Дискретная случайная величина

Теория вероятностей и математическая статистика

Случайная величина

Величина, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, наперёд не известное и зависящее от случайных причин, которые заранее не могут быть учтены

Случайные величины

Дискретные

отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями

Непрерывные

принимает все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка

Сокращения

ДСВ – дискретная случайная величина

НСВ – непрерывная случайная величина

Закон распределения ДСВ

соответствие между возможными значениями и их вероятностями

Ряд распределения ДСВ

Табличный способ

X	x_1	x_2	x_3	…		x_n
P	p_1	p_2	p_3	…		p_n

Первая строка – возможные значения случайной величины в порядке возрастания

Вторая – их вероятности

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$$

Пример

В денежной лотерее выпущено 100 билетов.

Разыгрывается один выигрыш в 10 000 рублей и десять выигрышей по 1 000 рублей.

Найти ряд распределения случайной величины **X** – стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.

Пример

$$P(X = 10000) = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$P(X = 1000) = \frac{10}{100} = 0{,}1$$

$$P(X = 0) = 1 - 0{,}1 - 0{,}01 = 0{,}89$$

X	0	1 000	10 000
P	0,89	0,1	0,01

ЧИСЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДСВ

Математическое ожидание

Сумма произведений всех возможных значений случайной величины на их вероятности

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Приближённо равно **среднему** значению случайной величины

Пример

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 1 \times 0{,}3 + 2 \times 0{,}5 + 5 \times 0{,}2 = 2{,}3$$

Пример

X	-1	0	1
P	0,2	0,6	0,2

$$M(X) = -1 \times 0{,}2 + 0 \times 0{,}6 + 1 \times 0{,}2 = 0$$

X	-100	0	100
P	0,2	0,6	0,2

$$M(X) = -100 \times 0{,}2 + 0 \times 0{,}6 + 100 \times 0{,}2 = 0$$

Дисперсия

Рассеяние случайной величины

Математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания

$$D(X) = M\left[X - M(X)\right]^2$$

$$D(X) = M\left(X^2\right) - \left[M(X)\right]^2$$

Пример

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 1 \times 0{,}3 + 2 \times 0{,}5 + 5 \times 0{,}2 = 2{,}3$$

X	1^2	2^2	5^2
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X^2) = 1 \times 0{,}3 + 4 \times 0{,}5 + 25 \times 0{,}2 = 7{,}3$$

$$D(X) = 7{,}3 - [2{,}3]^2 = 2{,}01$$

Среднее квадратическое отклонение

Квадратный корень из дисперсии

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Имеет ту же размерность, что и случайная величина

Пример

X	1	2	5
P	0,3	0,5	0,2

$$M(X) = 2{,}3$$

$$D(X) = 2{,}01$$

$$\sigma(X) = \sqrt{2{,}01} \approx 1{,}418$$