

# ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

## Теплопередача:

- Теплопроводность;
- Конвекция;
- Тепловое излучение.

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau$$

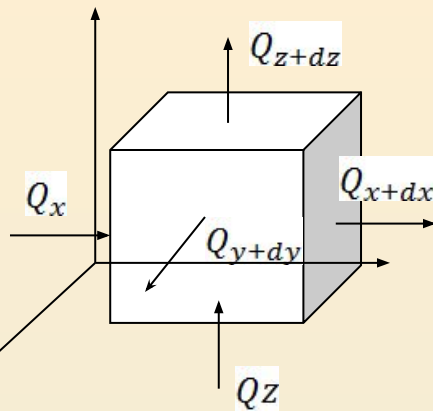
### **Закон Фурье:**

Количество тепла  $dQ$ , проходящее через элементарную поверхность  $dF$  за промежуток времени  $d\tau$  пропорционально температурному градиенту, величине поверхности и времени

## Одинаково сохраняют тепло



# Дифференциальное уравнение теплопроводности



$$Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau$$

$$Q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau$$

$$Q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdydzd\tau$$

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau + \left[ -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial t}{\partial x} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$Q_{y+dy} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau + \left[ -\lambda \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial t}{\partial y} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$Q_{z+dz} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdydzd\tau + \left[ -\lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial t}{\partial z} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dxdydzd\tau$$

$$dQ_y = Q_y - Q_{y+dy} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dxdydzd\tau$$

$$dQ_z = Q_z - Q_{z+dz} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dxdydzd\tau$$

Тогда полное приращение тепла за промежуток времени dt в объеме будет:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dxdydzd\tau$$

$$dQ = \lambda \nabla^2 t dV d\tau$$

$$dQ = c\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dV$$

$\nabla^2 t$  - оператор Лапласа

$$\lambda \nabla^2 t dV d\tau = c\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dV$$

$$\frac{\lambda}{c\gamma} = a$$

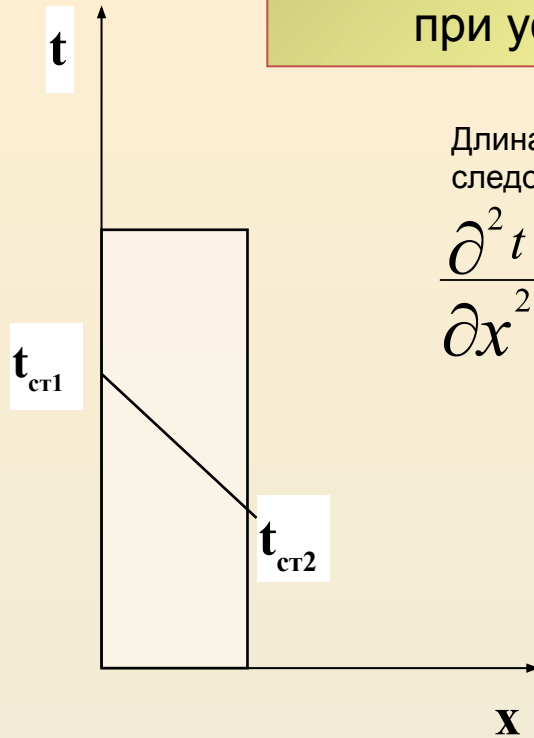
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

Дифф. уравнение теплопроводности в неподвижной среде

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$$

Уравнение теплопроводности

## Теплопроводность плоской стенки при установившемся тепловом потоке



Длина и ширина стенки безгранично велики по сравнению с толщиной, следовательно:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \longrightarrow \int \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial x} + C_1 \longrightarrow \int \partial t = \int \partial x C_1 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow t = C_1 x + C_2$$

$$x=0 \quad t=t_{cm1} \longrightarrow t_{cm1} = C_2$$

$$x = \delta \quad t = t_{cm2} \quad t_{cm2} = C_1 \delta + t_{cm1}$$

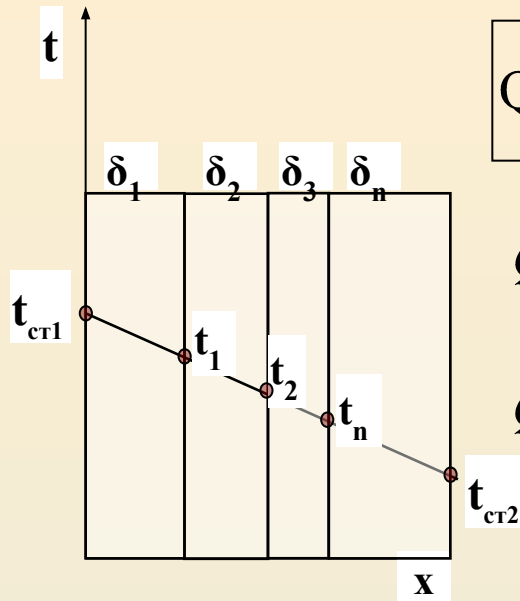
$$C_1 = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} \quad t = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} x + t_{cm1}$$

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} \quad (\text{изменение температуры по толщине стенки})$$

Подставляем в уравнение Фурье:  $dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau \longrightarrow dQ = -\lambda \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} dF d\tau$

или: 
$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

# Теплопроводность плоской многослойной стенки



$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{cr1} - t_1) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_1 - t_2) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

или:  $Q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{cr1} - t_1) F \cdot \tau$

$$Q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_1 - t_2) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{\delta_n}{\lambda_n} = (t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

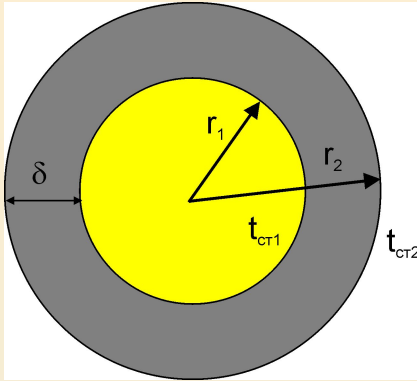
$$Q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right) = (t_{cm1} - t_1 + t_1 - t_2 + t_2 - t_n + t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) = (t_{cm1} - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{(t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

Уравнение  
теплопроводности  
многослойной  
стенки

## Теплопроводность цилиндрической стенки



$$t_{cm1} > t_{cm2}$$

$$Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \delta} 2\pi r L \tau$$

$$Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} 2\pi r L \tau$$

$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

$$F = 2\pi r L$$

$$\delta = r_2 - r_1$$

$$\partial \delta = \partial r$$

$$Q \frac{\partial r}{r} = -\lambda 2\pi L \tau \partial t$$

$$Q \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial r}{r} = -\lambda 2\pi L \tau \int_{t_{cm1}}^{t_{cm2}} \partial t$$

$$Q \ln \frac{r_2}{r_1} = \lambda 2\pi L \tau (t_{cm1} - t_{cm2})$$

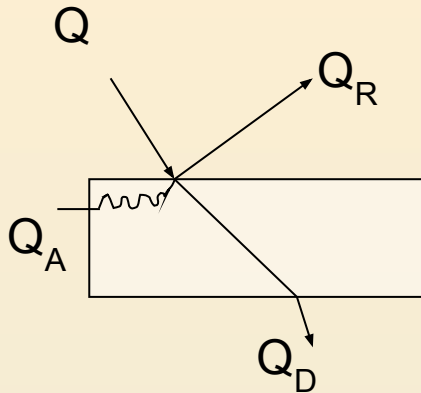
$$Q = \frac{2\pi L \tau (t_{cm1} - t_{cm2})}{\frac{1}{\lambda} 2,31g \frac{r_2}{r_1}}$$

Уравнение теплопроводности для цилиндрической однослойной стенки

$$Q = \frac{2\pi L \tau (t_{ct1} - t_{ct2})}{2,31g \frac{r_{i+1}}{r_i} \cdot \frac{1}{\lambda_i}}$$

Уравнение теплопроводности для многослойной цилиндрической стенки

# Тепловое излучение



$$Q_A + Q_R + Q_D = Q$$

$$\frac{Q_A}{Q} + \frac{Q_R}{Q} + \frac{Q_D}{Q} = 1 \quad A + R + D = 1$$

A=1      R=D=0 – абсолютно черное тело  
R=1      A=D=0 – абсолютно белое тело  
D=1      A=R=0 – абсолютно прозрачное тело  
(диатермическое)

Лучеиспускательная способность тела:

$$E = \frac{Q_{\text{л}}}{F\tau}$$

$$E = C \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

$$\varepsilon = \frac{C}{C_0}$$

$$E = \varepsilon C_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

степень черноты

# Лучистый теплообмен между телами

Взаимное излучение двух твердых тел:

$$Q = C_{1-2} F \tau \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \varphi$$

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{C_2} - \frac{1}{4,96} \right)}$$

При излучении в замкнутом пространстве

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{4,96}}$$

При излучении двух, параллельно расположенных тел



# Конвекция

Закон охлаждения Ньютона:

$$dQ = \alpha(t_{cm} - t_{жс})dFd\tau$$

Уравнение Фурье-Кирхгофа:

$$W_x \frac{\partial t}{\partial x} + W_y \frac{\partial t}{\partial y} + W_z \frac{\partial t}{\partial z} = \alpha \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$$

$$\alpha = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Gr}, \text{Nu})$$

Критерий  
Прандтля:

$$\text{Pr} = \frac{3600 \mu g C_p}{\lambda}$$

Критерий  
Нуссельта:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d (\text{или } L)}{\lambda}$$

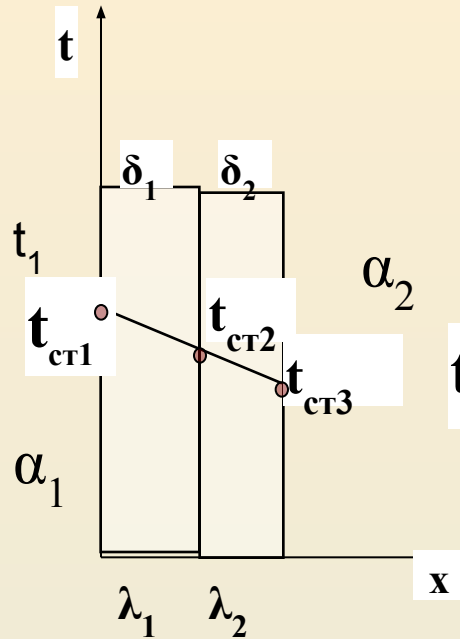
Критерий  
Грасгофа:

$$\text{Gr} = \frac{d^3 \gamma^2 \beta T}{\mu^2 g}$$

Критерий  
Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{wd\rho}{\mu}$$

# Уравнение теплопередачи при постоянной температуре для плоских стенок



$$Q = \alpha_1 (t_1 - t_{cr1}) F \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{cr1} - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{cr2} - t_{cr3}) F \cdot \tau$$

$$Q = \alpha_2 (t_{cr3} - t_2) F \tau$$

$$Q \frac{1}{\alpha_1} = (t_1 - t_{cr1}) F \tau$$

$$Q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{cr1} - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_{cr2} - t_{cr3}) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{1}{\alpha_2} = (t_{cr3} - t_2) F \tau$$

$$Q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = F \tau (t_1 - t_2)$$

**Коэффициент теплопередачи:**

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$\left[ \frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{°C}} \right]$$

**Уравнение теплопередачи:**

$$Q = KF \tau (t_1 - t_2)$$