

## ЛЕКЦИЯ 4

---

# 5. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

## 5.1 Виды изгибаемых элементов и их конструктивные особенности

# ВИДЫ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Изгибаемые железобетонные элементы применяют в виде балок или плит, которые могут быть самостоятельными конструкциями или входить в состав сложных конструкций (ребристые плиты, элементы оболочек, элементы каркаса)

# ПЛИТА

---

Это конструкция, имеющая один из размеров (толщину) значительно меньше других размеров.

**Целесообразно выполнять плиты с наименьшей толщиной** в целях уменьшения собственного веса конструкции. Для самостоятельных сборных плит сплошного сечения максимальная толщина **180мм**.

Максимальная толщина полки сборных плит:

- для гражданских зданий – **40мм**;
- для промышленных зданий – **80мм**.

Плиты армируются сварными или вязаными сетками, которые располагают в соответствии с эпюрой изгибающих моментов



# БАЛКА

---

Это конструктивный элемент, имеющий два размера (высоту и ширину сечения) меньше длины (пролета).

Основной параметр балки – высота сечения. Высота сечения балок  $h$  должна составлять  $1/8...1/20$  от пролета, а в предварительно напряженных балках до  $1/25L$ .

Армирование балок осуществляют продольной арматурой в виде рабочих и конструктивных стержней. Диаметр рабочей арматуры не менее 12 мм. Поперечная арматура устанавливается для восприятия главных растягивающих напряжений, вызванных максимальной поперечной силой в виде хомутов, отдельных стержней или отгибов

# БАЛКА (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

---

Плиты и балки могут быть однопролетными и многопролетными.

Балки по форме поперечного сечения балки могут быть:

- Прямоугольного сечения
- трапецеидального сечения
- таврового сечения
- двутаврового сечения

# 5.2 РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ПРОЧНОСТЬ ПО НОРМАЛЬНЫМ СЕЧЕНИЯМ

Расчет по прочности выполняется по 3-ей стадии напряженно-деформационного состояния. При расчете используются следующие допущения:

1. Напряжение в бетоне сжатой зоны в предельном состоянии принимается равным расчетному сопротивлению сжатию бетона  $R_b$ ;
2. Действительная криволинейная эпюра нормальных напряжений в сжатой зоне заменяется на условную прямоугольную;
3. Сопротивление бетону в растянутой зоне принимается равным нулю, т.е.  $R_{bt} = 0$ , следовательно, бетон в растянутой зоне не учитывается в работе;
4. Напряжения в арматуре растянутой зоны и сжатой зоны сечения принимаются равными соответственно  $R_s$  и  $R_{sc}$



# ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ОДИНАРНОЙ АРМАТУРОЙ

Рассмотрим шарнирно опертую балку на 2-х опорах, которая находится под действием равномерно распределенной нагрузки.

Условие прочности изгибаемого элемента:

$$M \leq M_{ult}, \text{ где:}$$

$M$  – изгибающий момент от внешней нагрузки в рассматриваемом сечении;  $M_{ult}$  – изгибающий момент, который может быть воспринят рассматриваемым сечением, т.е. это несущая способность изгибаемого элемента.

Составим формулы, определяющие несущие способности элементов железобетонной балки:

$N_s$  – несущая способность рабочей арматуры,  $N_s = R_s \cdot A_s$ ;

$N_b$  – несущая способность сжатой части бетона,  $N_b = R_b \cdot b \cdot x$ ,  $x$  – высота сжатой зоны (части) бетона.

# ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЫСОТА СЕЧЕНИЯ

Относительная высота сжатой зоны бетона:

$$\xi = x/h_0,$$

следовательно,  $x = \xi \cdot h_0$ .

Граничная (предельное значение относительной высоты сжатой зоны бетона) высота сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = x_R/h_0 = 0,8 / (1 + \varepsilon_{s,el} / \varepsilon_{b,ult}),$$

$\varepsilon_{s,el}$  – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях равных расчетному сопротивлению арматуры,  $\varepsilon_{s,el} = R_s / E_s$ ;

$\varepsilon_{b,ult}$  – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях равных расчетному сопротивлению бетона,  $\varepsilon_{b,ult} = 0,0035$ .



# К ВЫВОДУ ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С

## ОДИНАРНОЙ АРМАТУРОЙ

Введем следующие коэффициенты:

$$\zeta = 1 - 0,5\xi;$$

$$\alpha_m = \xi(1 - 0,5\xi) = \xi \cdot \zeta.$$

Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой рабочей арматуры:.....

Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести сжатой зоны бетона:.....

# СЛУЧАИ РАЗРУШЕНИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

**1.** Соответствует малому армированию, при этом в предельном состоянии напряжение в арматуре достигает расчетного сопротивления, т.е.  $\sigma_s = R_s$  и только после этого наступает разрушение. В этом случае основные характеристики изгибаемого элемента соотносятся следующим образом:

$$x < x_R; \xi < \xi_R; \alpha_m < \alpha_R;$$

**2.** Граничный случай – высота сжатой зоны бетона равна граничному значению, т.е.  $x = x_R; \xi = \xi_R; \alpha_m = \alpha_R$

В этом случае напряжение в арматуре и бетоне одновременно достигают предельных значений. Это достигается при полном использовании несущих способностей арматуры и бетона.

# СЛУЧАИ РАЗРУШЕНИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

---

**3.** Соответствует большому проценту армирования.

В этом случае напряжение в арматуре растянутой зоны меньше расчетного сопротивления растяжению. Высота сжатой зоны бетона превышает граничное значение, т. е.

$$x > x_R; \xi > \xi_R; \sigma_s < R_s$$

Разрушение происходит в сжатой зоне бетона. Такой характер разрушения необходимо не допускать или при не возможности исключения такого разрушения вносить дополнительные коэффициенты запаса



# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ДВОЙНОЙ АРМАТУРОЙ

Если сечение с одинарной арматурой не способно воспринимать расчетный изгибающий момент, то вводят двойное армирование, т.е. дополнительно располагают арматуру в сжатой зоне сечения. Рассмотрим отсеченную часть однопролетной шарнирно опертой балки.

Несущая способность сжатой арматуры:  $N'_s = R_{sc} \cdot A'_s$ .

Составим уравнение равновесия изгибающих моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры: ....

Составим уравнение равновесия продольных усилий, спроецированных на нейтральную линию элемента: ...

# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ С

## ОДИНАРНЫМ И

## ДВОЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Сплошные плиты значительной толщины являются нерациональными, т.к. бетон растянутой зоны не участвует в работе, а только создает лишний собственный вес, поэтому часть бетона из растянутой зоны удаляется и получается ребристая плита.

При расчете ребра плиты принимается за расчетное сечение тавровое сечение. Свесы полки включаются в работу совместно с ребрами, воспринимая сдвигающие усилия, которые неравномерно распределены по ширине полки. Вводится параметр условной ширины сжатой полки  $b_f$



# СЛУЧАИ РАБОТЫ ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ:

---

При расчете таких элементов возможно два случая:

1, Сжатая зона находится в пределах полки. В этом случае расчетное сечение будет прямоугольным с размерами

$$b_f \times X.$$

2. Сжатая зона проходит в пределах ребра, тогда за расчетное сечение принимается тавровое сечение.

Чтобы выбрать случай работы определяется положение границы нейтральной линии. Для этого составляется уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры:.....

Если условие (\*) выполняется, то это первый случай работы (прямоугольное сечение), а при не выполнении – второй случай работы с расчетным тавровым сечением

Если армирование одинарное, то слагаемые с площадью сжатой арматуры обнуляются.



# К РАСЧЕТУ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ

---

Для расчета таврового сечения выполним следующее. Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры:....

Составим уравнение равновесия продольных сил спроецированных на нейтральную линию:....

# 5.3 РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

## Основные положения при расчете на прочность изгибаемых элементов по наклонным сечениям

В изгибаемых элементах одновременно возникают изгибающий момент  $M$  и поперечная сила  $Q$ , которые вызывают главные растягивающие и главные сжимающие напряжения:  $\sigma_{mt(mc)} = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \pm [(\sigma_x - \sigma_y)^2/4 + \tau_{xy}^2]^{1/2}$ ,

$\sigma_x$  – нормальное напряжение в направлении продольной оси  $x$ ,  $\sigma_x = M/J_x \cdot y$ ;

$\sigma_y$  – нормальные напряжения перпендикулярные продольной оси балки, которые малы по величине, поэтому ими пренебрегают, т.е.  $\sigma_y = 0$ ;

$\tau_{xy}$  – касательные напряжения,  $\tau_{xy} = Q \cdot S/(J \cdot b)$ .

Величины сжимающих и растягивающих главных напряжений равны по модулю, т.е.  $\sigma_{mt} = \sigma_{mc} = \tau_{xy} = Q \cdot S/(J \cdot b)$

Следовательно, влияние изгибающего момента на расчет по наклонным сечениям не происходит, а **только влияет поперечная сила  $Q$ !**

# К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

---

Плечо внутренней пары сил  $Z=J/S$ , тогда

$$\tau_{xy} = Q / (Z \cdot b), \text{ отсюда}$$

$$Q = Z \cdot b \cdot \tau_{xy}$$

Прочность бетонного элемента будет обеспечиваться, если будут выполняться следующие условия:

- сжатие:  $Q \leq R_b \cdot Z \cdot b$
- растяжение:  $Q \leq R_{bt} \cdot Z \cdot b$



# К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

---

Главные сжимающие напряжения могут быть опасны только в элементах с тонкой стенкой или короткой консолью, где данные напряжения могут повлечь к потере устойчивости. Более опасными являются растягивающие главные напряжения. Если  $\sigma_{mt} = R_{bt}$ , то появляется наклонная трещина, которая разделяет элемент на две части, соединенные бетоном в сжатой зоне и арматурой (продольной и поперечной) пересекающей наклонную трещину в растянутой зоне

# К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

---

В балках из однородного материала траектория главных растягивающих и сжимающих напряжений будет иметь следующий вид (рассмотрим на рисунке).

В бетонных балках с растянутой арматурой в нижней зоне **нормальные напряжения в растянутой зоне бетонного сечения отсутствуют, а касательные напряжения увеличиваются со стороны сжатой зоны по параболическому закону до нейтральной линии.** Поскольку в нижней растянутой зоне работает только арматура, то **значение касательных напряжений остается постоянным по величине в данной зоне** (рассмотрим на рисунке)

# К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

---

Для восприятия главных расчетных напряжений, а также для исключения появления и роста наклонных трещин устанавливают наклонные стержни (отгибы) или поперечные стержни.

Расчет железобетонных элементов по наклонным сечениям выполняется для обеспечения прочности:

1. В полосе бетона между наклонными трещинами на действие поперечной силы;
2. По наклонной трещине на действие поперечной силы;
3. По наклонной трещине на действие изгибающего момента;
4. Для элементов без поперечной арматуры из условия, ограничивающего развитие наклонных трещин



# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ В ПОЛОСЕ БЕТОНА МЕЖДУ ТРЕЩИНАМИ

Элемент, выделенный из изгибаемого элемента, находится в двухосном напряженном состоянии. Наклонные трещины, образующие бетонную полосу прерывают действия растягивающих напряжений, поэтому полоса бетона между наклонными трещинами находится в одноосном напряженном состоянии под действием главных сжимающих напряжений. Для обеспечения прочности данной полосы должно выполняться условие:

$$Q \leq \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0,$$

$\varphi_{b1}$  – эмпирический коэффициент, принимаемый для тяжелого бетона,  $\varphi_{b1} = 0,3$ ;

$Q$  – поперечная сила в нормальном сечении элемента.

Если данное условие не выполняется, то требуется увеличивать класс бетона, или увеличивать высоту сечения

# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Наклонная трещина не образуется, если главные растягивающие напряжения не превышают расчетного сопротивления бетона растяжению, т.е.  $\sigma_{mt} < R_{bt}$ . При расчете железобетонных элементов существует экспериментальная зависимость, отвечающая данному условию:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw}'$$

# К ФОРМУЛЕ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ ПРИ ДЕЙСТВИИ

## Q

где: **Q** – поперечная сила в наклонном сечении с длиной проекции наклонной трещины «С» на продольную ось элемента, определенная от всех внешних сил, расположенных по одну сторону относительно рассматриваемого сечения;

**Q<sub>b</sub>** – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении:

$$0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \leq Q_b = \varphi_{b2} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2 / C \leq 2,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0, \text{ здесь:} \\ \varphi_{b2} = 1,5;$$

**Q<sub>sw</sub>** – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении:  $Q_{sw} = \varphi_{sw} \cdot q_{sw} \cdot C$ ,

**q<sub>sw</sub>** – это усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента,  $q_{sw} = R_{sw} \cdot A_{sw} / S_w$   
 $C = 2h_0$ ;  $\varphi_{sw} = 0,75$ .



# ПОПЕРЕЧНАЯ АРМАТУРА УЧИТЫВАЕТСЯ В РАСЧЕТЕ, ЕСЛИ СОБЛЮДАЕТСЯ УСЛОВИЯ:

$$q_{sw} \geq 0,25R_{bt} \cdot b$$

Конструктивные требования, предъявляемые к поперечной арматуре:

1. Диаметр поперечной арматуры в сварных каркасах должен быть не менее диаметра, определяемого из условия сварки (диаметр поперечных стержней устанавливается в зависимости от диаметра продольной арматуры);
2. Шаг поперечных стержней, устанавливаемых по расчетным требованиям:

$$S \leq 0,5h_0; S \leq 300 \text{ мм};$$

3. Шаг поперечных стержней, устанавливаемых конструктивно:  $S \leq 0,75h_0; S \leq 500 \text{ мм}$

# РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Данный расчет заключается в проверке прочности наклонного сечения при известном размещении поперечной арматуры и площади ее сечения по формуле:

$$M \leq M_s + M_{sw}'$$

**M** – изгибающий момент в наклонном сечении с длиной проекции наклонной трещины «С» на продольную ось элемента, определяемый от всех внешних сил, располагаемых по одну сторону относительно рассматриваемого сечения относительно центра тяжести сжатой части бетона, т.е. т. О;

**M<sub>s</sub>** – это изгибающий момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение относительно т. О. т.е.  $M_s = N_s \cdot Z_s$ ,  $Z_s = 0,9h_0$ ,  
 $N_s = R_s \cdot A_s$



# К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ M

$M_{sw}$  – изгибающий момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение относительно т.О:

$$M_{sw} = 0,5Q_{sw} \cdot C,$$

$Q_{sw}$  – усилие в поперечной арматуре, проходящей сквозь наклонную трещину,

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot C, C = (1...2)h_0$$

При отсутствии поперечной арматуры расчет по наклонным сечениям сводится к проверке следующего условия:  $M \leq M_s$ . При этом длина проекции на продольную ось элемента:  $C = h_0$