frac{\vec{E}_{n1}}{\vec{E}_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Нормальная составляющая вектора  $\vec{E}$  на границе раздела двух диэлектриков претерпевает скачок.

*Таким образом, если на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков свободных зарядов нет, то при переходе этой границы составляющие  $E_\tau$  и  $D_n$  изменяются непрерывно (не претерпевают скачка), а составляющие  $E_n$  и  $D_\tau$  претерпевают скачок.*

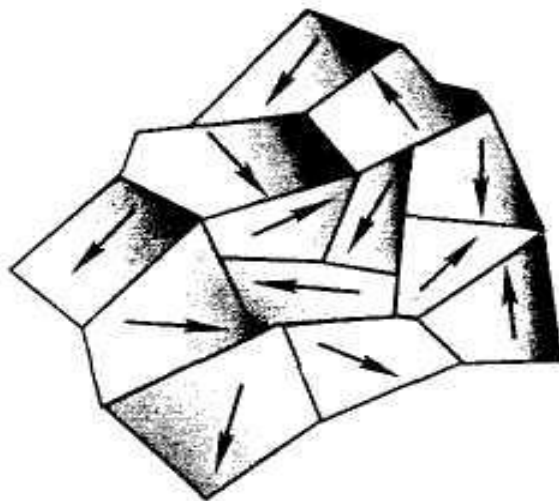
Из условий для составляющих векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  следует, что линии этих векторов испытывают излом (преломляются).

**Сегнетоэлектрики** - кристаллические диэлектрики, обладающие в определенном интервале температур *спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью*. Поляризованность, в отсутствие внешнего электрического поля, существенно изменяется под влиянием внешних воздействий таких как изменения температуры, электрического поля, деформации.

Впервые эти свойства обнаружены И.В. Курчатовым и П.П. Кобеко (1930) при исследовании кристаллов сегнетовой соли  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ . Она и дала название сегнетоэлектрики этому типу кристаллов.

В дальнейшем оказалось, что подобными свойствами обладают титанат бария, дигидрофосфат калия и т. д.

При отсутствии внешнего электрического поля сегнетоэлектрик представляет собой как бы мозаику из *доменов*. Доменами называются области с различными направлениями поляризованности. На рисунке стрелками указаны направления вектора поляризованности.



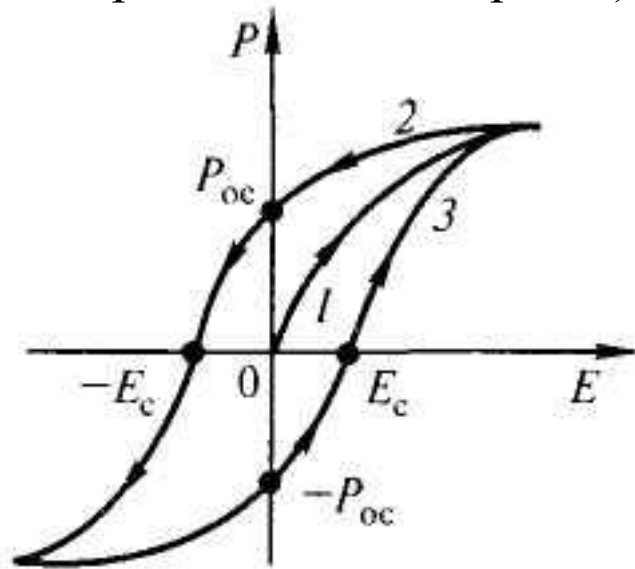
В смежных доменах эти направления различны, и в целом дипольный момент диэлектрика равен нулю.

При внесении сегнетоэлектрика во внешнее поле происходит переориентация дипольных моментов доменов по полю. Возникшее при этом суммарное электрическое поле доменов будет поддерживать их некоторую ориентацию даже после прекращения действия внешнего поля.

Поэтому сегнетоэлектрики имеют аномально большие значения диэлектрической проницаемости (для сегнетовой соли, например,  $\epsilon_{\text{сегн}} \sim 10^4$ ).

- Свойства сегнетоэлектриков сильно зависят от температуры.
- Каждый сегнетоэлектрик характеризуется так называемой *точкой Кюри*.
- Точка Кюри это характерная для каждого типа сегнетоэлектриков температура, выше которой их необычные электрические свойства исчезают.
- При этом сегнетоэлектрик превращается в обычный полярный диэлектрик. При охлаждении материала сегнетоэлектрические свойства восстанавливаются.
- Как правило, сегнетоэлектрики имеют только одну точку Кюри; исключение составляют лишь сегнетова соль ( $-18$  и  $+24$  °C) и изоморфные с нею соединения.
- В сегнетоэлектриках вблизи точки Кюри наблюдается также резкое возрастание теплоемкости вещества. Превращение сегнетоэлектриков в обычный диэлектрик, происходящее в точке Кюри, сопровождается фазовым переходом II рода.

В сегнетоэлектриках наблюдается явление *диэлектрического гистерезиса* (запаздывания), заключающегося в том, что сегнетоэлектрик имеет разные значения поляризованное при одной и той же напряженности электрического поля (в зависимости от значения предварительной поляризованности образца).



При увеличении напряженности  $E$  внешнего электрического поля поляризованность  $P$  растет, достигая насыщения (кривая 1). Уменьшение  $P$  с уменьшением  $E$  происходит по кривой 2, и при  $E = 0$  сегнетоэлектрик сохраняет *остаточную поляризованность*  $P_{oc}$ , т. е. сегнетоэлектрик остается поляризованным в отсутствие внешнего электрического поля.

Чтобы уничтожить остаточную поляризованность, надо приложить электрическое поле обратного направления ( $-E$ ). Величину  $Ec$  называют *коэрцитивной силой* (от лат. *coercitio* - удерживание). Если далее изменять  $E$ , то  $P$  изменяется по кривой 3 *петли гистерезиса*.

Следует упомянуть еще о *пьезоэлектриках* - кристаллических веществах, в которых при сжатии или растяжении в определенных направлениях возникает поляризованность даже в отсутствие внешнего электрического поля (*прямой пьезоэффект*).

Наблюдается и *обратный пьезоэффект* — появление механической деформации под действием электрического поля.

У некоторых пьезоэлектриков решетка положительных ионов при нагреве смещается относительно решетки отрицательных ионов, в результате чего они оказываются поляризованными даже без внешнего электрического поля. Такие кристаллы называются *пироэлектриками*.

Еще существуют *электреты* — диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электрического поля (электрические аналоги постоянных магнитов). Эти группы веществ находят широкое применение в технике и бытовых устройствах.