

Подготовка к ЕГЭ-2017

Раздел «Логика. Логические функции»

Составление таблицы
истинности логической
функции через СДНФ и
СКНФ

Логическая функция F задаётся выражением $(a \wedge \neg c) \vee (\neg b \wedge \neg c)$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных a, b, c .

В ответе напишите буквы a, b, c в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Решение через СДНФ и сопоставление таблиц ИСТИННОСТИ

$$(a \wedge \neg c) \vee (\neg b \wedge \neg c) = a * \neg c + \neg b *$$

Выражение записано в дизъюнктивной нормальной форме (ДНФ). Преобразуем его в совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ):

$$\begin{aligned} & a * \neg c * (\neg b + b) + \neg b * \neg c * (\neg a + a) = \\ & a * \neg c * \neg b + a * \neg c * b + \neg b * \neg c * \neg a + \neg b * \neg c * a = \\ & a * \neg c * \neg b + a * \neg c * b + \neg b * \neg c * \neg a \end{aligned}$$

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
$a * \neg c * \neg b$	1	0	0	1
$a * \neg c * b$	1	1	0	1
$\neg b * \neg c * \neg a$	0	0	0	1

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ответ: a b c

Решение через СДНФ и сопоставление таблиц ИСТИННОСТИ

Логическая функция F задаётся выражением $x \wedge \neg y \wedge (\neg z \vee w)$.

На рисунке приведён фрагмент таблицы истинности функции F , содержащий **все** наборы аргументов, при которых функция F истинна.

Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных w, x, y, z .

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Перем. 4	Функция
???	???	???	???	F
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1

В ответе напишите буквы w, x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала – буква, соответствующая первому столбцу; затем – буква, соответствующая второму столбцу, и т.д.) Буквы в ответе пишите подряд, никаких разделителей между буквами ставить не нужно.

$$x \wedge \neg y \wedge (\neg z \vee w) = x^* \neg y^* * (\neg z + w) =$$

$$x^* \neg y^* * \neg z + x^* \neg y^* * w =$$

$$x^* \neg y^* * \neg z * (\neg w + w) + x^* \neg y^* * w * (\neg z + z) =$$

$$x^* \neg y^* * \neg z * \neg w + x^* \neg y^* * \neg z * w + x^* \neg y^* *$$

$$w * \neg z + x^* \neg y^* * w * z$$

СДНФ:

$$x^* \neg y^* * \neg z * \neg w + x^* \neg y^* * \neg z * w + x^* \neg y^* *$$

$$w * z$$

$$x * \neg y * \neg z * \neg w \quad + \quad x * \neg y * \neg z * w \quad + \quad x * \neg y * w * z$$

<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	<i>w</i>	<i>f</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>

Перем. 1	Перем. 2	Перем. 3	Перем. 4	Функция
???	???	???	???	<i>F</i>
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
1	0	1	1	1

Ответ: z y x w

Логическая функция F задаётся выражением $(a \rightarrow b) \wedge ((a \wedge b) \rightarrow \neg c)$. Определите, какому столбцу таблицы истинности функции F соответствует каждая из переменных a, b, c .

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

В ответе напишите буквы a, b, c в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы.

Решение через СКНФ и сопоставление таблиц истинности

Преобразуем выражение в совершенную конъюнктивную нормальную форму (СКНФ):

$$\begin{aligned}(a \rightarrow b) \wedge ((a \wedge b) \rightarrow \neg c) &= (\neg a + b) * (\neg(a * b) + \neg c) = \\ &= (\neg a + b) * (\neg a + \neg b + \neg c) = (\neg a + b + c * \neg c) * (\neg a + \neg b + \neg c) = \\ &= (\neg a + b + c) * (\neg a + b + \neg c) * (\neg a + \neg b + \neg c)\end{aligned}$$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>

$$\neg a + b + c$$

$$\neg a + b + \neg c$$

$$\neg a + \neg b + \neg c$$

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>f</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>

?	?	?	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Ответ: c b a