

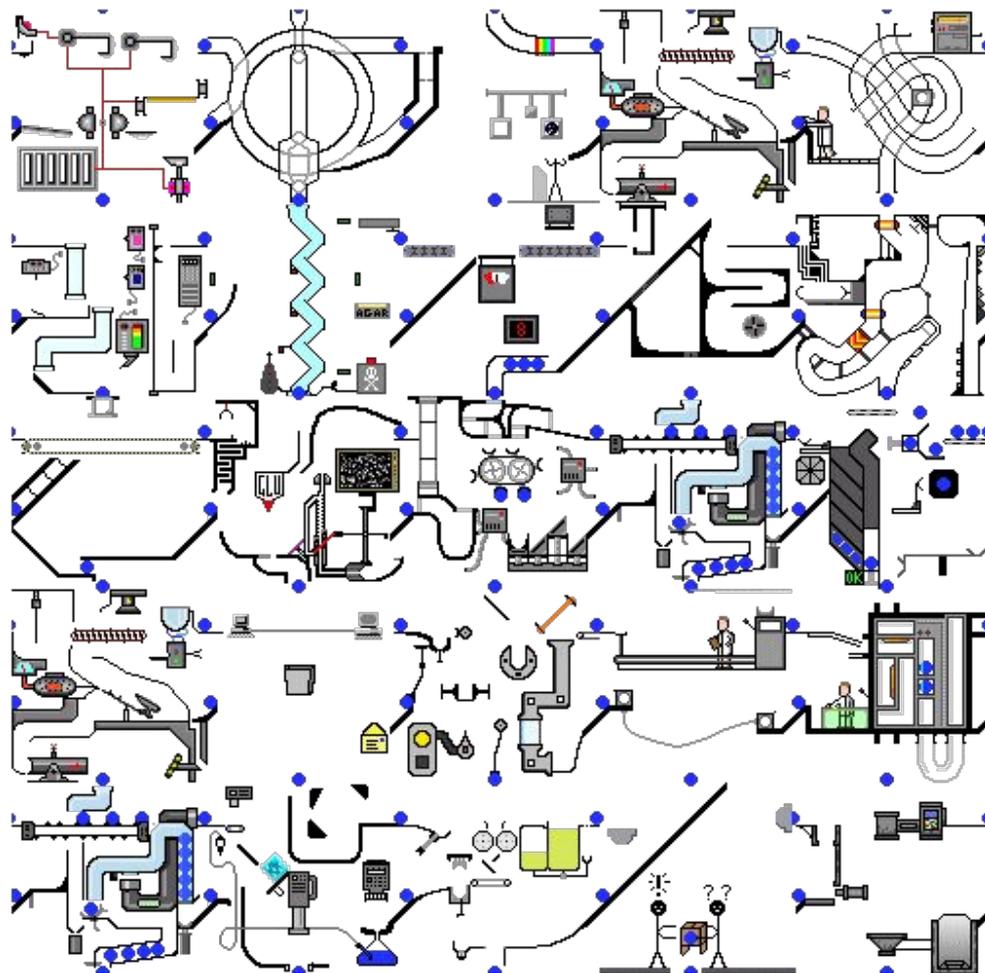
# АРХИТЕКТУРА ЭВМ И С ТЕМА 1.4., 3. 10.2

---

Преподаватель:  
Шершова Л.Н.

## Тема 1.4. Логические основы ЭВМ, элементы и узлы

Занятие 10. Базовые логические операции и схемы. Таблицы истинности. Схемные логические элементы ЭВМ и их классификация: регистры, вентили, триггеры, полусумматоры и сумматоры.

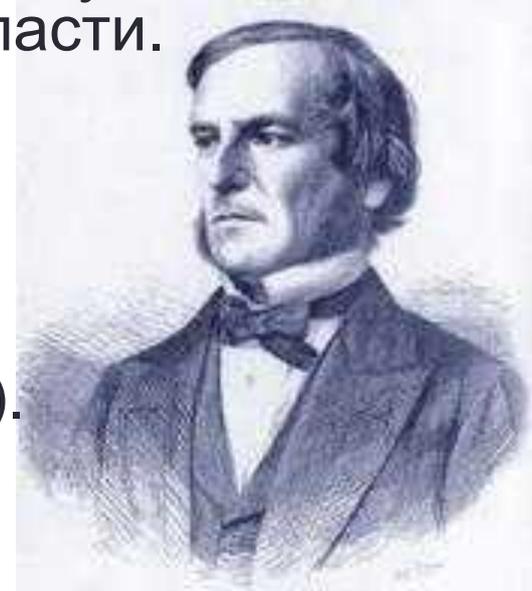


## Математическая логика



Немецкий ученый **Готфрид Лейбниц** (1646-1716) заложил основы **математической логики**. Он пытался построить первые логические исчисления (свести логику к математике), предложил использовать символы вместо слов обычного языка, поставил много задач по созданию символьной логики, его идеи оказали влияние на последующие работы ученых в этой области.

Англичанин **Джордж Буль** (1815-1864, математик-самоучка), на фундаменте, заложенном Лейбницем, создал новую область науки - **Математическую логику** (*Булеву алгебру* или *Алгебру высказываний*). В его работах логика обрела свой алфавит, свою орфографию и грамматику.



# Алгебра логики (высказываний)

работает с высказываниями.

Различают:

1. **Логические константы** (логические утверждения) – конкретные частные утверждения (И/Л)

{Аристотель - основоположник логики}

{На яблонях растут бананы}

2. **Логические переменные** (предикаты) – логические высказывания, значения которых меняются в зависимости от входящих в них переменных, обозначаются заглавными латинскими буквами **A, B, C, D, F, ...**

**A** = {Аристотель - основоположник логики}

**B** = {На яблонях растут бананы}.

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному — 0. Таким образом, **A = 1, B = 0**.

### 3. Логические функции (логические формулы) – сложные логические выражения, образованные из простых и связанных логическими операциями **И**, **ИЛИ**, **НЕ** и др.)

Высказывание “**Все мышки и кошки с хвостами**” является сложным и состоит из двух простых высказываний.

**A** = “**Все мышки с хвостами**” **и** **B** = “**Все кошки с хвостами**”  
Его можно записать в виде логической функции, значение которой истинно:  $F(A, B) = A \text{ и } B$

В математической логике не рассматривается конкретное содержание высказывания, важно только, истинно оно или ложно. Поэтому высказывание можно представить некоторой переменной величиной, значением которой может быть только **ложно (0)** или **истинно (1)**.

# Логические операции

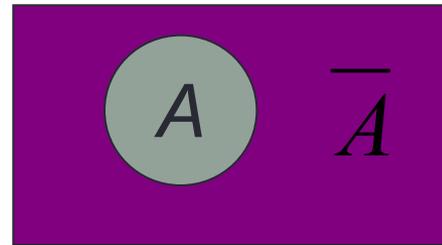
## 1. Отрицание (инверсия).

Обозначение: **НЕ**  $A$ ,  $\neg A$ ,  $\overline{A}$

Таблица истинности:

$A$	$\overline{A}$
0	1
1	0

Диаграмма Эйлера-Венна



$A = \{\text{Дети любят игрушки}\}$        $\overline{A} = \{\text{Дети **НЕ** любят игрушки}\}$

$A = \{\text{множество студентов группы ПИ-23}\}$

$\overline{A} = \{\text{множество студентов **НЕ** группы ПИ-23}\}$

## 2. Логическое умножение (Конъюнкция)

Обозначение: И,  $\wedge$ , &,  $\cdot$

$$F = A \wedge B$$

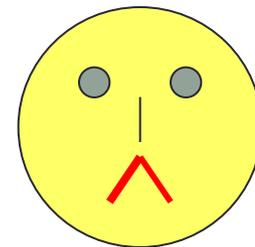
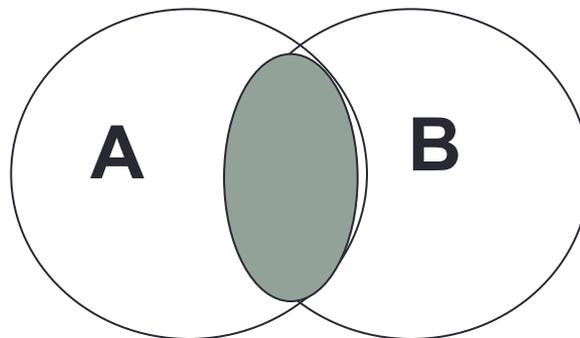


Таблица ИСТИННОСТИ:

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна

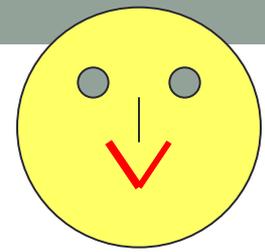


$A = \{\text{Множество обитателей моря}\}$

$B = \{\text{Множество млекопитающих}\}$

$F = A \wedge B = \{\text{кит, акула, дельфин}\}$

### 3. Логическое сложение (Дизъюнкция)



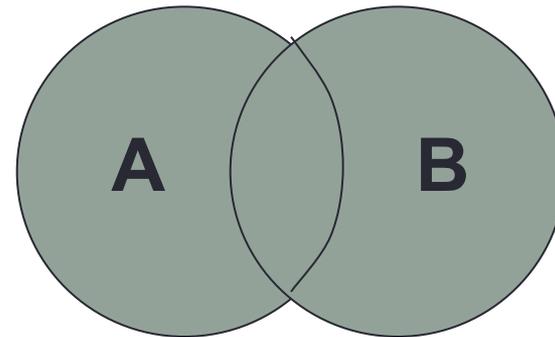
Обозначение: **ИЛИ**,  $\vee$ ,  $+$ ,  $|$

$$F = A \vee B$$

Таблица истинности:

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Диаграмма Эйлера-Венна



$A = \{\text{Множество студентов ПИ-23}\}$

$B = \{\text{Множество студентов ПИ-13}\}$

$F = A \vee B = \{\text{Множество студентов ПИ-23 или ПИ-13}\}$

# 4. ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование)

Обозначение:  $A \rightarrow B$ ,  $A \Rightarrow B$

Таблица истинности:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Импликация - логическая связка (операция) служит для задания так называемых **условных высказываний**. Этой логической операции соответствуют фразы **если ..., то ...** или **когда ..., тогда ...** Импликация - двухместная операция: часть формулы до импликации называют **основанием (условием)** условного высказывания, а часть, расположенную за ней - **следствием**. **Импликация** является ложной только тогда, когда **условие истинно, а следствие ложно**.

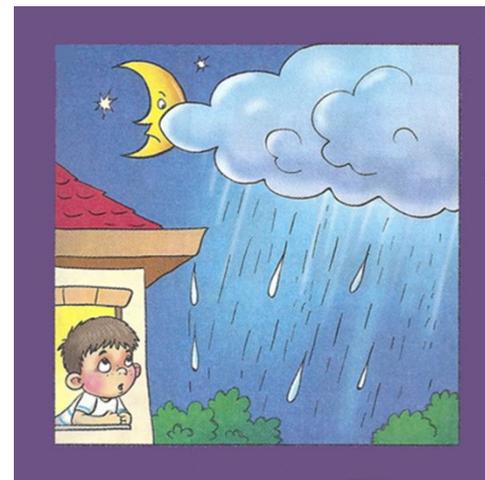
условие  $\Rightarrow$  следствие

**ЕСЛИ, ...** **ТО ...**

Если будет дождь, то мы не пойдем на улицу.

Если я поленюсь, то получу двойку.

Если на траве роса, то скоро настанет вечер.



## 4. ИМПЛИКАЦИЯ (логическое следование)

Обозначение:  $A \rightarrow B$ ,  $A \Rightarrow B$

Например, один философ испытал сильнейшее потрясение, узнав от Бертрана Рассела, что из ложного утверждения следует любое утверждение. Он спросил: «Вы всерьез считаете, что из утверждения «два плюс два – пять» следует, что вы Папа Римский?» Рассел ответил утвердительно. «И вы можете доказать это?» – продолжал сомневаться философ. «Конечно!» – последовал уверенный ответ, и Рассел тотчас же предложил такое доказательство:

- 1) Предположим, что  $2+2=5$ .
- 2) Вычтем из обеих частей по 2, получим  $2=3$ .
- 3) Переставим правую и левую части, получим  $3=2$ .
- 4) Вычтем из обеих частей по 1, получим  $2=1$ .

Папа Римский и я – нас двое. Так как  $2=1$ , то Папа Римский и я – одно лицо. Следовательно, я – Папа Римский [3].

Посмотрим на приведенное доказательство. Доказано ли, что  $2+2=5$ ? Нет. Может быть, доказано, что Бертран Рассел – Папа Римский? Тоже нет. А что же доказано? В точности то, что утверждалось: «Если  $2+2=5$ , то Бертран Рассел – Папа Римский». И ничего больше.

## 5. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ (равнозначность) -

логическая связка (операция), ее аналог в разговорной речи - фразы, подобные словосочетанию **тогда и только тогда, когда ...** или **если и только если ...**. Эквивалентность ставит в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным **тогда и только тогда, когда** оба исходных высказывания **одновременно истинны** или **одновременно ложны**.

Обозначение:  $A \sim B$ ,  $A \leftrightarrow B$ ,  $A \equiv B$ ,  $A = B$

Таблица истинности:

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Чайник греет воду тогда и только тогда, когда он включен.

Мы дышим свежим воздухом тогда и только тогда, когда гуляем в парке.

## Приоритет логических операций:

1.  $()$  Операции в скобках
2. НЕ Отрицание
3. И логическое умножение
4. ИЛИ Логическое сложение
5.  $\rightarrow$  Импликация
6.  $\leftrightarrow$  Эквивалентность

## РЕШИМ ЗАДАЧИ:

Определите, в каком порядке необходимо вычислять значение логического выражения:

$$1) \neg^1 A \&^3 \neg^2 B$$

$$2) A \&^2 (B \&^1 C)$$

$$3) (A \&^1 B) \vee^4 (C \&^3 \neg^2 D)$$

$$4) A \vee^2 \neg^1 D \vee^3 B$$

$$5) A \rightarrow^3 (B \leftrightarrow^2 \neg^1 A)$$



# Вычисление логических выражений

Пример1.

Вычислить значение логического выражения  
« $(2 \cdot 2 = 5 \text{ или } 2 \cdot 2 = 4)$  и  $(2 \cdot 2 \neq 5 \text{ или } 2 \cdot 2 \neq 4)$ »

Обозначим

$A = \langle\langle 2 \cdot 2 = 5 \rangle\rangle$  – ложно (0)

$B = \langle\langle 2 \cdot 2 = 4 \rangle\rangle$  – истинно (1)

Тогда  $(A \text{ или } B)$  и  $(\bar{A} \text{ или } \bar{B})$

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B}) = (0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 1 \wedge 1 = 1$$

## Задание 2. Определите истинность составного высказывания

$(\bar{A} \& \bar{B}) \& (C \vee D)$  состоящего из простых высказываний:

A={Принтер – устройство вывода информации}

B={Процессор – устройство хранения информации}

C={Монитор – устройство вывода информации}

D={Клавиатура – устройство обработки информации}

**Установим истинность простых высказываний:**

$$A=1, B=0, C=1, D=0$$

**Определяем истинность составного высказывания:**

$$F = (\bar{A} \& \bar{B}) \& (C \vee D) = (\bar{1} \& \bar{0}) \& (1 \vee 0) =$$

$$(0 \& 1) \& (1 \vee 0) = 0 \& 1 = 0$$

# ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ ПО ЛОГИЧЕСКОМУ ВЫРАЖЕНИЮ

*Таблицу, показывающую, какие значения принимает сложное высказывание при всех сочетаниях значений входящих в него простых высказываний (переменных), называют **таблицей истинности** сложного высказывания (логической формулы).*

По формуле логической функции легко рассчитать ее *таблицу истинности*, соблюдая приоритет логических операций и действия в скобках.

**Пример.** Построим таблицу истинности следующей функции:

**Порядок действий:**

$$F(A, B, C) = A \vee (\overline{C} \wedge B)$$

- 1. Количество строк в таблице  $Q=2^n$** , где  $n$  - количество переменных (аргументов), здесь  $n = 3$  (A, B, C) и тогда  **$Q=2^3=8$**
- 2. Количество столбцов = число переменных + число операций** (здесь  $3+3=6$  столбцов)
- 3. Выписать наборы входных переменных.** Это удобнее сделать так:
  - разделить колонку значений первой переменной пополам и заполнить верхнюю половину 0, нижнюю половину 1.
  - разделить колонку значений второй переменной на 4 части и заполнить каждую четверть чередующимися группами 0 и 1, начиная опять с группы 0.
  - продолжить деление колонок значений последующих переменных на 8, 16 и т.д. частей и заполнение их группами из 0 или 1 до тех пор, пока группы 0 и 1 не будут состоять из одного символа. (Можно заполнять все колонки, начиная с группы единиц.)
- 4. Провести заполнение таблицы истинности** по столбикам, выполняя логические операции.

Построим таблицу истинности для следующей функции:  $F(A, B, C) = A \vee (\bar{C} \wedge B)$

$A$	$B$	$C$	$\bar{C}$	$\bar{C} \wedge B$	$A \vee (\bar{C} \wedge B)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

# Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы в таблице истинности совпадают, называются **равносильными**.

Знак «**=**» - равносильность.

**Пример 1.** Доказать равносильность логических выражений:

$$\text{и } \overline{A \wedge B} \quad \overline{A \vee B}$$

Таблица истинности  $\overline{A \wedge B}$

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$A \wedge B$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Таблица истинности  $\overline{A \vee B}$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Следовательно,  $\overline{A \wedge B} = \overline{A \vee B}$

В булевой алгебре все логические операции могут быть сведены к трем базовым: **логическому умножению, логическому сложению, логическому отрицанию.**

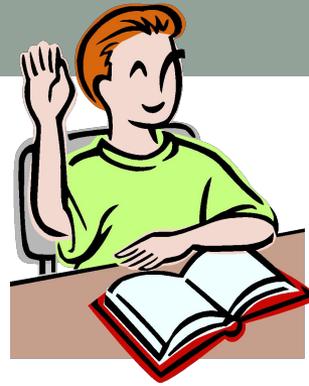
**Пример.** Доказать методом сравнения ТИ, что  $A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\bar{A}$	$\bar{A} \vee B$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	1	0	1

Пример. Доказать, пользуясь ТИ, что операция эквивалентности равносильна выражению

$$A \sim B = (A \vee \bar{B}) \& (\bar{A} \vee B)$$



A	B	$A \sim B$	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \vee \bar{B}$	$\bar{A} \vee B$	$(A \vee \bar{B}) \& (\bar{A} \vee B)$
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	1	1	1

# Законы алгебры логики и свойства логических операций

используются для упрощения логических выражений  
(минимизации логических функций)

$$A \wedge \bar{A} = 0$$

$$A \wedge A = A$$

$$A \wedge 1 = A$$

$$A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee \bar{A} = 1$$

$$A \vee A = A$$

$$A \vee 1 = 1$$

$$A \vee 0 = A$$

Формулы склеивания:

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$$

Законы инверсии  
(де Моргана):

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Формулы  
поглощения:

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$$

$$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$$

$$\bar{0} = 1$$

$$\bar{1} = 0$$

Закон двойного  
отрицания:

$$\overline{\bar{A}} = A$$

$$\overline{(A \rightarrow B)} = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$$

$$A \leftrightarrow B = (A \& B) \vee (\bar{A} \& \bar{B}) \\ = (\bar{A} \vee B) \& (A \vee \bar{B})$$

Переместительный закон:

$$A \vee B = B \vee A$$

$$A \wedge B = B \wedge A$$

Сочетательный закон:

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

$$\bar{A} \& (A \vee B) = \bar{A} \& B$$

$$A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$$



# ЗАКОНЫ ЛОГИКИ

ЗАКОН ТОЖДЕСТВА :

$$A = A$$

ЗАКОН НЕПРОТИВОРЕЧИЯ:

$$A \wedge \bar{A} = 0 \quad \overline{A \wedge \bar{A}} = 1$$

ЗАКОН ИСКЛЮЧЕННОГО ТРЕТЬЕГО:

$$A \wedge \bar{A} = 1$$

ЗАКОН ДВОЙНОГО ОТРИЦАНИЯ:

$$\bar{\bar{A}} = A$$

ЗАКОН КОММУТАТИВНОСТИ:

$$A \vee B = B \vee A \quad A \wedge B = B \wedge A$$

ЗАКОН АССОЦИАТИВНОСТИ :

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

$$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$$

ЗАКОНЫ ДИСТРИБУТИВНОСТИ:

$$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C = (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

ЗАКОНЫ ИНВЕРСИИ:

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B} \quad \overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

СВОЙСТВА  
КОНСТАНТ

$$\bar{0} = 1 \quad \bar{1} = 0$$

$$A \vee 0 = A \quad A \wedge 0 = 0$$

$$A \vee 1 = 1 \quad A \wedge 1 = A$$

ФОРМУЛЫ  
СКЛЕИВАНИЯ

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$$

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

ФОРМУЛЫ  
ПОГЛОЩЕНИЯ:

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$$

$$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$$

Пример 1. Упростить логические выражения:

$$1. F = (x \vee z) \wedge (x \vee \bar{z}) \wedge (\bar{y} \vee z) = x \wedge (\bar{y} \vee z)$$

Здесь для первых двух скобок применена формула склеивания

$$2. F(A, B, C) = (A \underline{\wedge} B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) = \\ (A \wedge B) \wedge (C \vee \bar{C}) = A \wedge B \wedge 1 = A \wedge B$$

Пример 2. а)  $(A \vee \neg A) \& B = 1 \& B = B$

б)  $(A \& (A \vee B) \& (B \vee \neg B)) = A \& (A \vee B) \& 1 = A \& (A \& B)$

Пример 3. Доказать справедливость законов де Моргана:

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

A	B	$\bar{A}$	$\bar{B}$	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$	$\bar{A} \& \bar{B}$	$A \& B$	$\overline{A \& B}$	$\bar{A} \vee \bar{B}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

# Вопросы для размышления:

1. Ученый, заложивший основы математической логики?
2. Ученый, создавший новую область науки – математическую логику?
3. Как по другому называется математическая логика?
4. Логическая константа – это...?
5. Логическая переменная – это...?
6. Логическая функция – это...?
7. Назовите логические операции и связки. Приведите их обозначения, диаграммы Эйлера-Венна и таблицы истинности логических операций и связок.
8. Что такое парадокс импликации (дополнительный вопрос)?
9. Приоритет логических операций (последовательность выполнения). Приведите примеры вычисления логических выражений.
0. Таблица истинности сложного высказывания (правила заполнения, порядок действий)?
1. К каким 3-м основным логическим операциям можно свести все другие логические операции?
2. Какие законы алгебры логики используются для упрощения логических функций?

## Решение логических задач

Способы решения:

1. Табличный.
2. Графический (Графы).
3. Средствами алгебры логики.

**№1.** Мастер спорта Седов, кандидат в мастера Чернов, перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед началом турнира. «Обратите внимание» - заметил черноволосый – «один из нас седой, другой рыжий, а третий черноволосый. Но ни у кого цвет волос не соответствует фамилии. Забавно, не правда ли? «Ты прав» - подтвердил мастер. Какого цвета волосы у кандидата и мастера?

## 1. Табличный

	С	Ч	Р
Седов (м)	-	-	+
Чернов (к.м.)	+	-	-
Рыжов (1 р.)	-	+	-

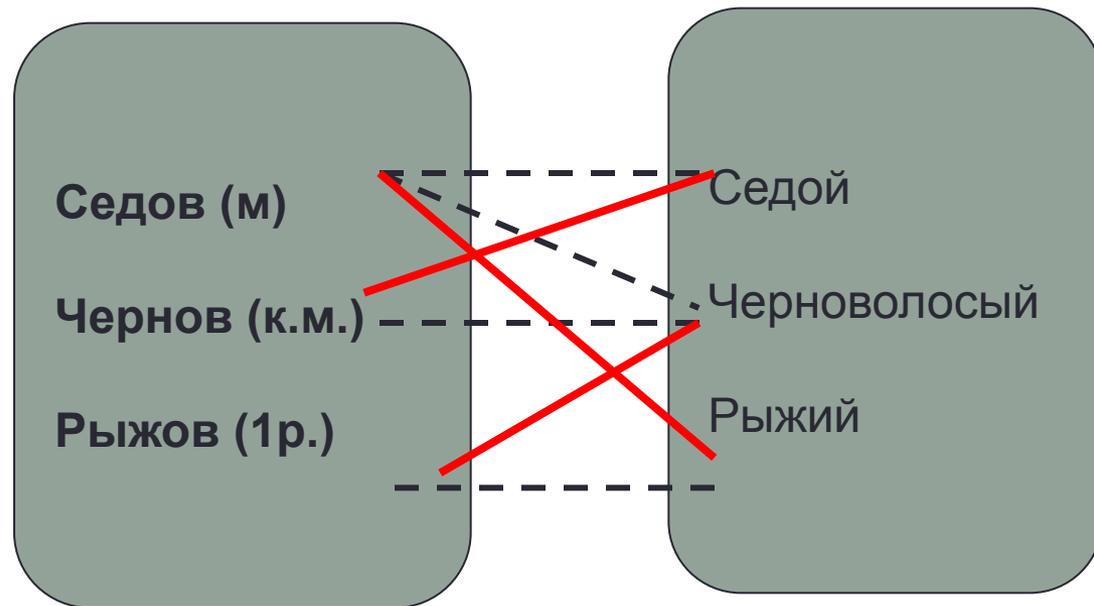
**Ответ:**

Седов рыжий

Чернов седой

Рыжов черноволосый

## 2. Графический



# Решение задач средствами алгебры логики

## Алгоритм:

1. Изучить условие задачи.
2. Выделить простые условия и обозначить их буквами.
3. Записать условия на языке алгебры логики.
4. Составить конечную формулу, для этого:
  - объединить логическим умножением формулы каждого утверждения,
  - приравнять произведение к 1.
5. Упростить формулу, проанализировать полученные результаты, **или** составить таблицу истинности, найти по ТИ значения переменных, для которых  $F=1$ , проанализировать результаты.

### 3. Средствами алгебры логики

Выделим простые условия: Составим логическое выражение:

$$A = \text{«Седов черноволосый»} \quad (A \vee B) \& (C \vee D) \& (E \vee F) \& \neg A = 1$$

$B = \text{«Седов рыжий»}$

Упростим:

$C = \text{«Чернов седой»}$

$$(A \vee B) \& (C \vee D) \& (E \vee F) \& \neg A =$$

$D = \text{«Чернов рыжий»}$

$$((A + B) \cdot (C + D)) \cdot (E + F) \cdot \neg A =$$

$E = \text{«Рыжов черноволосый»}$

$$(AC + AD + BC + \mathbf{BD}) \cdot (E + F) \cdot \neg A =$$

$F = \text{«Рыжов седой»}$

$$(\mathbf{ACE} + \mathbf{ADE} + \mathbf{BCE} + \mathbf{ACF} + \mathbf{ADF} + \mathbf{BCF}) \cdot \neg A$$

**Тогда:**

**Но,**

$$A \vee B = 1$$

$$AB = 0$$

$$C \vee D = 1$$

$$CD = 0$$

$$E \vee F = 1$$

$$EF = 0$$

$$\neg E \vee A = 1$$

$$AE = 0$$

$$BD = 0$$

$$CF = 0$$

$$= (BCE + ADF) \cdot \neg A =$$

$$BCE \cdot \neg A + \mathbf{ADF} \cdot \neg A$$

$\mathbf{BCE} \cdot \neg A = 1$  Следовательно,

**Ответ:**

$B = 1$ , Седов рыжий

$C = 1$ , Чернов седой

$E = 1$ , Рыжов черноволосый

**№2.** В каждой из двух аудиторий может находиться либо каб. Информатики, либо каб. Экономики. Таблички: на первой - «По крайней мере в одной из аудиторий размещается кабинет информатики», на второй - «Кабинет экономики находится в другой аудитории». Известно, что надписи либо обе Истинны, либо обе Ложны. Найдите кабинет информатики.

**Решение.**

$$1) X = (A \vee B)$$

A = «В 1-ой ауд. каб. Информатики»

$$2) Y = \text{He } A$$

B = «Во 2-ой ауд. каб. Информатики»

$\bar{A}$  = «В 1-ой ауд. каб. Экономики»

$$(X \& Y) \vee (\bar{X} \& \bar{Y}) = 1$$

$\bar{B}$  = «Во 2-ой ауд. каб. Экономики»

$$(X \& Y) \& \bar{Y} = ((A \vee B) \& \bar{A}) \vee (\overline{(A \vee B)} \& \bar{A}) =$$

$$((A + B) \cdot \bar{A}) + (\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot A) = (A\bar{A} + B\bar{A}) + (0 \cdot \bar{B}) = B \& \bar{A} = 1$$

Сл-но, B=1 и  $\bar{A}=1$  **Ответ: «В 1-ой ауд. каб. Экономики»**

**«Во 2-ой ауд. каб. Информатики»**

**№3.** В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях.

Один считает, что **первой будет Наташа, а Маша будет второй.**

Другой болельщик на **второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место.**

Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что **Рита займет третье место, а Наташа будет второй.**

Когда соревнования закончились, оказалось, что **каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов.**

**Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита?**

(В ответе перечислите подряд без пробелов числа, соответствующие местам девочек в указанном порядке имен.)

**Решение:**

$$A \vee B = 1, C \vee D = 1, E \vee F = 1 \quad (A \vee B) \& (C \vee D) \& (E \vee F) = 1$$

A = «Наташа 1 м.»

B = «Маша 2 м.»

C = «Люда 2 м.»

D = «Рита 4 м.»

E = «Рита 3 м.»

F = «Наташа 2 м.»

$$\begin{aligned} & \text{Но,} \\ & A \& F = 0 \\ & B \& C = 0 \\ & B \& F = 0 \\ & C \& F = 0 \\ & D \& E = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (A \vee B) \& (C \vee D) \& (E \vee F) = \\ & ((A+B)(C+D))(E+F) = \\ & (AC+AD+BC+BD)(E+F) = \\ & (AC+AD+BD)(E+F) = \\ & ACE+ADE+BDE+ \\ & ACF+ADF+BDF = ACE=1 \end{aligned}$$

$$A=1, C=1, E=1$$

- 1 м – Наташа
- 2 м – Люда
- 3 м – Рита
- 4 м – Маша

**О: 1423**

**№4.** Три школьника, Миша (М), Коля (К) и Сергей (С), оставшиеся в классе на перемене, были вызваны к директору по поводу разбитого в это время окна в кабинете. На вопрос директора о том, кто это сделал, мальчики ответили следующее:

Миша: «Я не бил окно, и Коля тоже...»

Коля: «Миша не разбивал окно, это Сергей разбил футбольным мячом!»

Сергей: «Я не делал этого, стекло разбил Миша».

Стало известно, что один из ребят сказал чистую правду, второй в одной части заявления соврал, а другое его высказывание истинно, а третий оба факта исказил. Зная это, директор смог докопаться до истины.

Кто разбил стекло в классе? В ответе запишите только первую букву имени.

**Решение:**

A=«Миша разбил»

B=«Коля разбил»

C=«Сергей разбил»

$$(\bar{A} \cdot \bar{B}) = 1$$

$$(\bar{A} \vee C) = 1 \dots (\bar{C} \vee A) = 0$$

$$(\bar{A} \vee \bar{B}) \& (\bar{A} \vee C) \& (\bar{C} \vee A) = 1$$

$$(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + C)(\bar{C} + A) =$$

$$(\bar{A} \cdot \bar{A} + \bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot \bar{A} + \bar{B} \cdot C)(\bar{C} + A) =$$

$$(\bar{A} + \bar{A} \cdot C + 1 + \bar{B} \cdot C)(\bar{C} + A) =$$

$$(\bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot C \cdot \bar{C} + 1 \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{C}) =$$

$$\bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{C} = \bar{C}(\bar{A} + 1) = 1$$

$$\bar{C} = 1 \dots \bar{A} + 1 = 1 \dots \bar{A} = 0 \dots A = 1$$

**Ответ: М - Миша разбил**

Один философ испытал сильнейшее потрясение, узнав от Бертрана Рассела (английский философ, логик, математик), что из ложного утверждения следует любое утверждение. Он спросил: «Вы всерьез считаете, что из утверждения «два плюс два – пять» следует, что вы Папа Римский?» Рассел ответил утвердительно. «И вы можете доказать это?» – продолжал сомневаться философ. «Конечно!» – последовал уверенный ответ, и Рассел тотчас же предложил такое доказательство:

- 1) Предположим, что  $2+2=5$ .
- 2) Вычтем из обеих частей по 2, получим  $2=3$ .
- 3) Переставим правую и левую части, получим  $3=2$ .
- 4) Вычтем из обеих частей по 1, получим  $2=1$ .

Папа Римский и я – нас двое. Так как  $2=1$ , то Папа Римский и я – одно лицо. Следовательно, я – Папа Римский. Посмотрим на приведенное доказательство. Доказано ли, что  $2+2=5$ ? Нет. Может быть, доказано, что Бертран Рассел – Папа Римский? Тоже нет. А что же доказано? В точности то, что утверждалось: «Если  $2+2=5$ , то Бертран Рассел – Папа Римский». И ничего больше.



Один философ  
(неизвестно)



Бертран  
Рассел  
(1872-1970)