

---

# Лекции по физике.

## Механика

---

Механические колебания. Маятники.  
Волновые процессы.

---

# Механические колебания

- **Колебаниями** называются процессы, происходящие с некоторой долей повторяемости
- **Классификация колебаний**
  - **Свободные** (собственные)
  - **Вынужденные**
  - **Параметрические**
  - **Автоколебания**

# Механические колебания

- **Гармонические колебания** описываются гармоническими функциями ( $\sin$ ,  $\cos$ )
  - Процессы в природе часто близки к гармоническим
  - Любые колебания можно рассматривать как суперпозицию гармонических

**МАЯТНИКИ**

# Малые колебания

- Рассмотрим механическую систему с одной степенью свободы, имеющую минимум потенциальной энергии  $U(x)$  в точке  $x=0$
- Разложим  $U(x)$  в ряд Маклорена:  
$$U(x) = U(0) + U'(0) \cdot x + \frac{1}{2} \cdot U''(0) \cdot x^2 + \dots$$
из условия минимума  $\rightarrow U'(0) = 0$  и  $U''(0) > 0$   
положим  $U(0) = 0 \rightarrow U(x) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$

# Малые колебания

- $F = -\text{grad}U = -k \cdot x$  – восстанавливающая сила
- Если эта сила действует на тело массой  $m$ , то уравнение движения принимает вид:  
 $m \cdot x'' = -k \cdot x$     или     $x'' + k/m \cdot x = 0$
- Решение этого уравнения:  
 $x = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0)$ ,     $\omega_0^2 = k/m$ ,  
где  $A$  – амплитуда,  $\phi_0$  – начальная фаза,  
 $\omega_0$  – **круговая частота**,  $\omega_0 \cdot t + \phi_0$  – фаза

# Малые колебания

- Сила трения:  $F_{\text{тр}} = -r \cdot x'$ , где  $r$  – коэффициент сопротивления
- Уравнение движения с учётом силы трения:

$$m \cdot x'' = -k \cdot x - r \cdot x' \quad \text{или} \quad x'' + 2 \cdot \beta \cdot x' + \omega_0^2 \cdot x = 0,$$

где  $2 \cdot \beta = r/m > 0$ .

Это уравнение описывает **затухающие собственные колебания**

затухающие  
колебания



# Малые колебания

- Решение уравнения:

$$x=A \cdot e^{-\beta \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t+\phi_0), \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

- При действии на систему внешней силы  $f(t)$  уравнение движения принимает вид:

$$x''+2 \cdot \beta \cdot x'+\omega_0^2 \cdot x=f(t) \quad (1)$$

Это уравнение описывает **вынужденные колебания**. Решение будет гармоническим, если  $f(t)$  – гармоническая функция:  $f(t)=F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$

- В общем случае  $\omega \neq \omega_0$

# вынужденные колебания

# Малые колебания

- Уравнение (1) является **линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами**
- Если  $f(t) \neq 0$ , то (1) **неоднородное** уравнение, если  $f(t) = 0$ , то **однородное**
- Общее решение неоднородного уравнения равно сумме общего решения однородного уравнения и какого-либо частного решения неоднородного уравнения

# Малые колебания

- При  $f(t)=F_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$  решение уравнения (1) имеет вид:

$$x = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \cdot \beta^2 \cdot \omega^2}} \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \arctg \frac{2 \cdot \beta \cdot \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

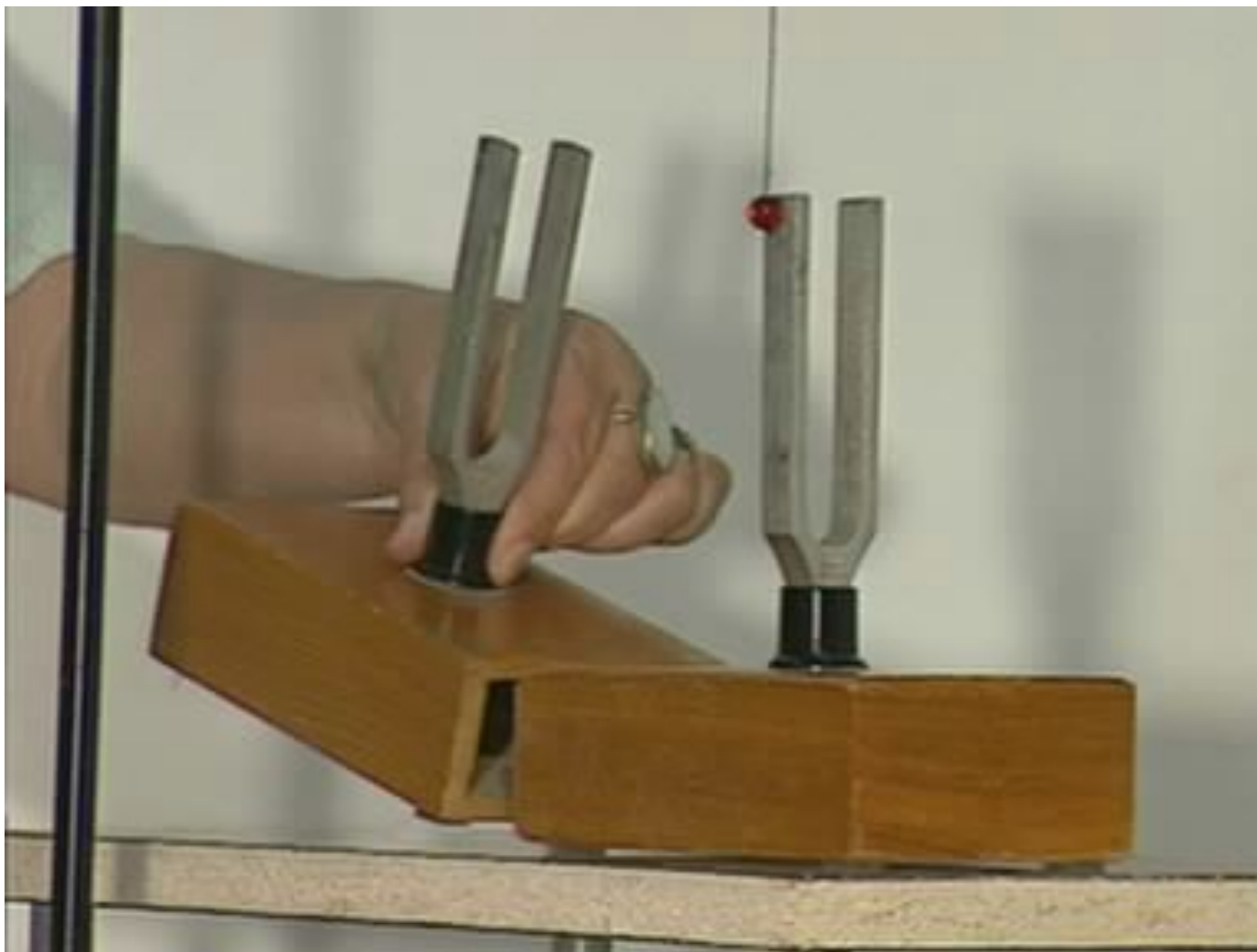
# Малые колебания

Особенности решения:

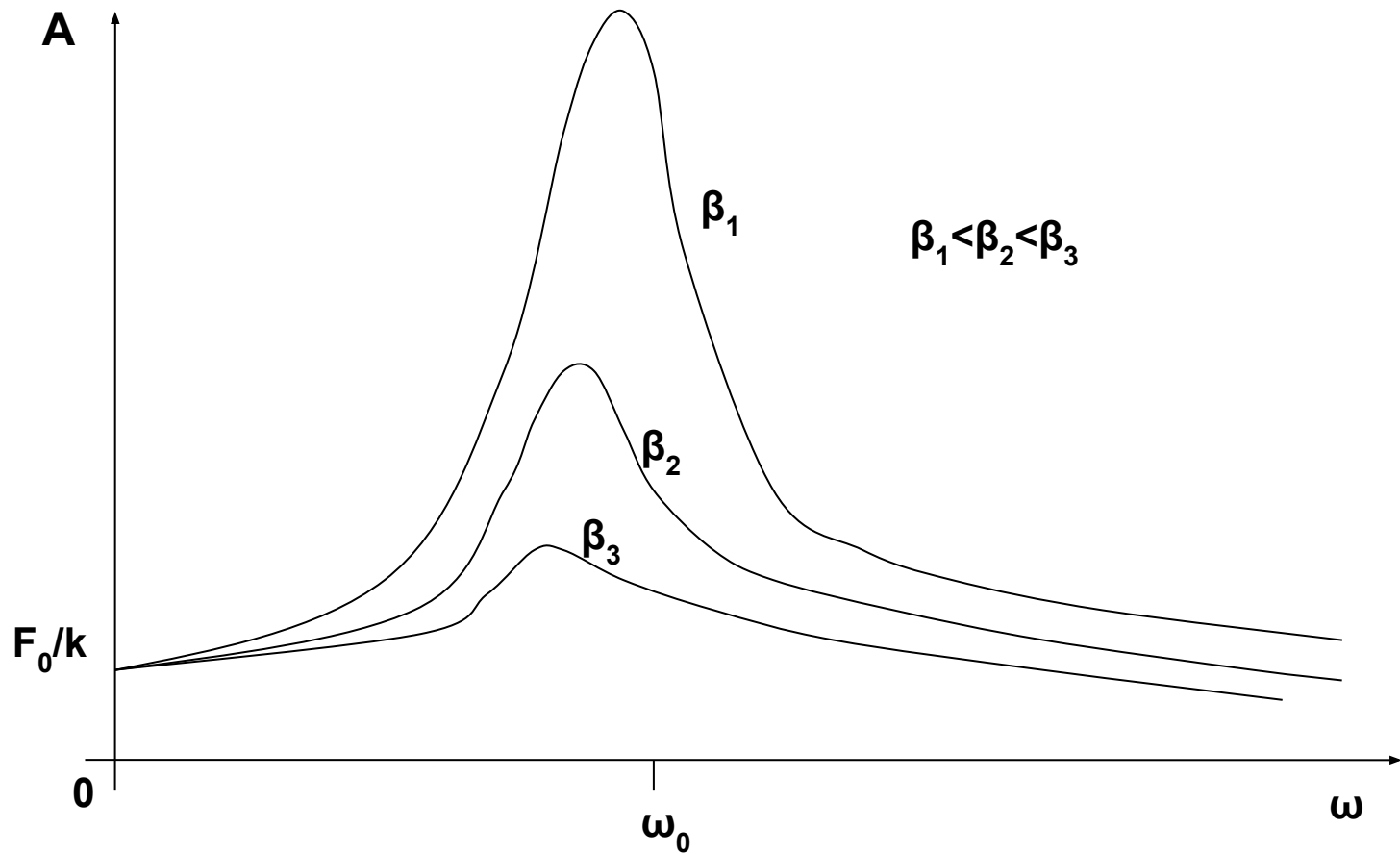
1. Частота колебаний равна частоте вынуждающей силы
2. При  $\omega \rightarrow \omega_0$  наступает **явление резонанса** при котором амплитуда вынужденных колебаний достигает максимума
3. Вынужденные колебания отстают по фазе от вынуждающей силы
  - Угол отставания  $\phi = \pi/2$  при резонансной частоте,  $\phi \rightarrow 0$  при  $\omega \rightarrow 0$  и  $\phi \rightarrow \pi$  при  $\omega \rightarrow \infty$

резонанс

# Явление резонанса



# Малые колебания





# Гармонические колебания

$$x = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0)$$

- **Период:**  $T = 2 \cdot \pi / \omega_0$ , с
- **Частота:**  $\nu = 1/T = \omega_0 / 2 \cdot \pi$ , Гц
- **Скорость:**  $v = x' = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \phi_0) =$   
 $= A \cdot \omega_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0 + \pi/2)$
- **Ускорение:**  $a = x'' = -A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0) =$   
 $= A \cdot \omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_0 + \pi) =$

# Гармонические колебания

Значения  $A$  и  $\phi_0$  могут быть определены из начальных условий, т.к. при  $t=0$ :

$$x_0 = A \cdot \cos(\phi_0), \quad v_0 = -A \cdot \omega_0 \cdot \sin(\phi_0)$$

Отсюда получаем:

$$A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \phi_0 = -\frac{v_0}{x_0 \cdot \omega_0}$$

---

# Гармонические колебания

- В процессе колебаний происходит превращение кинетической энергии в потенциальную и обратно. Кинетическая энергия достигает максимума при прохождении точки равновесия, а потенциальная – в точках максимального отклонения

# Сложение колебаний

- Согласно теореме Фурье негармоническое колебание можно представить как бесконечную сумму гармонических колебаний с частотами кратными частоте исходного колебания:

$$x_{\omega_0}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

# сложение колебаний

фигуры Лиссажу

# Пружинный маятник

- Возвращающая сила:

$$F_{\text{н}} = k \cdot \Delta l$$

- Уравнение движения:

$$\Delta l'' + (k/m) \cdot \Delta l = 0$$

- Частота и период колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

# Математический маятник

- Положение системы задаётся углом отклонения.
- Уравнение движения:  
 $m \cdot l^2 \cdot \phi'' = -m \cdot g \cdot l \cdot \phi$  или  $\phi'' + (g/l) \cdot \phi = 0$
- Частота и период колебаний:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$



# Гармонические колебания

- Широкое применение на практике получили генераторы колебаний – устройства в которых возбуждаются и поддерживаются автоколебания. В этих устройствах потери энергии колебательной системы компенсируются за счёт подвода энергии извне с помощью специального механизма

автоколебания

---

# Звуковые колебания

- Особую роль в жизни людей играют звуковые колебания которые представляют собой колебания частиц окружающей среды (воздух, вода и т.д.). Эти колебания используются для получения информации об окружающем мире
- Существуют различные способы возбуждения звуковых колебаний

# звуковой генератор

камертоны

**СВИСТКИ**

СТРУННЫЕ

---

# КОНЕЦ ЛЕКЦИИ