

ЛЕКЦИЯ 4

5. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

5.1 Виды изгибаемых элементов и их конструктивные особенности

ВИДЫ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Изгибаемые железобетонные элементы применяют в виде балок или плит, которые могут быть самостоятельными конструкциями или входить в состав сложных конструкций (ребристые плиты, элементы оболочек, элементы каркаса)

ПЛИТА

Это конструкция, имеющая один из размеров (толщину) значительно меньше других размеров.

Целесообразно выполнять плиты с наименьшей толщиной в целях уменьшения собственного веса конструкции. Для самостоятельных сборных плит сплошного сечения максимальная толщина **180мм**.

Максимальная толщина полки сборных плит:

- для гражданских зданий – **40мм**;
- для промышленных зданий – **80мм**.

Плиты армируются сварными или вязаными сетками, которые располагают в соответствии с эпюрой изгибающих моментов

БАЛКА

Это конструктивный элемент, имеющий два размера (высоту и ширину сечения) меньше длины (пролета).

Основной параметр балки – высота сечения. Высота сечения балок h должна составлять $1/8...1/20$ от пролета, а в предварительно напряженных балках до $1/25L$.

Армирование балок осуществляют продольной арматурой в виде рабочих и конструктивных стержней. Диаметр рабочей арматуры не менее 12 мм. Поперечная арматура устанавливается для восприятия главных растягивающих напряжений, вызванных максимальной поперечной силой в виде хомутов, отдельных стержней или отгибов

БАЛКА (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Плиты и балки могут быть однопролетными и многопролетными.

Балки по форме поперечного сечения балки могут быть:

- Прямоугольного сечения
- трапецеидального сечения
- таврового сечения
- двутаврового сечения

5.2 РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ПРОЧНОСТЬ ПО НОРМАЛЬНЫМ СЕЧЕНИЯМ

Расчет по прочности выполняется по 3-ей стадии напряженно-деформационного состояния. При расчете используются следующие допущения:

1. Напряжение в бетоне сжатой зоны в предельном состоянии принимается равным расчетному сопротивлению сжатию бетона R_b ;
2. Действительная криволинейная эпюра нормальных напряжений в сжатой зоне заменяется на условную прямоугольную;
3. Сопротивление бетону в растянутой зоне принимается равным нулю, т.е. $R_{bt} = 0$, следовательно, бетон в растянутой зоне не учитывается в работе;
4. Напряжения в арматуре растянутой зоны и сжатой зоны сечения принимаются равными соответственно R_s и R_{sc}

ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ОДИНАРНОЙ АРМАТУРОЙ

Рассмотрим шарнирно опертую балку на 2-х опорах, которая находится под действием равномерно распределенной нагрузки.

Условие прочности изгибаемого элемента:

$$M \leq M_{ult}, \text{ где:}$$

M – изгибающий момент от внешней нагрузки в рассматриваемом сечении; M_{ult} – изгибающий момент, который может быть воспринят рассматриваемым сечением, т.е. это несущая способность изгибаемого элемента.

Составим формулы, определяющие несущие способности элементов железобетонной балки:

N_s – несущая способность рабочей арматуры, $N_s = R_s \cdot A_s$;

N_b – несущая способность сжатой части бетона, $N_b = R_b \cdot b \cdot x$, x – высота сжатой зоны (части) бетона.

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ВЫСОТА СЕЧЕНИЯ

Относительная высота сжатой зоны бетона:

$$\xi = x/h_0,$$

следовательно, $x = \xi \cdot h_0$.

Граничная (предельное значение относительной высоты сжатой зоны бетона) высота сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = x_R/h_0 = 0,8 / (1 + \varepsilon_{s,el} / \varepsilon_{b,ult}),$$

$\varepsilon_{s,el}$ – относительная деформация растянутой арматуры при напряжениях равных расчетному сопротивлению арматуры, $\varepsilon_{s,el} = R_s / E_s$;

$\varepsilon_{b,ult}$ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях равных расчетному сопротивлению бетона, $\varepsilon_{b,ult} = 0,0035$.

К ВЫВОДУ ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С

ОДИНАРНОЙ АРМАТУРОЙ

Введем следующие коэффициенты:

$$\zeta = 1 - 0,5\xi;$$

$$\alpha_m = \xi(1 - 0,5\xi) = \xi \cdot \zeta.$$

Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой рабочей арматуры:.....

Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести сжатой зоны бетона:.....

СЛУЧАИ РАЗРУШЕНИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

1. Соответствует малому армированию, при этом в предельном состоянии напряжение в арматуре достигает расчетного сопротивления, т.е. $\sigma_s = R_s$ и только после этого наступает разрушение. В этом случае основные характеристики изгибаемого элемента соотносятся следующим образом:

$$x < x_R; \xi < \xi_R; \alpha_m < \alpha_R;$$

2. Граничный случай – высота сжатой зоны бетона равна граничному значению, т.е. $x = x_R; \xi = \xi_R; \alpha_m = \alpha_R$

В этом случае напряжение в арматуре и бетоне одновременно достигают предельных значений. Это достигается при полном использовании несущих способностей арматуры и бетона.

СЛУЧАИ РАЗРУШЕНИЯ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

3. Соответствует большому проценту армирования.

В этом случае напряжение в арматуре растянутой зоны меньше расчетного сопротивления растяжению. Высота сжатой зоны бетона превышает граничное значение, т. е.

$$x > x_R; \xi > \xi_R; \sigma_s < R_s$$

Разрушение происходит в сжатой зоне бетона. Такой характер разрушения необходимо не допускать или при не возможности исключения такого разрушения вносить дополнительные коэффициенты запаса

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ДВОЙНОЙ АРМАТУРОЙ

Если сечение с одинарной арматурой не способно воспринимать расчетный изгибающий момент, то вводят двойное армирование, т.е. дополнительно располагают арматуру в сжатой зоне сечения. Рассмотрим отсеченную часть однопролетной шарнирно опертой балки.

Несущая способность сжатой арматуры: $N'_s = R_{sc} \cdot A'_s$.

Составим уравнение равновесия изгибающих моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры:

Составим уравнение равновесия продольных усилий, спроецированных на нейтральную линию элемента: ...

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ С ОДИНАРНЫМ И

ДВОЙНЫМ АРМИРОВАНИЕМ

Сплошные плиты значительной толщины являются нерациональными, т.к. бетон растянутой зоны не участвует в работе, а только создает лишний собственный вес, поэтому часть бетона из растянутой зоны удаляется и получается ребристая плита.

При расчете ребра плиты принимается за расчетное сечение тавровое сечение. Свесы полки включаются в работу совместно с ребрами, воспринимая сдвигающие усилия, которые неравномерно распределены по ширине полки. Вводится параметр условной ширины сжатой полки b_f

СЛУЧАИ РАБОТЫ ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ:

При расчете таких элементов возможно два случая:

1, Сжатая зона находится в пределах полки. В этом случае расчетное сечение будет прямоугольным с размерами

$$b_f \times X.$$

2.Сжатая зона проходит в пределах ребра, тогда за расчетное сечение принимается тавровое сечение.

Чтобы выбрать случай работы определяется положение границы нейтральной линии. Для этого составляется уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры:.....

Если условие (*) выполняется, то это первый случай работы (прямоугольное сечение), а при не выполнении – второй случай работы с расчетным тавровым сечением

Если армирование одинарное, то слагаемые с площадью сжатой арматуры обнуляются.

К РАСЧЕТУ ИЗГИБАЕМОГО ЭЛЕМЕНТА ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ

Для расчета таврового сечения выполним следующее. Составим уравнение равновесия моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры:....

Составим уравнение равновесия продольных сил спроецированных на нейтральную линию:....

5.3 РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

Основные положения при расчете на прочность изгибаемых элементов

по наклонным сечениям

В изгибаемых элементах одновременно возникают изгибающий момент M и поперечная сила Q , которые вызывают главные растягивающие и главные сжимающие напряжения: $\sigma_{mt(mc)} = (\sigma_x + \sigma_y)/2 \pm [(\sigma_x - \sigma_y)^2/4 + \tau_{xy}^2]^{1/2}$,

σ_x – нормальное напряжение в направлении продольной оси x , $\sigma_x = M/J_x \cdot y$;

σ_y – нормальные напряжения перпендикулярные продольной оси балки, которые малы по величине, поэтому ими пренебрегают, т.е. $\sigma_y = 0$;

τ_{xy} – касательные напряжения, $\tau_{xy} = Q \cdot S/(J \cdot b)$.

Величины сжимающих и растягивающих главных напряжений равны по модулю, т.е. $\sigma_{mt} = \sigma_{mc} = \tau_{xy} = Q \cdot S/(J \cdot b)$

Следовательно, влияние изгибающего момента на расчет по наклонным сечениям не происходит, а **только влияет поперечная сила Q !**

К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

Плечо внутренней пары сил $Z=J/S$, тогда

$$\tau_{xy} = Q / (Z \cdot b), \text{ отсюда}$$

$$Q = Z \cdot b \cdot \tau_{xy}$$

Прочность бетонного элемента будет обеспечиваться, если будут выполняться следующие условия:

- сжатие: $Q \leq R_b \cdot Z \cdot b$
- растяжение: $Q \leq R_{bt} \cdot Z \cdot b$

К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

Главные сжимающие напряжения могут быть опасны только в элементах с тонкой стенкой или короткой консолью, где данные напряжения могут повлечь к потере устойчивости. Более опасными являются растягивающие главные напряжения. Если $\sigma_{mt} = R_{bt}$, то появляется наклонная трещина, которая разделяет элемент на две части, соединенные бетоном в сжатой зоне и арматурой (продольной и поперечной) пересекающей наклонную трещину в растянутой зоне

К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

В балках из однородного материала траектория главных растягивающих и сжимающих напряжений будет иметь следующий вид (рассмотрим на рисунке).

В бетонных балках с растянутой арматурой в нижней зоне **нормальные напряжения в растянутой зоне бетонного сечения отсутствуют, а касательные напряжения увеличиваются со стороны сжатой зоны по параболическому закону до нейтральной линии.** Поскольку в нижней растянутой зоне работает только арматура, то **значение касательных напряжений остается постоянным по величине в данной зоне** (рассмотрим на рисунке)

К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ

Для восприятия главных расчетных напряжений, а также для исключения появления и роста наклонных трещин устанавливают наклонные стержни (отгибы) или поперечные стержни.

Расчет железобетонных элементов по наклонным сечениям выполняется для обеспечения прочности:

1. В полосе бетона между наклонными трещинами на действие поперечной силы;
2. По наклонной трещине на действие поперечной силы;
3. По наклонной трещине на действие изгибающего момента;
4. Для элементов без поперечной арматуры из условия, ограничивающего развитие наклонных трещин

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ В ПОЛОСЕ БЕТОНА МЕЖДУ ТРЕЩИНАМИ

Элемент, выделенный из изгибаемого элемента, находится в двухосном напряженном состоянии. Наклонные трещины, образующие бетонную полосу прерывают действия растягивающих напряжений, поэтому полоса бетона между наклонными трещинами находится в одноосном напряженном состоянии под действием главных сжимающих напряжений. Для обеспечения прочности данной полосы должно выполняться условие:

$$Q \leq \varphi_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0,$$

φ_{b1} – эмпирический коэффициент, принимаемый для тяжелого бетона, $\varphi_{b1} = 0,3$;

Q – поперечная сила в нормальном сечении элемента.

Если данное условие не выполняется, то требуется увеличивать класс бетона, или увеличивать высоту сечения

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ

Наклонная трещина не образуется, если главные растягивающие напряжения не превышают расчетного сопротивления бетона растяжению, т.е. $\sigma_{mt} < R_{bt}$. При расчете железобетонных элементов существует экспериментальная зависимость, отвечающая данному условию:

$$Q \leq Q_b + Q_{sw}'$$

К ФОРМУЛЕ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ ПРИ ДЕЙСТВИИ

Q

где: **Q** – поперечная сила в наклонном сечении с длиной проекции наклонной трещины «С» на продольную ось элемента, определенная от всех внешних сил, расположенных по одну сторону относительно рассматриваемого сечения;

Q_b – поперечная сила, воспринимаемая бетоном в наклонном сечении:

$$0,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0 \leq Q_b = \varphi_{b2} \cdot R_{bt} \cdot b \cdot h_0^2 / C \leq 2,5R_{bt} \cdot b \cdot h_0, \text{ здесь: } \varphi_{b2} = 1,5;$$

Q_{sw} – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в наклонном сечении: $Q_{sw} = \varphi_{sw} \cdot q_{sw} \cdot C$,

q_{sw} – это усилие в поперечной арматуре на единицу длины элемента, $q_{sw} = R_{sw} \cdot A_{sw} / S_w$
 $C = 2h_0$; $\varphi_{sw} = 0,75$.

ПОПЕРЕЧНАЯ АРМАТУРА УЧИТЫВАЕТСЯ В РАСЧЕТЕ, ЕСЛИ СОБЛЮДАЕТСЯ УСЛОВИЯ:

$$q_{sw} \geq 0,25R_{bt} \cdot b$$

Конструктивные требования, предъявляемые к поперечной арматуре:

1. Диаметр поперечной арматуры в сварных каркасах должен быть не менее диаметра, определяемого из условия сварки (диаметр поперечных стержней устанавливается в зависимости от диаметра продольной арматуры);
2. Шаг поперечных стержней, устанавливаемых по расчетным требованиям:

$$S \leq 0,5h_0; S \leq 300 \text{ мм};$$

3. Шаг поперечных стержней, устанавливаемых конструктивно: $S \leq 0,75h_0; S \leq 500 \text{ мм}$

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Данный расчет заключается в проверке прочности наклонного сечения при известном размещении поперечной арматуры и площади ее сечения по формуле:

$$M \leq M_s + M_{sw}'$$

M – изгибающий момент в наклонном сечении с длиной проекции наклонной трещины «С» на продольную ось элемента, определяемый от всех внешних сил, располагаемых по одну сторону относительно рассматриваемого сечения относительно центра тяжести сжатой части бетона, т.е. т. О;

M_s – это изгибающий момент, воспринимаемый продольной арматурой, пересекающей наклонное сечение относительно т. О. т.е. $M_s = N_s \cdot Z_s$, $Z_s = 0,9h_0$,
 $N_s = R_s \cdot A_s$

К РАСЧЕТУ ПО НАКЛОННЫМ СЕЧЕНИЯМ НА ДЕЙСТВИЕ М

M_{sw} – изгибающий момент, воспринимаемый поперечной арматурой, пересекающей наклонное сечение относительно т.О:

$$M_{sw} = 0,5Q_{sw} \cdot C,$$

Q_{sw} – усилие в поперечной арматуре, проходящей сквозь наклонную трещину,

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot C, C = (1...2)h_0$$

При отсутствии поперечной арматуры расчет по наклонным сечениям сводится к проверке следующего условия: $M \leq M_s$. При этом длина проекции на продольную ось элемента: $C = h_0$