

# Система подготовки к ЕГЭ по математике

Решение задач на смеси,  
растворы и сплавы

Рулева Т.Г.  
МОУ СОШ №42  
г. Петрозаводск  
Республика Карелия





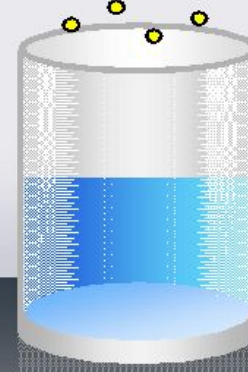
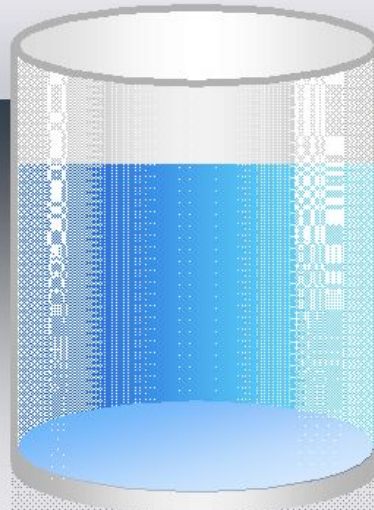
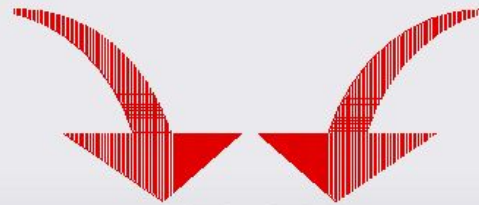
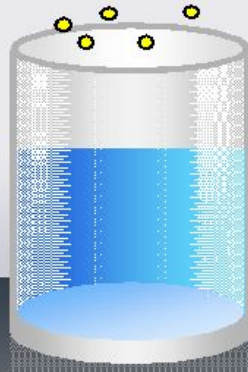
# Задача № 1



# Задача № 2

100%	300 г
50%	150

$$\frac{300 \cdot 50}{100}$$



$$\frac{120 \cdot 100}{60}$$

100%	200
60%	120 г

$$300 + 200$$

100%	500 г
54%	270 г

$$\frac{270 \cdot 100}{500}$$

$$150 + 120$$

Какой раствор получится при смешивании 300 граммов 50%-ного раствора соли и раствора, в котором 120 граммов соли составляют 60%?



Имеются сплавы золота и серебра. В одном эти металлы находятся в отношении 2: 3, а в другом в отношении 3: 7. Сколько нужно взять от каждого сплава, чтобы получить 1 кг нового, в котором золото и серебро находились бы в отношении 5: 11?

По этой схеме уравнение  $x + y = 1$  показывает массу нового сплава.

Определяем массу золота в каждом сплаве и получаем уравнение

$$\frac{2}{5} * x + \frac{3}{10} * y = \frac{5}{16} * 1$$

Аналогично массу серебра и получаем уравнение

$$\frac{3}{5} * x + \frac{7}{10} * y = \frac{11}{16} * 1$$

Записываем одну из систем:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ \frac{2}{5} x + \frac{3}{10} y = \frac{5}{16} \\ x + y = 1 \\ \frac{3}{5} x + \frac{7}{10} y = \frac{11}{16} \end{cases}$$

Решая ее, получаем  $x = 0,125$  и  $y = 0,875$

Ответ: 125 г и 875 г.



Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

1. Изобразим сплавы в виде прямоугольников

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \\ \hline 15\% & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{С} & \\ \hline 65\% & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \text{С} \\ \hline 30\% & \\ \hline \end{array}$$

$x(\text{г}) \qquad (200 - x)(\text{г}) \qquad 200(\text{г})$

$$0,15x + 0,65(200 - x) = 0,3 * 200 \rightarrow x = 140$$

2. Обозначим

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \\ \hline 15\% & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{С} & \\ \hline 65\% & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|} \hline \text{М} & \text{С} \\ \hline 30\% & \\ \hline \end{array}$$

$x(\text{г}) \qquad y(\text{г}) \qquad 200(\text{г})$

$$x + y = 200$$

$$0,15x + 0,65y = 0,3 * 200$$

$$x = 140 \text{ и } y = 60$$



Ответ: 140г меди и 60г свинца



Смешали 30%-й раствор соляной кислоты с 10%-ым раствором и получили 600 г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора надо было взять?

- Решение 1: аналитическая модель. Обозначим  $x$  массу первого раствора, тогда масса второго  $(600 - x)$ . Составим уравнение:  
$$30x + 10 * (600 - x) = 600 * 15 \qquad x = 150$$

- Решение 2: с использованием графика.

Приравнивание площадей равновеликих прямоугольников:

$$15x = 5 (600 - x)$$
$$x = 150$$

Ответ: 150г 30% и 450г 10% раствора





Имеется лом стали двух сортов с содержанием никеля 5% и 40%. Сколько нужно взять металла каждого из этих сортов, чтобы получить 140 т стали с содержанием 30% никеля?

- С использованием графика:  
(приравнивание площадей  
равновеликих  
прямоугольников)

$$10 * x = 25 * (140 - x)$$

$$x = 100$$

$$140 - 100 = 40$$

Ответ: 100 т и 40 т



Имеется два кислотных раствора: один 20%, другой 30%. Взяли 0,5 л первого и 1,5 л второго раствора и образовали новый раствор. Какова концентрация кислоты в новом растворе?

- Так как первый раствор 20 % - й, то в нем 0,2 объема занимает «чистая» кислота. Так как объем первого раствора равен 0,5л, то в этом количестве содержится  $0,2 \cdot 0,5 = 0,1$  л «чистой» кислоты.
- Аналогично во втором растворе будет содержаться  $0,3 \cdot 1,5 = 0,45$  л «чистой» кислоты.
- При смешивании растворов получим  $0,5 + 1,5 = 2$  л кислотного раствора, в котором  $0,1 + 0,45 = 0,55$  л «чистой» кислоты.
- Отсюда следует, что концентрация кислоты в новом растворе есть отношение  $0,55 : 2 = 0,275$ , т.е. 27,5%.

Ответ: концентрация кислоты в новом растворе 27,5%





Имеется руда из двух пластов с содержанием меди 6% и 11%. Сколько «бедной» руды надо взять, чтобы получить при смешивании с «богатой» 20 т руды с содержанием меди 8%?

Аналитическая модель:

Переведем проценты в дроби:

6%=0,06; 11%=0,11; 8%=0,08

Пусть надо взять  $x$  т «бедной» руды, которая будет содержать  $0,06x$  т меди, а «богатой» руды надо взять  $(20-x)$  т, которая будет содержать  $0,11(20 - x)$  т меди.

Так как получившиеся 20 т руды будут содержать  $20 \cdot 0,08$  т меди, то получим уравнение:

$$0,06x + 0,11(20 - x) = 20 \cdot 0,08.$$

Решив уравнение, получим  $x = 12$ .

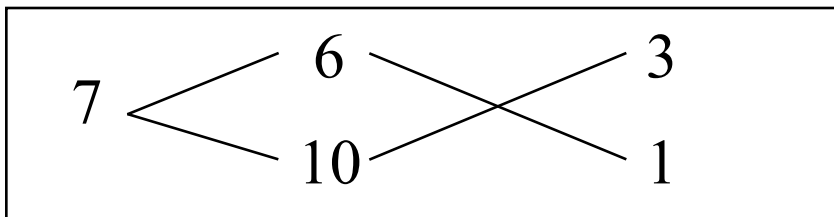
Ответ: 12т руды с 6% содержанием меди





# Старинный способ решения задач на смешивание двух веществ

У некоторого человека были на продажу масла двух сортов: одно ценою 10 гривен за ведро, другое же 6 гривен за ведро. Захотелось ему сделать из этих двух масел, смешав их, масло ценою 7 гривен за ведро. Какие части этих двух масел нужно взять, чтобы получить ведро масла ценою 7 гривен?

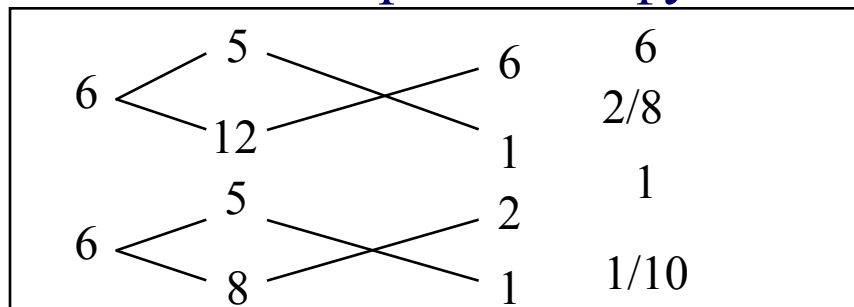


Из схемы делаем заключение, что дешевого масла нужно взять втрое больше, чем дорогого, т.е. для получения одного ведра ценою 7 гривен нужно взять дорогого масла  $1/4$  ведра, а дешевого масла  $3/4$ .



# Способ Л.Ф.Магницкого для трех веществ

- Некто имеет чай трех сортов –цейлонский по 5 гривен за фунт, индийский по 8 гривен за фунт и китайский по 12 гривен за фунт. В каких долях нужно смешать эти сорта, чтобы получить чай стоимостью 6 гривен за фунт?



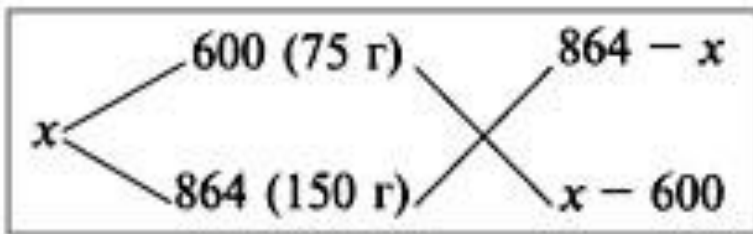
- Взять  $6+2=8$  частей чая ценой по 5 гривен и по одной части ценой 8 гривен и 12 гривен за один фунт. Возьмем  $8/10$  фунта чая ценой по 5 гривен за фунт и по  $1/10$  фунта чая ценой 8 и 12 гривен за фунт, то получим 1 фунт чая ценой  $8/10 \cdot 5 + 1/10 \cdot 8 + 1/10 \cdot 12 = 6$  гривен





# Сплавим два слитка серебра: 75 г 600-й и 150 г 864-й пробы. Определить пробу сплава.

- Пусть проба сплава равна  $x$ .  
Составим диагональную схему:



- Получаем:  
$$(864 - x) : (x - 600) = 75 : 150$$
$$1728 - 2x = x - 600$$
$$x = 776.$$

*Ответ:* сплав 776-й пробы.

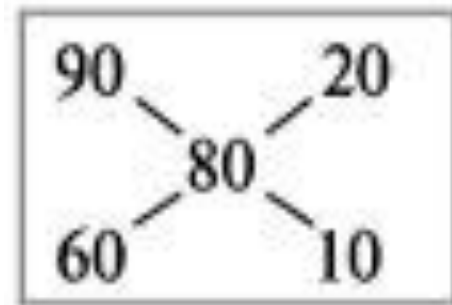






# «Правило креста»

- При решении задач на смешивание растворов разных концентраций используется «правило креста». В точке пересечения двух прямых обозначают концентрацию смеси. У концов этих прямых слева от точки пересечения указывают концентрации составных частей смеси, а справа – разности концентраций смеси и ее составных частей:



- Например, для приготовления 30 г 80%-го раствора  $\text{H}_3\text{PO}_4$  требуется взять 20 г 90%-го и 10 г 60%-го растворов кислоты.

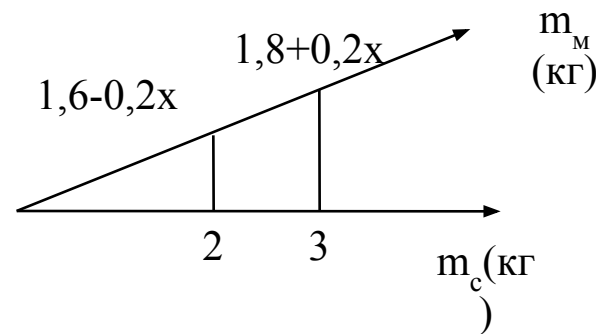


От двух кусков сплава с массами 3 кг и 2 кг и с концентрацией меди 0,6 и 0,8 отрезали по куску равной массы. Каждый из отрезанных кусков сплавлен с остатком другого куска, после чего концентрация меди в обоих сплавах стала одинаковой. Какова масса каждого из отрезанных кусков?

- Обозначим массу отрезанного куска  $x$  (кг).
- Так как в обоих сплавах концентрация меди после двух операций стала одинаковой, то массы сплавов и массы меди в этих сплавах пропорциональны.
- Первоначально массы меди в сплавах равны  $0,6 \cdot 3$  (кг) и  $0,8 \cdot 2$  (кг).
- После того, как отрезали куски массой  $x$  (кг), содержание меди стало  $0,6(3-x)$  и  $0,8(2-x)$ , а после сплавления  $0,6(3-x) + 0,8x$  и  $0,8(2-x) + 0,6x$

$$\frac{1,8 + 0,2x}{1,6 - 0,2x} = \frac{3}{2}, \quad x = 1,2$$

Ответ: 1,2 кг







Латунь – сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 11 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавил с 12 кг меди и получили латунь, в которой 75% меди. Сколько килограммов меди было в куске латуни первоначально?

- Обозначим искомую величину за  $x$ .
- Тогда масса первоначального куска латуни  $2x - 11$ , а его содержание меди составляет  $p = \frac{100x}{2x - 11}$  процентов.
- Поскольку «медность» куска меди 100%, то по правилу квадрата получаем:



$p$	25
	75
100	$75 - p$

$$\frac{25}{75 - p} = \frac{2x - 11}{12}, x = 22,5$$

Ответ: 22,5 кг меди было в куске латуни.



В бидон налили 4л молока трехпроцентной жирности и 6л молока шестипроцентной жирности. Сколько процентов составляет жирность молока в бидоне?

- Обозначим искомую величину за  $X$ .
- По правилу квадрата получим:

3	6 - x
x	
6	x - 3

- Составим пропорцию:

$\frac{6 - x}{x - 3} = \frac{4}{6}, x = 4,8$
--



Ответ: 4,8 % - жирность молока.



# ЕГЭ - 2009

## задачи на смеси и сплавы

1. Сплавляли 2 кг сплава цинка и меди, содержащего 20% цинка, и 6 кг сплава цинка и меди, содержащего 40% цинка. Найдите процентную концентрацию меди в получившемся сплаве.

Ответ: 65% меди.



2. Для приготовления маринада необходим 2% раствор уксуса. Сколько нужно добавить воды в 100 г 9%-го раствора уксуса, чтобы получить раствор для маринада?

Ответ: 350 г воды







*«Только из союза двоих, работающих вместе и при помощи друг друга, рождаются великие вещи».*

Антуан Де Сент-Экзюпери



*«При единении и малое растет, при раздоре и величайшее распадается».*

Саллюстий Гай Крисп