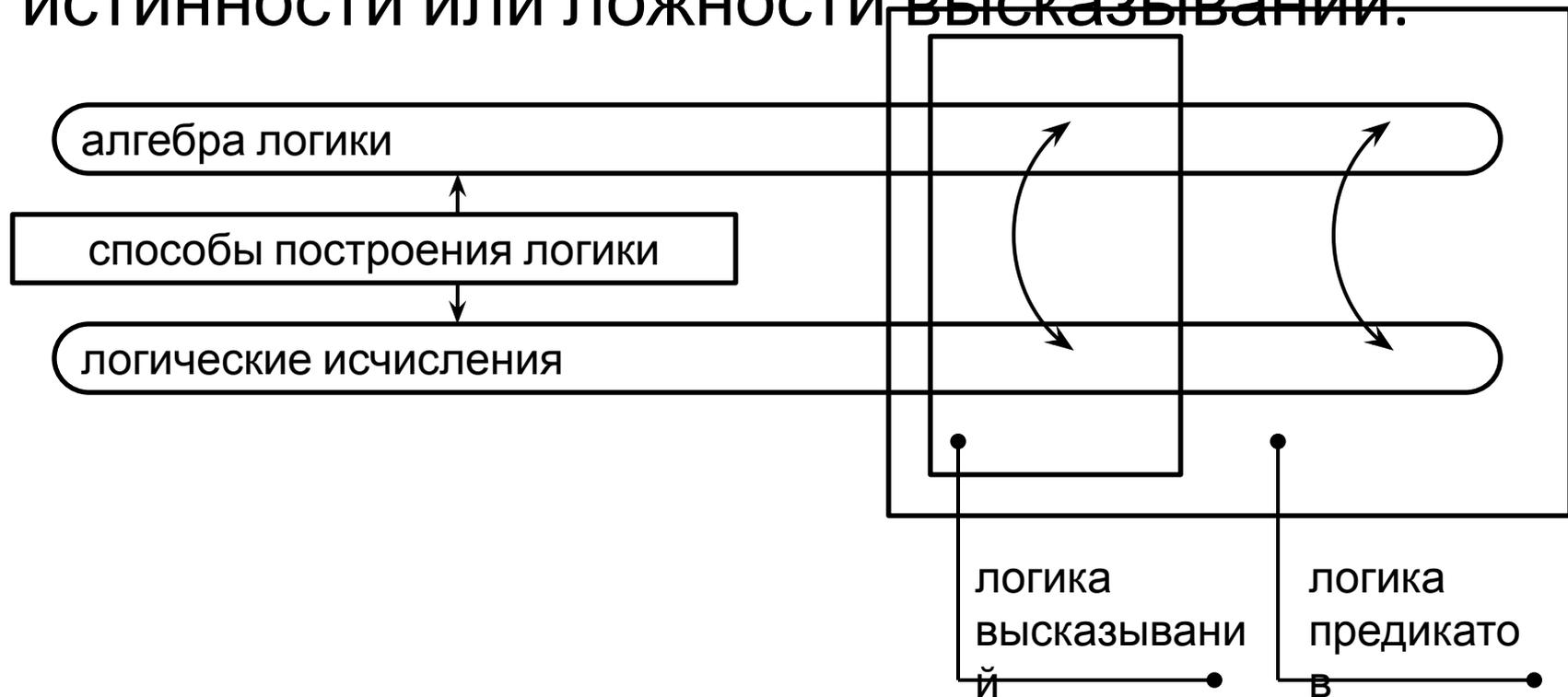


# Тема 4: Логика высказываний

Логические представления – описание системы, процесса или явления в виде совокупности сложных высказываний, составленных из простых (элементарных) высказываний и логических связей между ними.

Логические представления и их составляющие характеризуются определёнными свойствами и набором допустимых преобразований, реализующих правильные методы рассуждений – законы логики, разработанные в формальной (математической) логике.

Математическая логика изучает способы (правила) формального представления высказываний, построения новых высказываний из имеющихся с помощью логически выраженных преобразований, а также способы (методы) установления истинности или ложности высказываний.



Основными объектами разделов логики являются высказывания.

Высказывание – последовательное предложение (утверждение, суждение), о котором можно говорить, что оно истинно или ложно. Для того, чтобы оперировать высказываниями, необходимо знать их истинное значение (истинность).

## 4.1. Основные понятия.

- Простое (элементарное) высказывание – рассматривается как неделимое целое. Обычно это высказывания не содержащие логических связок.
- Сложное (составное) высказывание – составляется из простых с помощью логических связок.
- «и», «или», «не», «если ... то ...», «либо ... либо ...» (в разделительном смысле), «тогда и только тогда» и др.

- Основные логические связки (операции) логики высказываний:
- Конъюнкция (операция «И», логическое произведение)
  - $P \& Q$ ,  $P \wedge Q$ ,  $P \cdot Q$
  - «Р и Q»
- Дизъюнкция (операция «ИЛИ», логическая сумма)
  - $P \vee Q$ ,  $P + Q$
  - «Р или Q»
- понимается как неразделительное «или»

- Отрицание (инверсия)
  - $\bar{P}$ ,  $\neg P$
  - «не  $P$ », «неверно, что  $P$ »
- Импликация (логическое следование)
  - $P \rightarrow Q$ ,  $P \subset Q$
  - «если  $P$ , то  $Q$ », « $P$  влечет  $Q$ », «из  $P$  следует  $Q$ »
  - $P$ -посылка импликации,  $Q$ -заключение
- Эквивалентность (равнозначность)
  - $P \sim Q$ ,  $P \equiv Q$ ,  $P \leftrightarrow Q$
  - « $P$  эквивалентно  $Q$ », « $P$ , если и только если  $Q$ »

- Неравнозначность (исключающее «ИЛИ»)  
 -  $P \oplus Q$ ,  $P \Delta Q$   
 - «либо  $P$ , либо  $Q$ », «или  $P$ , или  $Q$ »  
 - понимаются в разделительном смысле

Алфавит логики высказываний – буквы, обозначающие высказывания, логические связи, скобки.

Логическая формула – выражение, составленное из обозначений высказываний, связок и скобок, удовлетворяющие условиям:

- любая переменная, обозначающая высказывание, - формула;
- если  $A$  и  $B$  – формулы, то  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $\bar{A}$ ,  $A \rightarrow B$ ,  $A \leftrightarrow B$ ,  $A \oplus B$  – формулы;
- других формул нет.

## Пример 1.

Представить логическими формулами следующие высказывания:

1. Сегодня понедельник или вторник.
2. Идёт дождь или снег.
3. Если идёт дождь, то крыши мокрые. Дождя нет, а крыши мокрые.
4. Что в лоб, что по лбу.
5.  $A \oplus B$
6.  $A \vee B$
7.  $(A \rightarrow B) \& (A \& B)$
8.  $A \sim B$

## Пример 2.

Записать логическими формулами следующие высказывания:

1. Если допоздна работаешь с компьютером и при этом пьёшь много кофе, то утром просыпаешься в дурном расположении духа или с головной болью.
2. Если исследования показывают, что потребитель отдаёт предпочтение удобству и многообразию выбора, то фирме следует сделать упор на усовершенствование товара или увеличение многообразия новых форм.

➔  $(X \& Y) \rightarrow (A \vee B)$ .

$4^2 = 16$  различных логических интерпретаций.

