

# 1. Гравиразведка

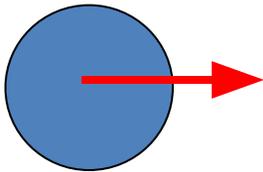
## (РАЗВЕДОЧНАЯ ГРАВИМЕТРИЯ)

### ЛИТЕРАТУРА

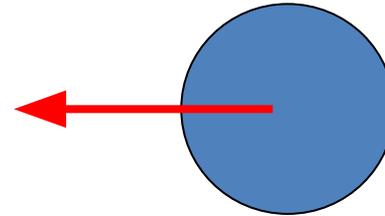
1. Андреев Б.А., Клушин И.Г. Геологическое истолкование гравитационных аномалий. -Л.: Недра, 1965. – 495 с.
2. Веселов К.Е., Сагитов М.У. Гравиметрическая разведка. –М.: Недра, 1968. – 512 с.
3. Гладкий К.В. Гравиразведка и магниторазведка. - М.: Недра, 1967. – 319 с.
4. Гравиразведка: Справочник геофизика / Под ред Е.А. Мудрецовой, К.Е. Веселова. 2 е изд. – М.: Недра, 1990. – 607 с.
5. Инструкция по гравиметрической разведке. – М.: Недра, 1975. – 88 с.
6. Маловичко А.К. Основной курс гравиразведки. 2-е изд. – Пермь: Изд.ПГУ, ч.1 и 2, 1966.
7. Миронов В.С. Курс гравиразведки. 2-еизд. –Л.: Недра, 1980. – 543 с.
8. Серкерев С.А. Гравиразведка и магниторазведка: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1999. – 437 с.
9. Успенский Д.Г. Гравиразведка. –Л.: Недра, 1968. – 331 с.

## 1.1. Сила притяжения и ее потенциал

### Закон всемирного тяготения



$$F = k \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



$$k = 6,673 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{г} \cdot \text{с}^2 \text{ (СГС)}$$

$$k = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2 \text{ (СИ)}$$

$$\text{Dim } F = \text{г см}/\text{с}^2 = \text{эрг}$$

$$\text{Dim } F = \text{кг м}/\text{с}^2 = \text{Н}$$

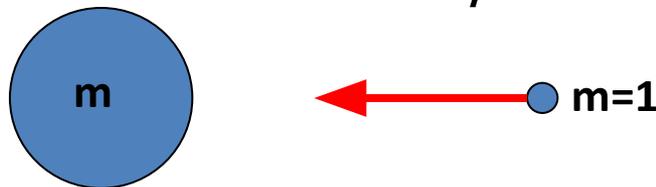
## Для точечных и сферических масс:

В гравиразведке

$$V = k \frac{m}{r} \quad - \text{ потенциал силы тяжести}$$

$\dim V - \text{м}^2/\text{с}^2$

$$f = k \frac{m}{r^2} \quad - \text{ ускорение силы тяжести}$$



$\dim f - 1 \text{ м}/\text{с}^2 = 1 \text{ Гл} = 1 \text{ Гл}$  (Галилео) в ед. СИ

$\dim f - 1 \text{ см}/\text{с}^2 = 1 \text{ гал}$  (гал) в ед. СГС.

1 миллигал (мгл) =  $10^{-3}$  гл =  $10^{-5}$  Гл или  $1 \text{ Гл} = 100 \text{ гл} = 10^5 \text{ мгал}$

1 микрогал (мкгл) =  $10^{-6}$  гл

т.е.  $9,81 \text{ м}/\text{с}^2 = 981000,00 \text{ мгал} = 981000000,00 \text{ мкгл}$

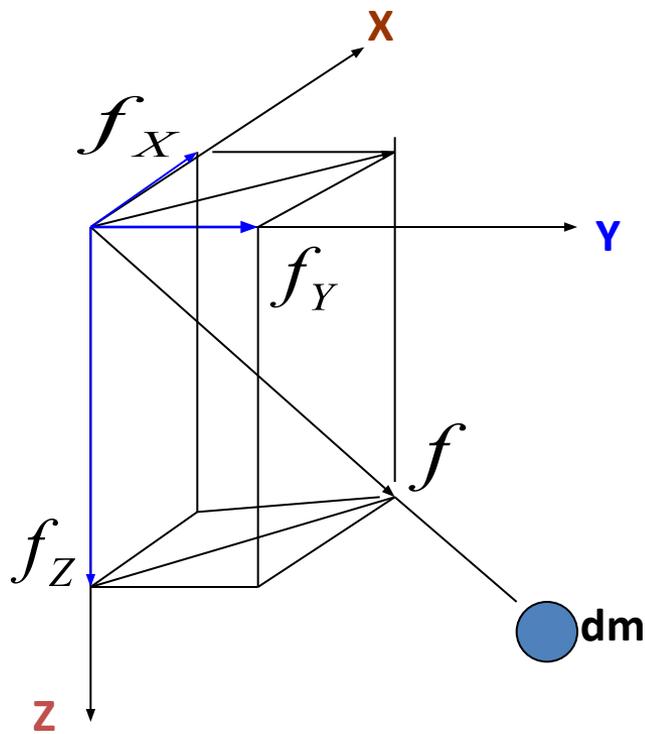
**Потенциал  $V$**  – энергия (или работа) по перемещению единичной точечной массы из бесконечности в данную точку поля.

**Сила притяжения**, действующая на **единичную точечную** массу  **$f$**  – **напряженность** поля притяжения, она численно равна ускорению, сообщаемому этой массе.

Напряженность  $f = -\text{grad } V$

$$\text{grad}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k}\right)$$

$$\angle(f_x, f) = \alpha \quad \angle(f_z, f) = \gamma \quad \angle(f_y, f) = \beta$$



$$\frac{\partial V}{\partial x} = V_x = f \cdot \cos \alpha = f_x$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = V_y = f \cdot \cos \beta = f_y$$

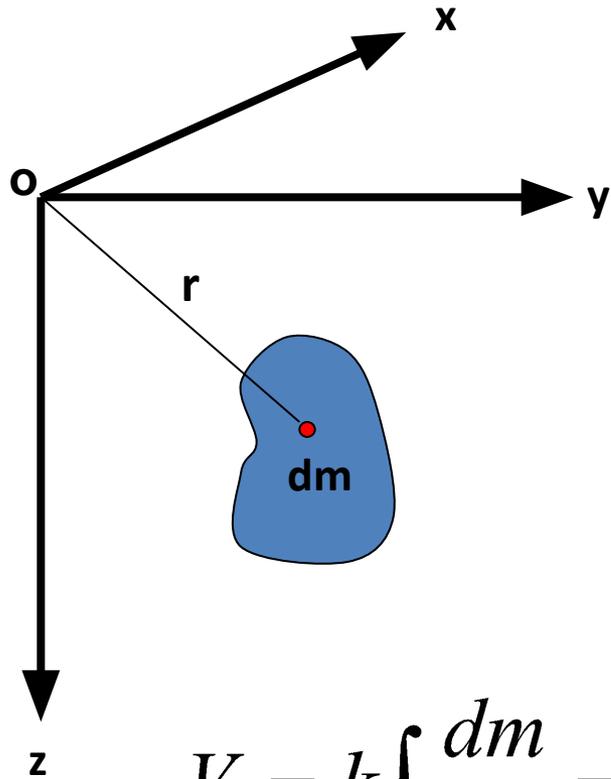
$$\frac{\partial V}{\partial z} = V_z = f \cdot \cos \gamma = f_z$$

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$$

$$f = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2}$$

**Для точечной массы  $dm$  потенциал и все его частные производные конечны, непрерывны и однозначны во всем пространстве, кроме точки  $dm$ , где они обращаются в бесконечность**

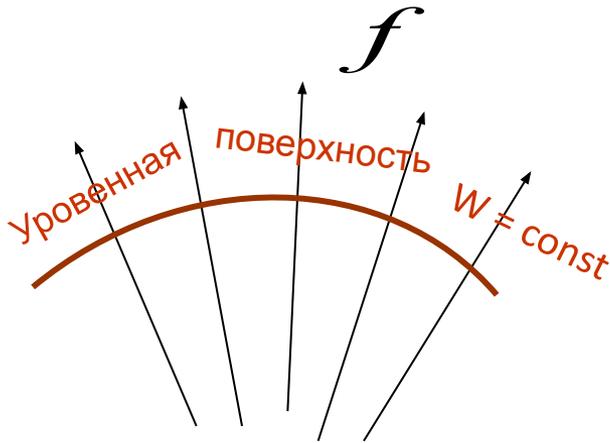
Для произвольных (объемных) масс



$$V = k \int_V \frac{dm}{r} = k \iiint_V \frac{\sigma(dx \cdot dy \cdot dz)}{r}$$

$$f = k \int_V \frac{dm}{r^2} = k \iiint_V \frac{\sigma(dx \cdot dy \cdot dz)}{r^2}$$

## Свойства потенциала объемной массы



1. При перемещении точки в направлении, перпендикулярном действию силы, потенциал остается постоянным (уровенная поверхность)
2. При перемещении массы по замкнутому контуру работа равна нулю
3. При перемещении точки вдоль действия силы  $f$  на расстояние  $dS$  :  $dV = f * dS$  (т-ма Брунса)
4. Вне возмущающих масс действует уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

5. Внутри возмущающих масс действует уравнение Пуассона

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi k \sigma$$

### Уравнение Лапласа



## 1.2. Производные потенциала силы тяжести и их физический смысл

Первые производные  $\frac{\partial V}{\partial z} = V_Z = g$      $\frac{\partial V}{\partial x} = V_X$      $\frac{\partial V}{\partial y} = V_Y$

Вторые производные

Смешанные (вертикально-горизонтальные)  $\frac{\partial^2 V}{\partial x \cdot \partial z} = V_{xz}$      $\frac{\partial^2 V}{\partial y \cdot \partial z} = V_{yz}$      $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = V_{zz}$

Горизонтальные  $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_{xx}$      $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = V_{yy}$      $\frac{\partial^2 V}{\partial x \cdot \partial y} = V_{xy}$

Физический смысл вторых смешанных производных

$$V_{xz} = \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial V_z}{\partial x} = \frac{\partial g}{\partial x} \quad V_{yz} = \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial V_z}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} \quad V_{zz} = \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right) = \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{\partial g}{\partial z}$$

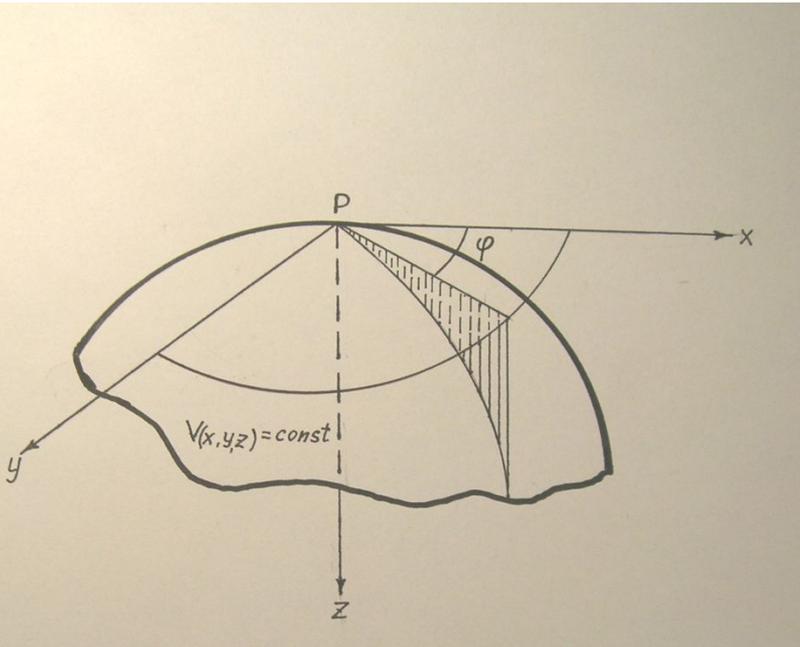
$V_{xz}$ ,  $V_{yz}$ ,  $V_{zz}$  – производные ускорения силы тяжести по осям координат и определяют скорость изменения  $g$  по направлениям этих осей

Горизонтальный градиент силы тяжести  $V_{zs} = \sqrt{V_{zx}^2 + V_{zy}^2} = \frac{\partial g}{\partial s}$

Максимальная величина скорости изменения  $g$  – полный градиент ускорения силы тяжести

$$V_{zR} = \sqrt{V_{zx}^2 + V_{zy}^2 + V_{zz}^2} = \frac{dg}{dR}$$

Вторые горизонтальные производные  $V_{xx}$ ,  $V_{yy}$ ,  $V_{xy}$  определяют форму уровенной поверхности в данной точке P.



**Кривизна нормального сечения в точке P**

$$\frac{1}{\rho_\varphi} = \frac{1}{g} (V_{xx} \cos^2 \varphi + V_{xy} \sin 2\varphi + V_{yy} \sin^2 \varphi)$$

$$\frac{1}{\rho_{xz}} = -\frac{1}{g} V_{xx} \quad \frac{1}{\rho_{yz}} = -\frac{1}{g} V_{yy}$$

$$\left( \frac{1}{\rho_{\max}} - \frac{1}{\rho_{\min}} \right) = \frac{1}{g} \frac{V_\Delta}{\cos 2\varphi_0} \quad V_\Delta = V_{yy} - V_{xx}$$

Пусть углом  $\varphi_0$  определяется сечение с

максимальной кривизной (вектор разности кривизн (вектор кривизны))

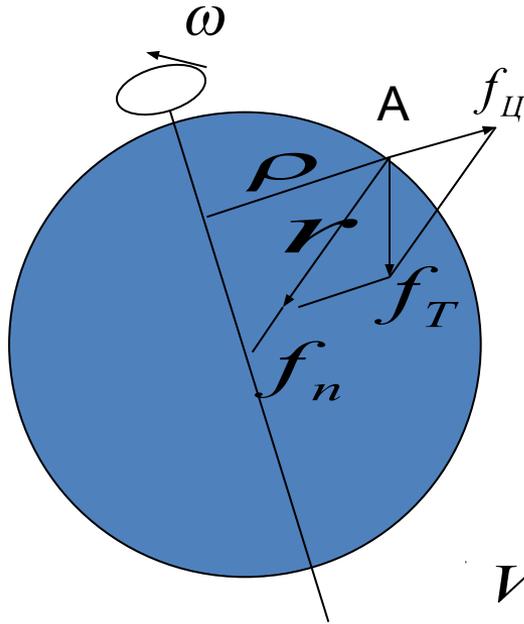
$$R = g \left( \frac{1}{\rho_{\max}} - \frac{1}{\rho_{\min}} \right) \quad \text{Для сферы } R = 0$$

Составляющие вектора кривизны  $R \cdot \cos 2\varphi_0 = V_\Delta \quad R \cdot \sin 2\varphi_0 = -2V_{xy}$

Производные  $V_{xx}$ ,  $V_{yy}$ ,  $V_{xy}$  определяют разность кривизн главных нормальных сечений уровенной поверхности и их азимуты.

Размерность всех вторых производных –  $\frac{1}{c^2} = 10^9 \text{ Этвеш}$   $1 \text{ мгл/км} = 10 \text{ E}$

### 1.3. Сила тяжести на поверхности Земли



$$\overline{f_T} = \overline{f_n} + \overline{f_{Ц}}$$

$V_n$  - потенциал притяжения

$U_{Ц}$  - потенциал центробежной силы

$$W = V_n + U_{Ц}$$

$$V_n = k \int_V \frac{dm}{r}$$

$$U_{Ц} = \frac{\omega^2}{2} \rho^2$$

$$f_n = k \frac{M}{r^2}$$

$$f_{Ц} = \rho \omega^2$$

$$\omega = \frac{2\pi}{86164}$$

$$f_n = \begin{cases} 978 \text{ гал} - \text{ на экваторе} \\ 983 \text{ гал} - \text{ на полюсе} \end{cases}$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = 6378,16 \text{ км}$$

$$R_{\text{ПОЛ}} = 6356,18 \text{ км}$$

$$\Delta R = 21,98 \text{ км}$$

## Практическая работа № 1

1. Определите для северных районов Томской области (широта  $60^\circ$ ) потенциал силы тяжести, ускорение силы тяжести и оцените (в %) вклад каждой составляющей в эти величины при сферической форме Земли с массой  $5,976 \cdot 10^{24}$  кг. Можно ли вкладывать одинаковый смысл в понятия «сила притяжения» и «сила тяжести»?
2. Определите величину аномалии силы тяжести для геологического объекта в его эпицентре. Объект имеет сферическую форму, глубина центра 400 м, радиус 200 м, плотность  $2,8 \text{ г/см}^3$ . Плотность вмещающих пород  $2,7 \text{ г/см}^3$ . Необходимо ли как-то учитывать центробежную силу при измерениях поля силы тяжести над такими объектами?
3. Используя среднее ускорение силы тяжести на поверхности Земли 981 гал, определите ее среднюю плотность и, учитывая, что средняя плотность самых тяжелых (глубинных) горных пород равна  $3,0 \text{ г/см}^3$ , сделайте выводы о распределении плотности внутри Земли.