

Знания о системах счисления и  
двоичном представлении  
информации в памяти компьютера

# Сколько единиц содержится в двоичной записи результата

выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

16 раздел

Свойство степени с основанием 2

**Количество 0:**

- $2^0 = 1_2$       **0**
- $2^1 = 10_2$       **1**
- $2^2 = 100_2$       **2**
- $2^n = \underbrace{1000 \dots 000}_n_2$       **n**

Сколько единиц содержится в  
двоичной записи результата  
выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Приводим все числа к основанию 2

- $10_8 = 8_{10} = 2^3_{10}$
- $4 = 2^2$

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012} = (2 \cdot 2^3)^{2010} - (2^2)^{2011} + 2^{2012},$$

учитывая, что  $2 \cdot 2^3 = 2^4$ , получим:

Сколько единиц содержится в  
двоичной записи результата  
выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Применяем правило возведения степени в  
степень:

$$(2^4)^{2010} - (2^2)^{2011} + 2^{2012} = 2^{8040} - 2^{4022} + 2^{2012}$$

$$2^{8040} = 100000000 \dots 0_2 \quad (8040 \text{ нулей})$$

$$2^{4022} = 100000000 \dots 0_2 \quad (4022 \text{ нуля})$$

$$2^{2012} = 100000000 \dots 0_2 \quad (2012 \text{ нулей})$$

$$2^{8040} - 2^{4022} + 2^{2012}$$

Вычитаем из числа  $2^{8040}$  число  $2^{4022}$ , но сначала рассмотрим пример:

$$\begin{array}{r} 10000_2 \\ - 100_2 \\ \hline 11100_2 \end{array}$$

Видим, что этот пример выполняет  $2^5 - 2^2$ .

В результате 2 нуля и (5-2) единицы.

Найдите количество нулей и единиц в разности:

$$2^{8040} - 2^{4022}$$

$$2^{8040} - 2^{4022}$$

**4018 единицы в начале и 4022 нуля в конце!**

Теперь прибавим к результату  $2^{2012}$ .

Заметим, что в этом числе одна единица и остальные 2012 разрядов - нули.

В результате суммы в конечный результат добавляется ещё одна единица.

Следовательно, в двоичной записи выражения получится 4019 единиц.

Ответ: 4019

**Ещё пример 16 задания:**

**Сколько единиц в двоичной записи  
числа**

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

**Решение:**

1)  $(2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^6 - 2^4$

2)  $2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$

3) **Перестроим слагаемые в порядке  
уменьшения степеней двойки:**

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

4) Представим  $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$   
и  $-2^6 = -2^7 + 2^6$

5) Получим выражение:

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$$

1 единица  
и  
4032 нуля

381  
единица  
и  
2019 нулей

2011  
единиц  
и  
7 нулей

2  
единицы  
и  
4 нуля

6) Общее количество единиц равно:

$$1 + 381 + 2011 + 2 = 2395$$



# Упражнение:

Сколько единиц в двоичной записи числа:

$$\begin{aligned} & 2^{2014} - 4^{650} - 38? \\ & 2^{2014} - 4^{650} - 38 = 2^{2014} - 2^{1300} - 2^5 - 2^2 - 2^1 = \\ & = \underbrace{2^{2014} - 2^{1301}}_{713 \text{ единиц}} + \underbrace{2^{1300} - 2^6}_{1294 \text{ единицы}} + \underbrace{2^5 - 2^3}_2 + \underbrace{2^2 - 2^1}_1 = \\ & \underbrace{\hspace{15em}}_{2010 \text{ единиц}} \end{aligned}$$

# Упражнение:

Сколько нулей в двоичной записи  
числа:

$$8^{1234} - 4^{234} + 2^{1620} - 108?$$

$$2^{3702} - 2^{468} + 2^{1620} - 2^6 - 2^5 - 2^3 - 2^2 =$$

$$= 2^{3702} + 2^{1620} - 2^{469} + 2^{468} - 2^7 + 2^6 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 =$$

$$= 2^{3702} + 2^{1620} - 2^{469} + 2^{468} - 2^7 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 =$$



Итого:  $3702 - 1614 = 2088$

нулей

1614  
единиц

# Упражнение:

Значение арифметического выражения:

$4 \cdot 25^4 - 5^4 + 14$  записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.

$$4 \cdot 5^8 = 400000000_5 \text{ (8 нулей)}$$

$$1 \cdot 5^4 = 10000_5 \text{ (4 нуля)}$$

$$2 \cdot 5^1 = 20_5 \quad 4 \cdot 5^0 = 4_5$$

$$\begin{array}{r} 400000000_5 \\ + \quad \quad \quad 24_5 \\ \hline \cancel{4000000024}_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 400000024_5 \\ - 10000_5 \\ \hline 344440024_5 \end{array}$$

Сумма цифр:  $3+20+2=25$

# Упражнение:

Значение арифметического выражения:

$9^{22} + 3^{66} - 18$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

$$1 * 3^{44} + 1 * 3^{66} - 2 * 3^2$$

# Решение:

Сколько цифр «2» содержится в этой

задача?  $1 * 3^{66} - 2 * 3^2$

$1 * 3^{66} = 10000000000000000 \dots 0_3$  (66 нулей)

$1 * 3^{44} = 100000000 \dots 0_3$  (44 нуля)

44 нуля

$2 * 3^2 = 200_3$

+  $10000000000000000 \dots 0_3$

-  $\text{-----}$

~~$100 \dots 00100 \dots 000_3$~~

$100000000 \dots 0_3$

$200_3$

1 21 нуля 1

44 нуля

$100 \dots 00022 \dots 2100_3$

двойка 3

# Упражнение:

Раздел 1

Вычислите:  $10221211_3 - 3838_9 + 3_{27}$

Ответ запишите в десятичной системе счисления

Девятиричная и троичная системы счисления являются родственными системами записи чисел. Составим таблицу:

| 3-ая | 9-ая |
|------|------|
| 00   | 0    |
| 01   | 1    |
| 02   | 2    |
| 10   | 3    |
| 11   | 4    |
| 12   | 5    |
| 20   | 6    |
| 21   | 7    |
| 22   | 8    |

Переведём троичное число в девятиричную систему:

$$\underline{10221211}_3 = 3854_9$$

Вычислим разность:

$$\begin{array}{r} 3854_9 \\ - 3838_9 \\ \hline 15_9 \end{array}$$

Переведём в десятичную систему:

$$= 1 \cdot 9^1 + 5 + 9^0 = 14_{10}$$

$$3_{27} = 3_{10}. \text{ Последнее действие: } 14 + 3 = 17.$$

# Для тренировки:

Сколько единиц в двоичной записи числа:

- $(2 \cdot 10_{16})^{2048} + 8^{2048} + 4^{512} - 4?$