

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

Теплопередача:

- Теплопроводность;
- Конвекция;
- Тепловое излучение.

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau$$

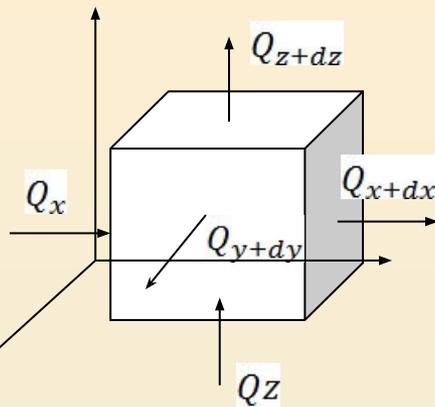
Закон Фурье:

Количество тепла dQ , проходящее через элементарную поверхность dF за промежуток времени $d\tau$ пропорционально температурному градиенту, величине поверхности и времени

Одинаково сохраняют тепло



Дифференциальное уравнение теплопроводности



$$Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau$$

$$Q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau$$

$$Q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdydzd\tau$$

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$Q_{y+dy} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dxdzd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$Q_{z+dz} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dxdydzd\tau + \left[-\lambda \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial t}{\partial z} \right) dxdydzd\tau \right]$$

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dxdydzd\tau$$

$$dQ_y = Q_y - Q_{y+dy} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dxdydzd\tau$$

$$dQ_z = Q_z - Q_{z+dz} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dxdydzd\tau$$

Тогда полное приращение тепла за промежуток времени dt в объеме будет:

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dxdydzd\tau$$

$$dQ = \lambda \nabla^2 t dV d\tau$$

$$dQ = c\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dV$$

$\nabla^2 t$ - оператор Лапласа

$$\lambda \nabla^2 t dV d\tau = c\gamma \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dV$$

$$\frac{\lambda}{c\gamma} = a$$

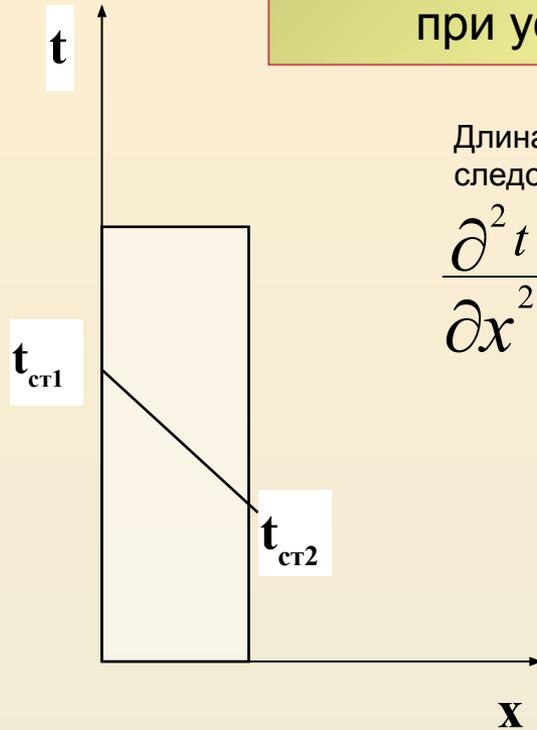
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

Дифф. уравнение теплопроводности в неподвижной среде

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$$

Уравнение теплопроводности

Теплопроводность плоской стенки при установившемся тепловом потоке



Длина и ширина стенки безгранично велики по сравнению с толщиной, следовательно:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0 \longrightarrow \int \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial t}{\partial x} + C_1 \longrightarrow \int \partial t = \int \partial x C_1 \longrightarrow$$

$$\longrightarrow t = C_1 x + C_2$$

$$x=0 \quad t=t_{cm1} \longrightarrow t_{cm1} = C_2$$

$$x=\delta \quad t=t_{cm2} \quad t_{cm2} = C_1 \delta + t_{cm1}$$

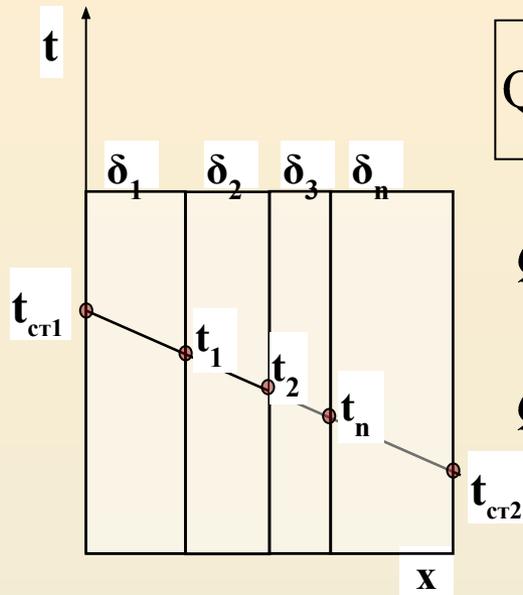
$$C_1 = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} \quad t = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} x + t_{cm1}$$

$$\frac{\partial t}{\partial n} = \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} \quad (\text{изменение температуры по толщине стенки})$$

Подставляем в уравнение Фурье: $dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau \longrightarrow dQ = -\lambda \frac{t_{cm2} - t_{cm1}}{\delta} dF d\tau$

или:
$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

Теплопроводность плоской многослойной стенки



$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{cr1} - t_1) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_1 - t_2) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

или: $Q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{cr1} - t_1) F \cdot \tau$

$$Q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_1 - t_2) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{\delta_n}{\lambda_n} = (t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

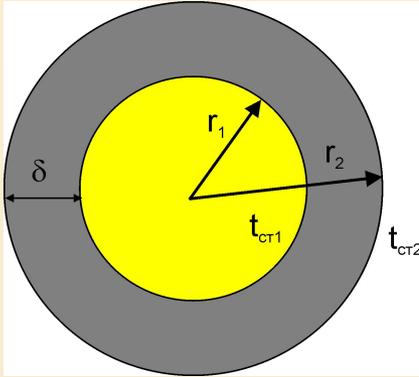
$$Q \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n} \right) = (t_{cm1} - t_1 + t_1 - t_2 + t_2 - t_n + t_n - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\delta_i}{\lambda_i} \right) = (t_{cm1} - t_{cr2}) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{(t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$

Уравнение
теплопроводности
многослойной
стенки

Теплопроводность цилиндрической стенки



$$t_{cm1} > t_{cm2}$$

$$Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial \delta} 2\pi r L \tau$$

$$Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial r} 2\pi r L \tau$$

$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{cm1} - t_{cm2}) F \tau$$

$$F = 2\pi r L$$

$$\delta = r_2 - r_1$$

$$\partial \delta = \partial r$$

$$Q \frac{\partial r}{r} = -\lambda 2\pi L \tau \partial t$$

$$Q \int_{r_1}^{r_2} \frac{\partial r}{r} = -\lambda 2\pi L \tau \int_{t_{cm1}}^{t_{cm2}} \partial t$$

$$Q \ln \frac{r_2}{r_1} = \lambda 2\pi L \tau (t_{cm1} - t_{cm2})$$

$$Q = \frac{2\pi L \tau (t_{cm1} - t_{cm2})}{\frac{1}{\lambda} 2,31g \frac{r_2}{r_1}}$$

Уравнение теплопроводности для цилиндрической однослойной стенки

$$Q = \frac{2\pi L \tau (t_{ct1} - t_{ct2})}{2,31g \frac{r_{i+1}}{r_i} \cdot \frac{1}{\lambda_i}}$$

Уравнение теплопроводности для многослойной цилиндрической стенки

Лучистый теплообмен между телами

Взаимное излучение двух твердых тел:

$$Q = C_{1-2} F \tau \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \varphi$$

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{4,96} \right)}$$

При излучении в замкнутом пространстве

$$C_{1-2} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{4,96}}$$

При излучении двух, параллельно расположенных тел

Конвекция

Закон охлаждения Ньютона:

$$dQ = \alpha(t_{cm} - t_{жс})dFd\tau$$

Уравнение Фурье-Кирхгофа:

$$W_x \frac{\partial t}{\partial x} + W_y \frac{\partial t}{\partial y} + W_z \frac{\partial t}{\partial z} = \alpha \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$$

$$\alpha = f(\text{Re}, \text{Pr}, \text{Gr}, \text{Nu})$$

Критерий
Прандтля:

$$\text{Pr} = \frac{3600 \mu g C_p}{\lambda}$$

Критерий
Нуссельта:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha \cdot d (\text{или } L)}{\lambda}$$

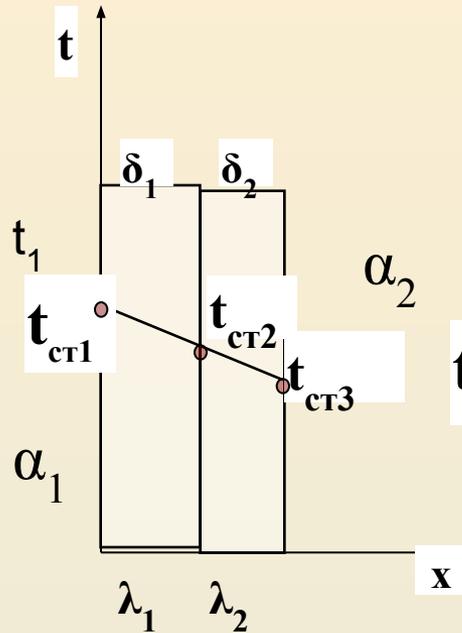
Критерий
Грасгофа:

$$\text{Gr} = \frac{d^3 \gamma^2 \beta T}{\mu^2 g}$$

Критерий
Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{wd\rho}{\mu}$$

Уравнение теплопередачи при постоянной температуре для плоских стенок



$$Q = \alpha_1 (t_1 - t_{ct1}) F \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{ct1} - t_{ct2}) F \cdot \tau$$

$$Q = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{ct2} - t_{ct3}) F \cdot \tau$$

$$Q = \alpha_2 (t_{ct3} - t_2) F \tau$$

$$Q \frac{1}{\alpha_1} = (t_1 - t_{ct1}) F \tau$$

$$Q \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{ct1} - t_{ct2}) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_{ct2} - t_{ct3}) F \cdot \tau$$

$$Q \frac{1}{\alpha_2} = (t_{ct3} - t_2) F \tau$$

$$Q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = F \tau (t_1 - t_2)$$

Коэффициент теплопередачи:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$\left[\frac{\text{ккал}}{\text{м}^2 \cdot \text{час} \cdot \text{°C}} \right]$$

Уравнение теплопередачи:

$$Q = KF \tau (t_1 - t_2)$$