

Глава 3. Показатели надежности

3.1. Невосстанавливаемые объекты

Пусть при $t = 0$ объект начинает работу;
при $t = T$ происходит отказ объекта.

T – НСВ, которая называется **наработка до отказа**.

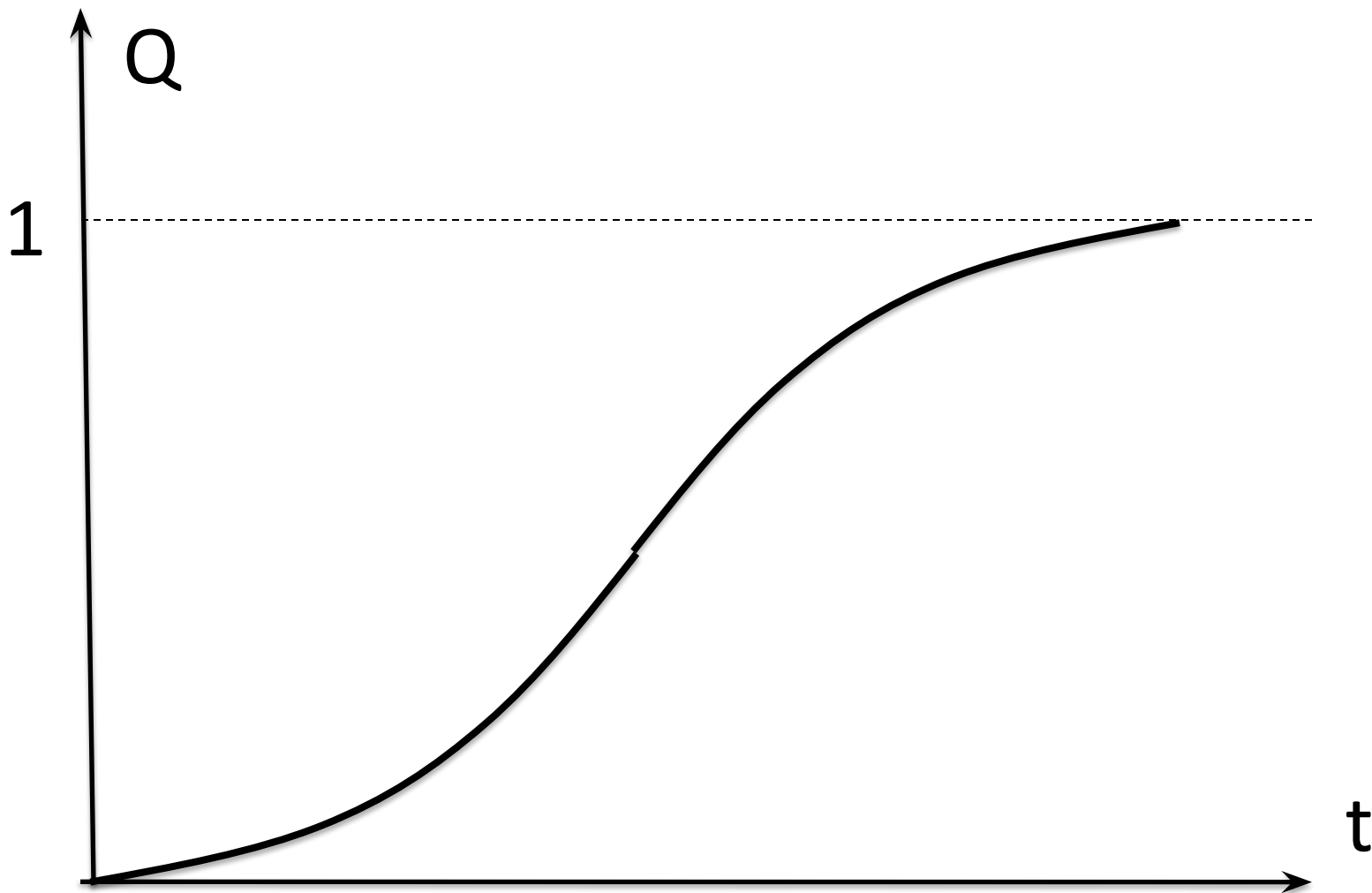
Обозначим функцию распределения этой НСВ $Q(t)$.

Назовём $Q(t)$ **функцией отказа**.

По определению:

$Q(t) = P(T < t)$ – вероятность отказа объекта до
момента t .

Функция отказа



Введем понятие плотности вероятности отказа объекта $f(t)$.

Аналитически:

$$f(t) = Q'(t).$$

Статистически:

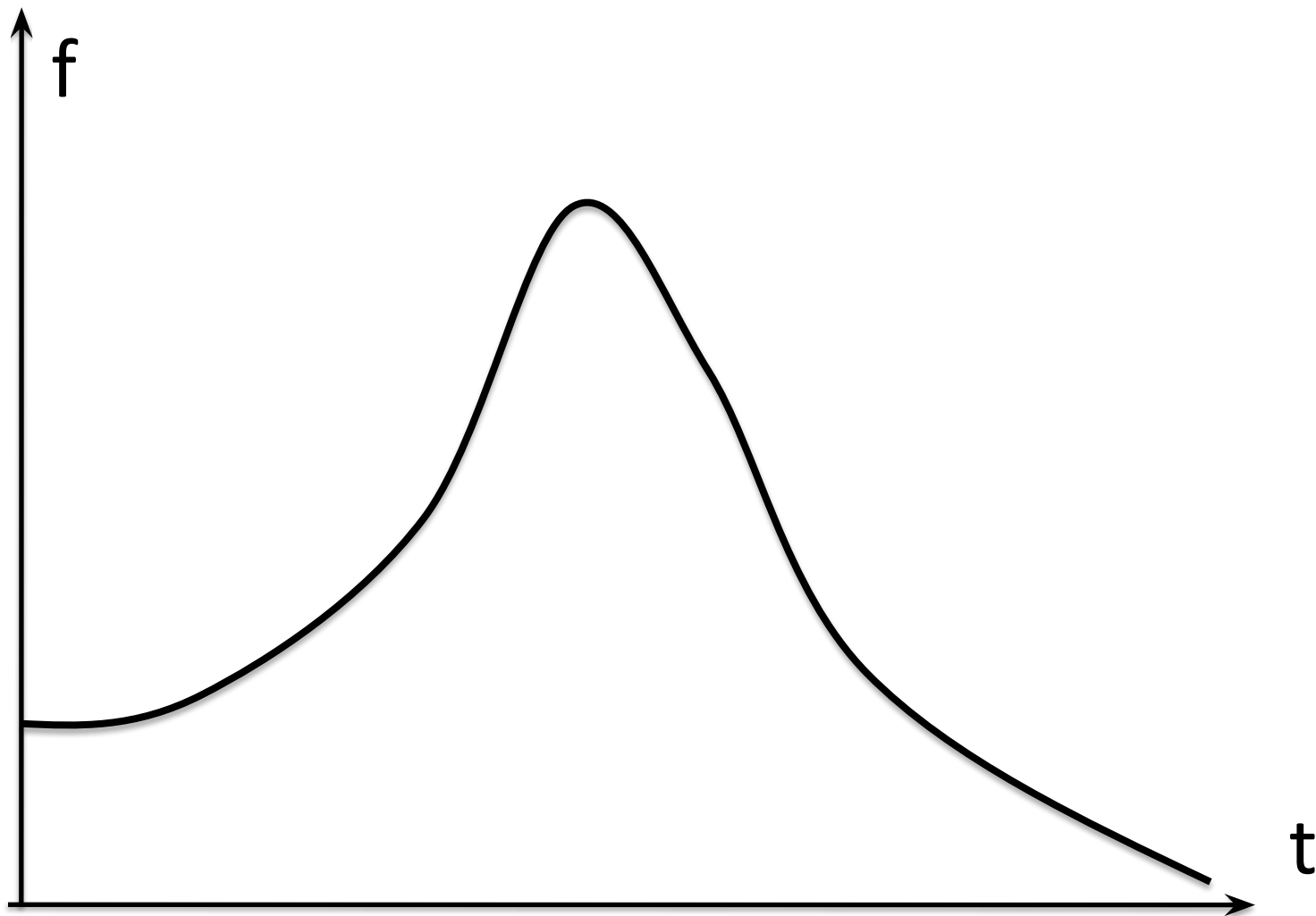
$$\hat{f}(t) = \frac{m(t + \Delta t) - m(t)}{N_0 \Delta t} = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \Delta t}$$

где $m(t)$ – количество объектов, **отказавших** к моменту времени t ;

$N(t)$ – количество объектов, **исправных** к моменту времени t ;

N_0 – количество объектов, **исправных** при $t = 0$.

Плотность вероятности отказа



Обозначим вероятность безотказной работы в течение времени t :

$$R(t) = P(T > t)$$

Назовём $R(t)$ **функцией надёжности**.

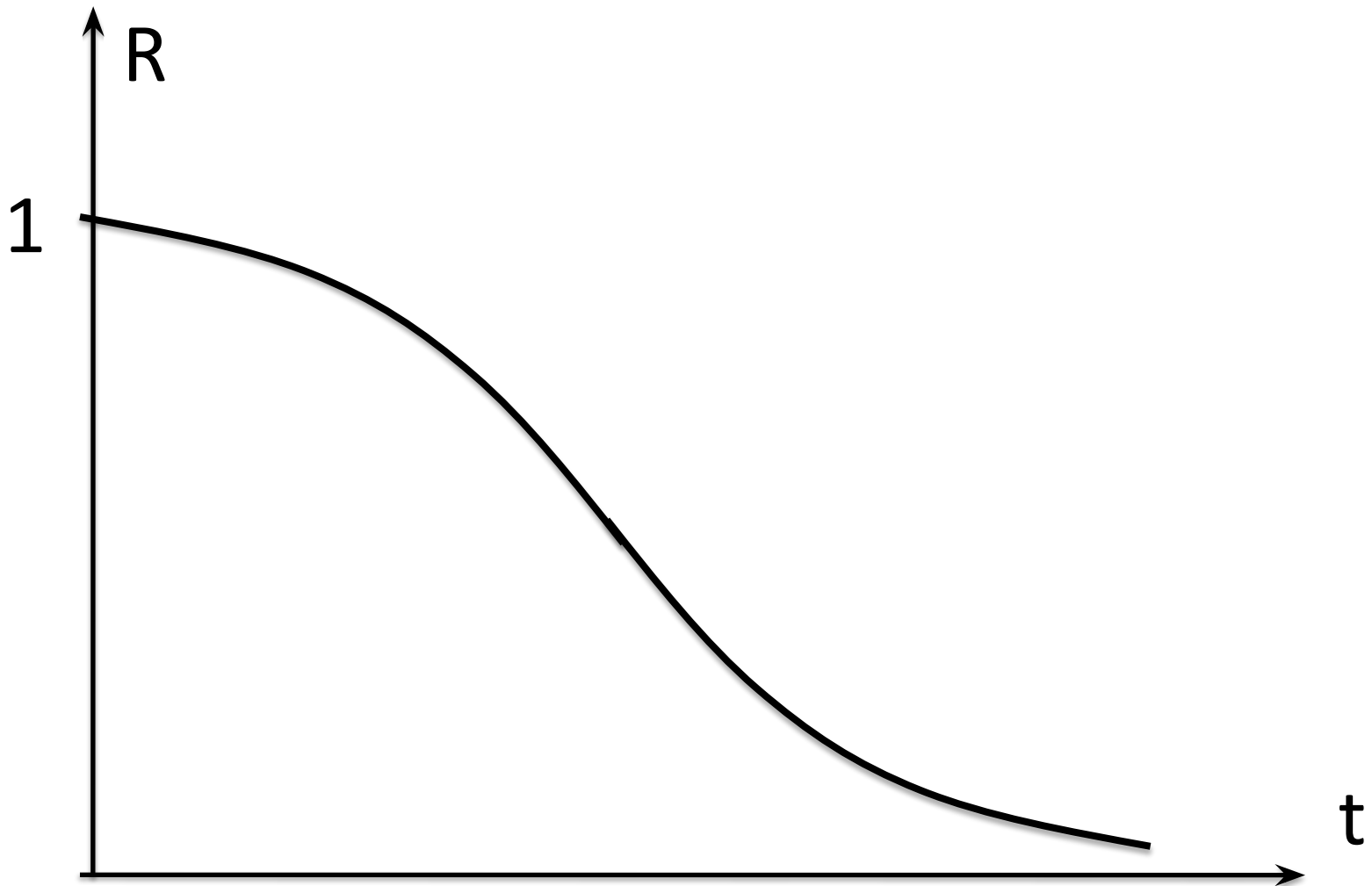
Аналитически:

$$R(t) = 1 - Q(t).$$

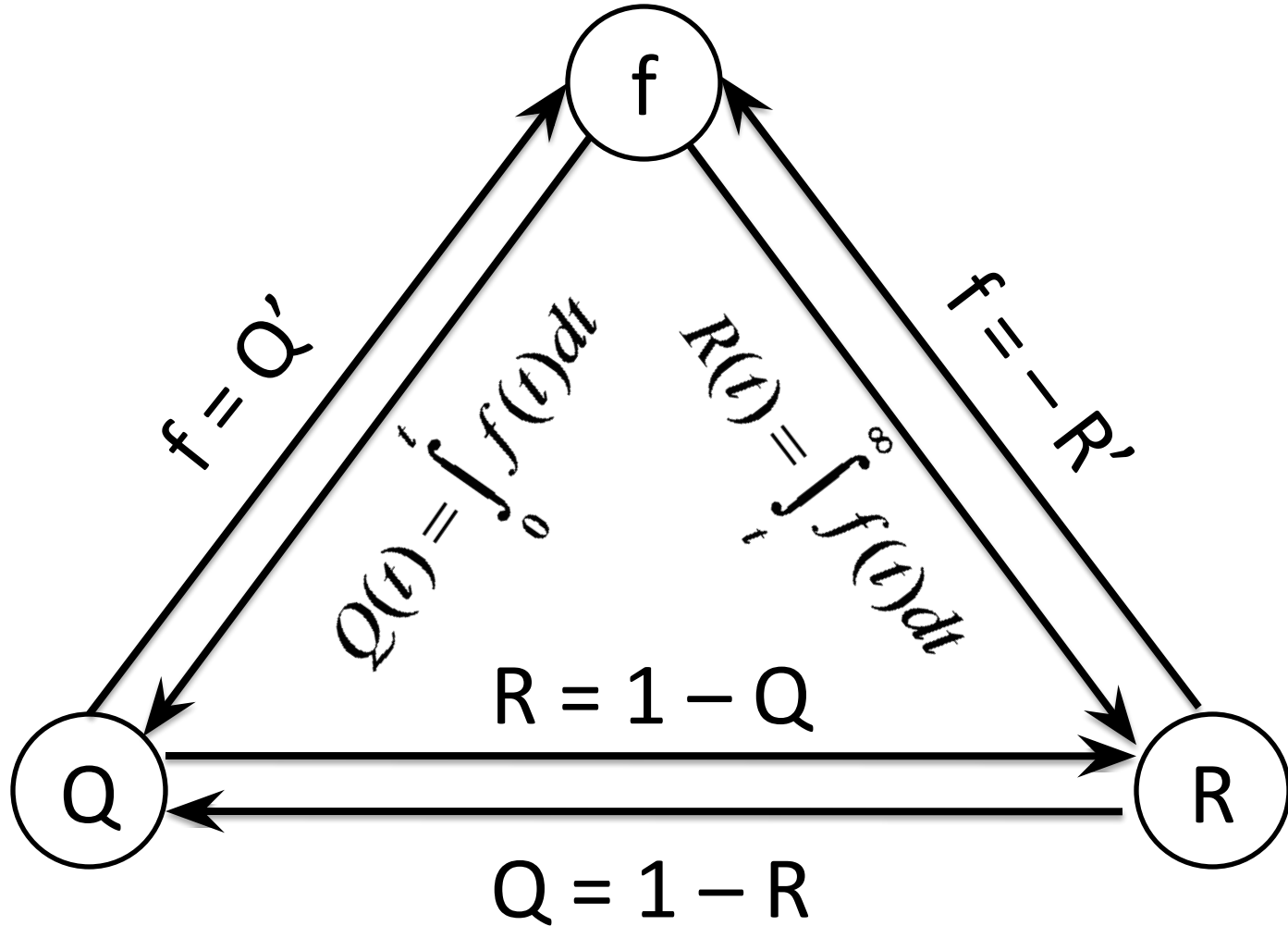
Статистически:

$$\hat{R}(t) = \frac{N(t)}{N_0}$$

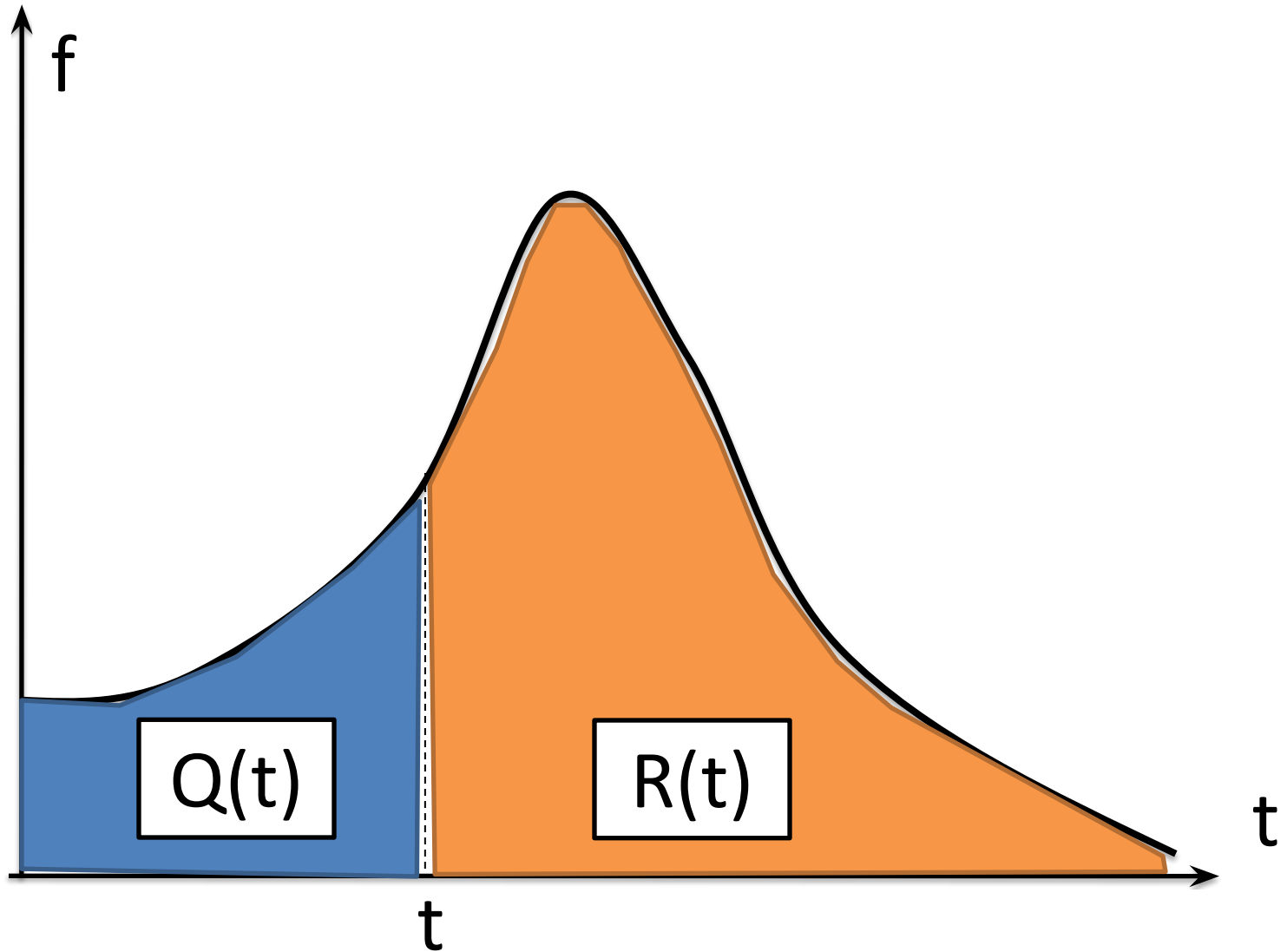
Функция надежности



Связь между функциями Q, R, f

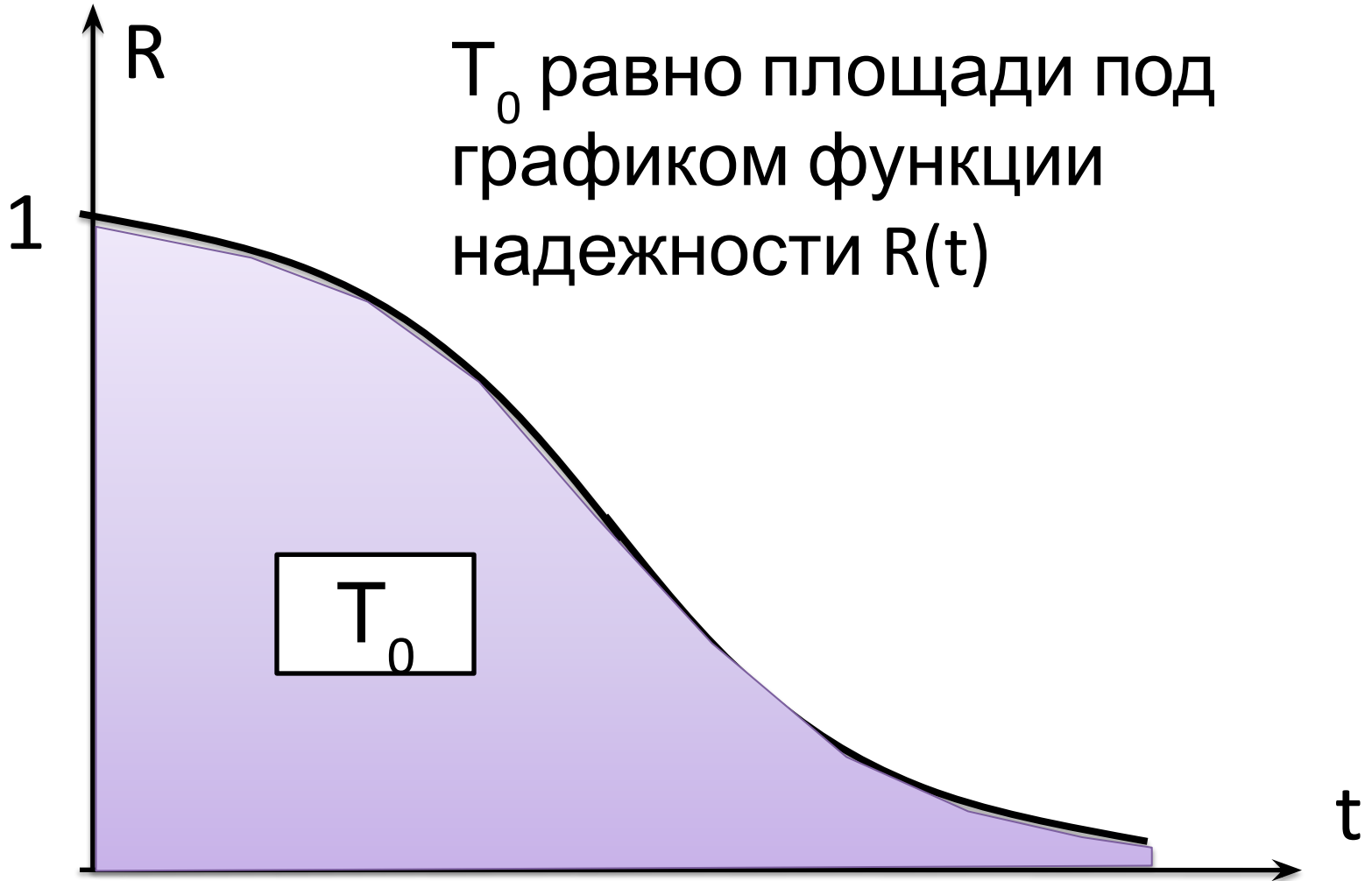


Графическая связь между функциями Q , R , f



Среднее время безотказной работы

T_0



Среднее время безотказной работы

T_0

Статистически:

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i$$

где

t_i – наработка до отказа i -го объекта;

N_0 – первоначальное количество исправных объектов.

Причём испытания проводят, пока все N_0 объектов не откажут.

Среднее время безотказной работы

T_0

Если нет возможности дождаться отказа всех объектов (из-за недостатка времени), то T_0 можно оценить так:

$$\hat{T}_0 = \frac{1}{N_0} \left(\sum_{i=1}^m t_i + t(N_0 - m) \right)$$

где

t – время испытания;

m – число отказавших объектов за время t

Интенсивность отказов $\lambda(t)$

$[\lambda] = \text{с}^{-1}, \text{ч}^{-1}, \text{год}^{-1}$ и т. д.

Статистически:

$\lambda(t)$ – число отказов в единицу времени, отнесённое к числу безотказно проработавших до этого времени объектов.

С позиций теории вероятности:

$\lambda(t)$ – условная плотность вероятности отказа объекта при условии, что до рассматриваемого момента отказа не было.

Таким образом $\lambda(t)$ является локальной характеристикой надёжности, т.е. определяет надёжность объекта в каждый данный момент времени.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$

Аналитически:

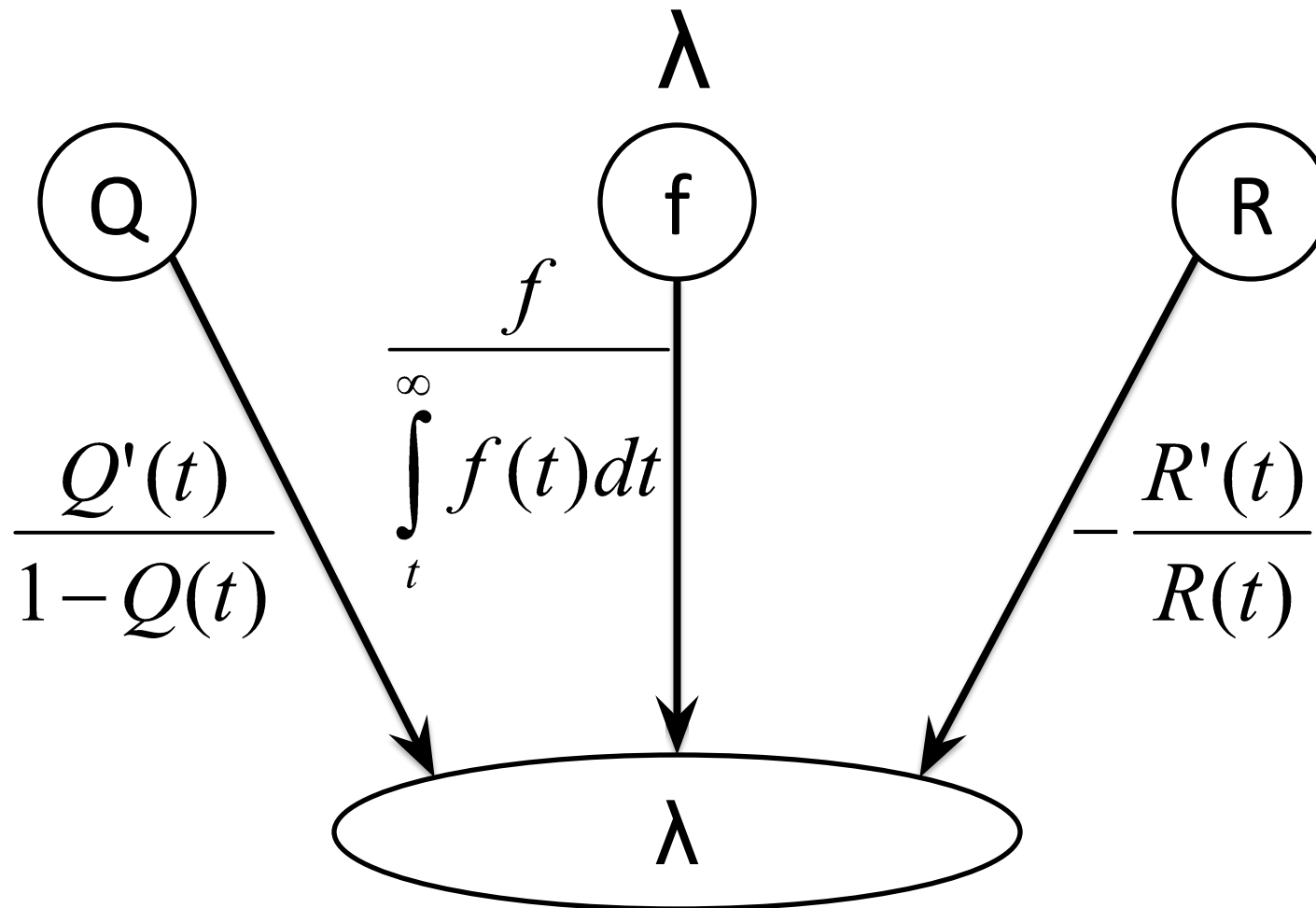
$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot R(t)} = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)}$$

Статистически:

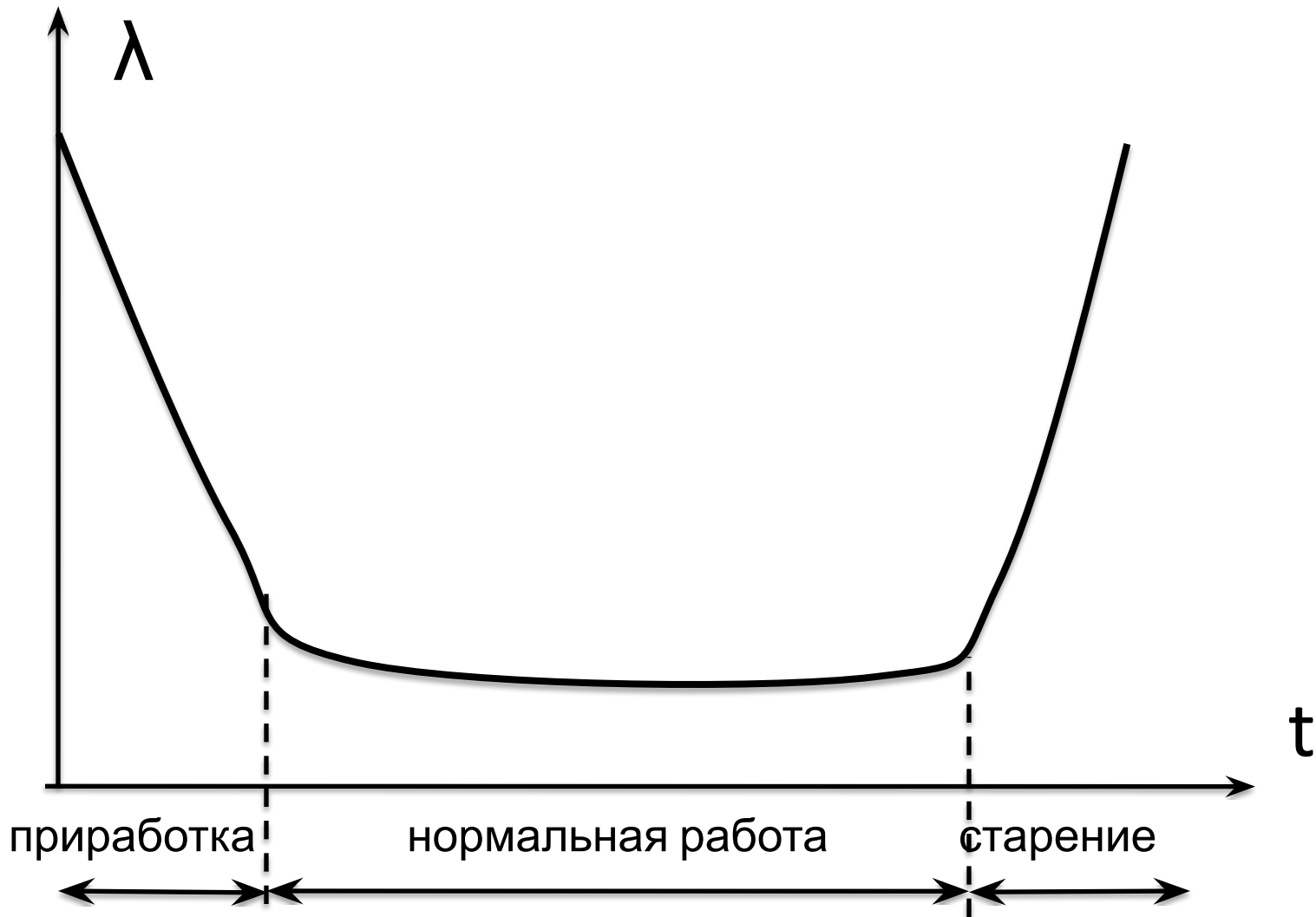
$$\hat{\lambda}(t) = \frac{\frac{N(t)}{N_0} - \frac{N(t + \Delta t)}{N_0}}{\Delta t \cdot \frac{N(t)}{N_0}} = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{\Delta t \cdot N(t)} = \frac{m(\Delta t)}{\Delta t \cdot N(t)}$$

где $m(\Delta t)$ – количество отказов за время Δt .

Связь между функциями Q, R, f,



Интенсивность отказов



Для нормальной работы можно считать:

$$\lambda(t) = \text{const} = \lambda$$

Тогда

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$Q(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$

$$f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

$$T_0 = 1/\lambda$$

Получили экспоненциальный закон
распределения с параметром λ .

При экспоненциальном законе вероятность безотказной работы на интервале $(t; t + \Delta t)$ не зависит от времени предшествующей работы t , а зависит только от продолжительности интервала Δt .

Доказательство:

$$R(t; t + \Delta t) = \exp(-\lambda \Delta t)$$

По формуле условной вероятности

$$\begin{aligned} R(t; t + \Delta t) &= R(t + \Delta t) / R(t) = \\ &= \exp(-\lambda(t + \Delta t)) / \exp(-\lambda t) = \\ &= \exp(-\lambda(t + \Delta t) + \lambda t) \end{aligned}$$

Упрощение формул для малых времён t

В практических расчетах при малых временах рассмотренные выше формулы упрощают, используя соотношение из теории эквивалентов:

$$\exp(x) \sim 1 + x \text{ при } x \rightarrow 0$$

Тогда

$$R(t) = 1 - \lambda t$$

$$R(t; t + \Delta t) = 1 - \lambda \Delta t$$

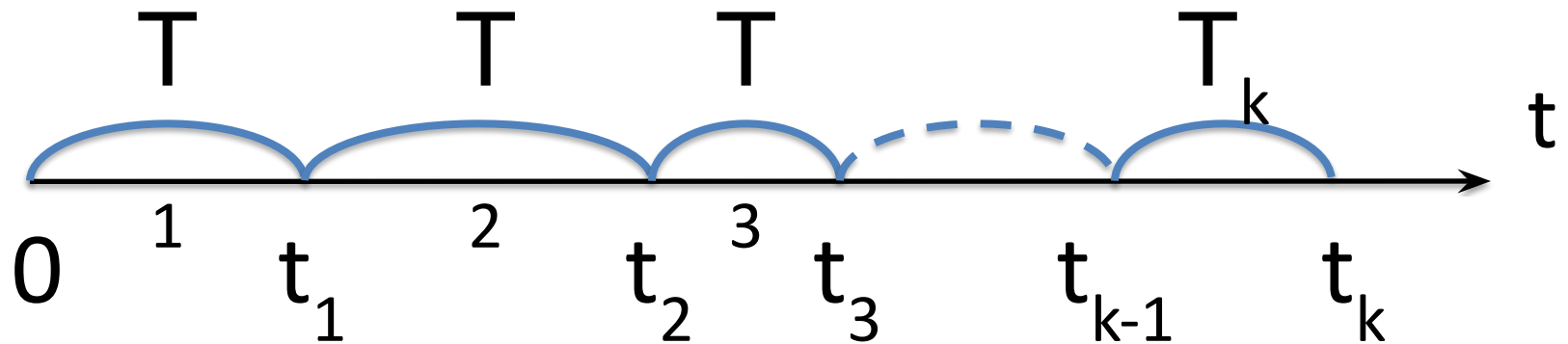
$$Q(t) = \lambda t$$

Эти зависимости верны для малых λt ($\tau \ll t \ll \tau$)

3.2. Объекты с мгновенным восстановлением

- Эксплуатация восстанавливаемого объекта не прекращается при его отказе.
- Объект ремонтируется или заменяется новым.
- Нарботка между отказами и продолжительность восстановления являются НСВ.
- Рассмотрим ситуацию, когда время восстановления \ll наработки между отказами

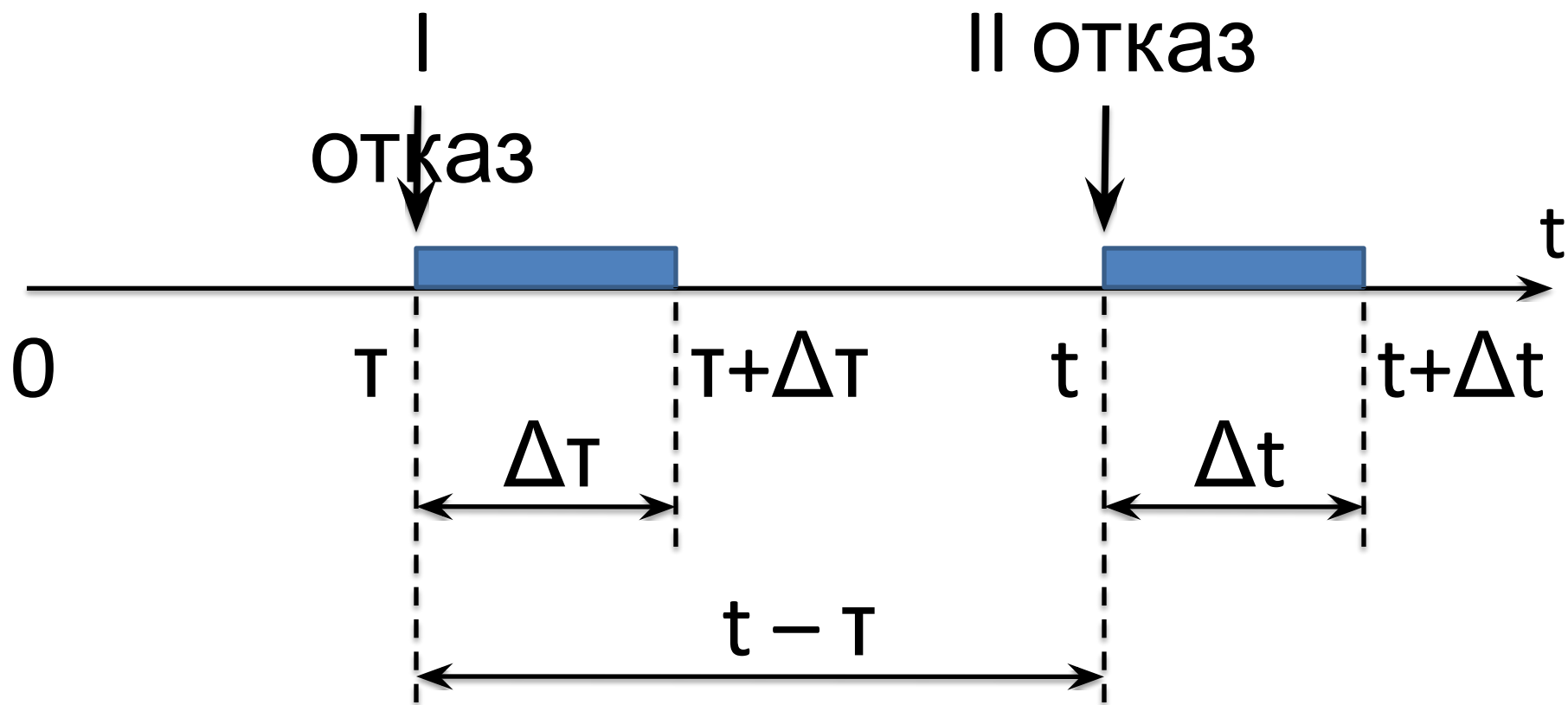
Поток отказов объекта с МГНОВЕННЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ



Рассмотрим плотности вероятностей времени:

- до первого отказа $f_1(t)$;
 - до второго отказа $f_2(t)$;
 - ...
 - до k -го отказа $f_k(t)$.
-
- Пусть первый отказ произошёл в момент T ;
 - пусть второй отказ произошёл в момент t .

Рассмотрим первые 2 отказа объекта



Выведем формулу для $f_2(t)$

Наработка на второй отказ равна $t - \tau$.

Рассмотрим вероятность того, что второй отказ произойдёт на интервале $(t; t + \Delta t)$:

$$\Delta f_2(t) \Delta t = f_1(\tau) \Delta \tau \cdot f_1(t - \tau) \Delta t$$

Разделим на Δt и проинтегрируем по τ от 0 до

$$f_2^t(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_1(t - \tau) d\tau$$

Обобщим этот результат на k отказов.

Выведем формулу для $f_k(t)$.

$$f_k(t) = \int_0^t f_{k-1}(\tau) f_1(t - \tau) d\tau$$

Пояснение:

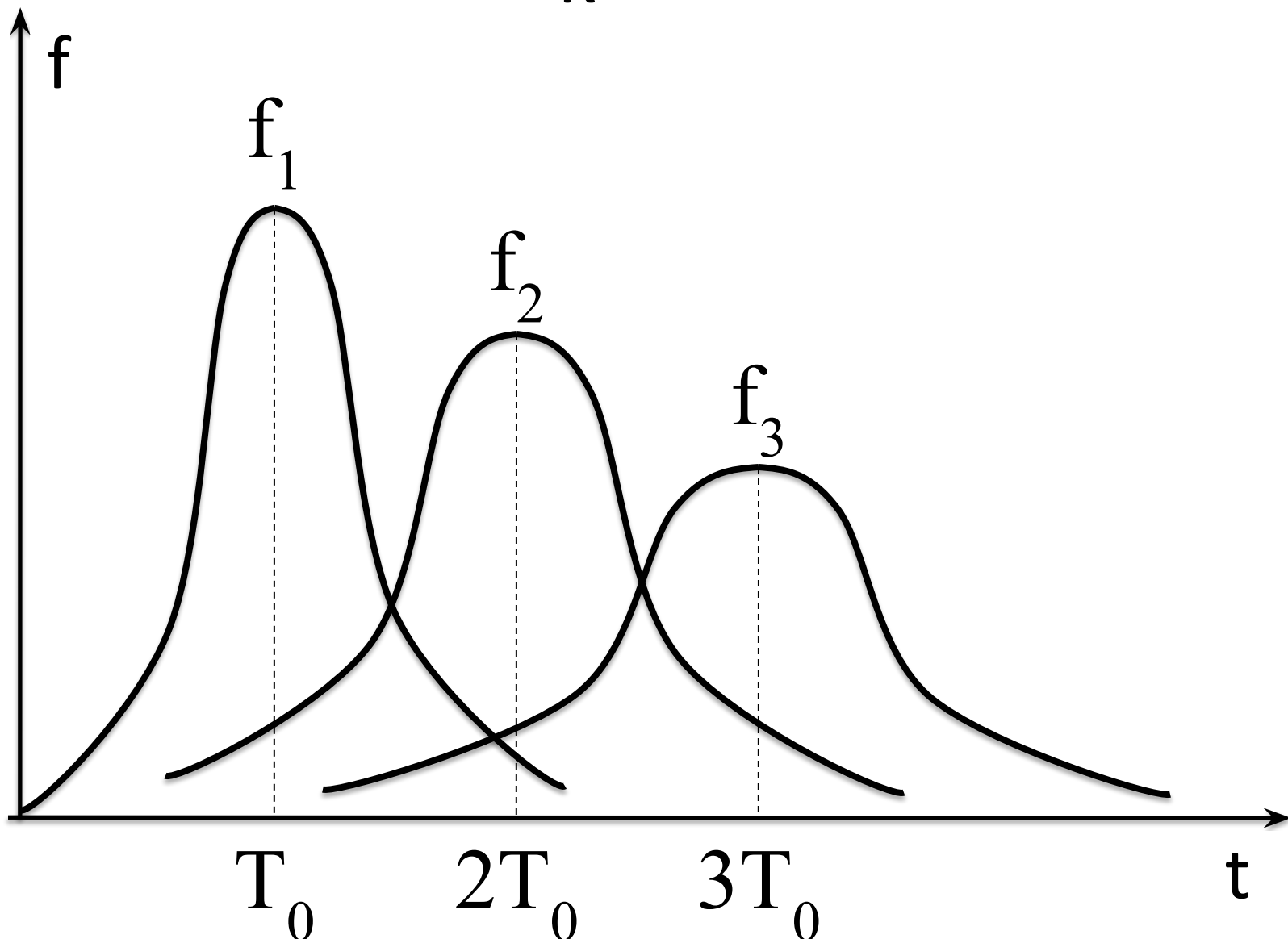
Дошли до $(k - 1)$ -го отказа,
зафиксировали накопившуюся
вероятность

и начали отсчёт времени с нуля.

Значит, следующий отказ будет первым =>

=> в интеграле имеется $f_1(t)$.

Построим графики $f_k(t)$ для разных k



Свойства графиков $f_k(t)$

- 1) Каждый график $f_k(t)$ имеет максимум в точке $t = kT_0$.
- 2) Каждый график $f_k(t)$ приблизительно симметричен относительно оси $t = kT_0$.
- 3) Максимальное значение функции $f_k(t)$ уменьшается с ростом k , т.к. накапливаются неопределённости по предыдущим наработкам.
- 4) Кривая $f_k(t)$ становится более пологой (широкой) с ростом k .

Параметр потока отказов $\omega(t)$

Назовём сумму

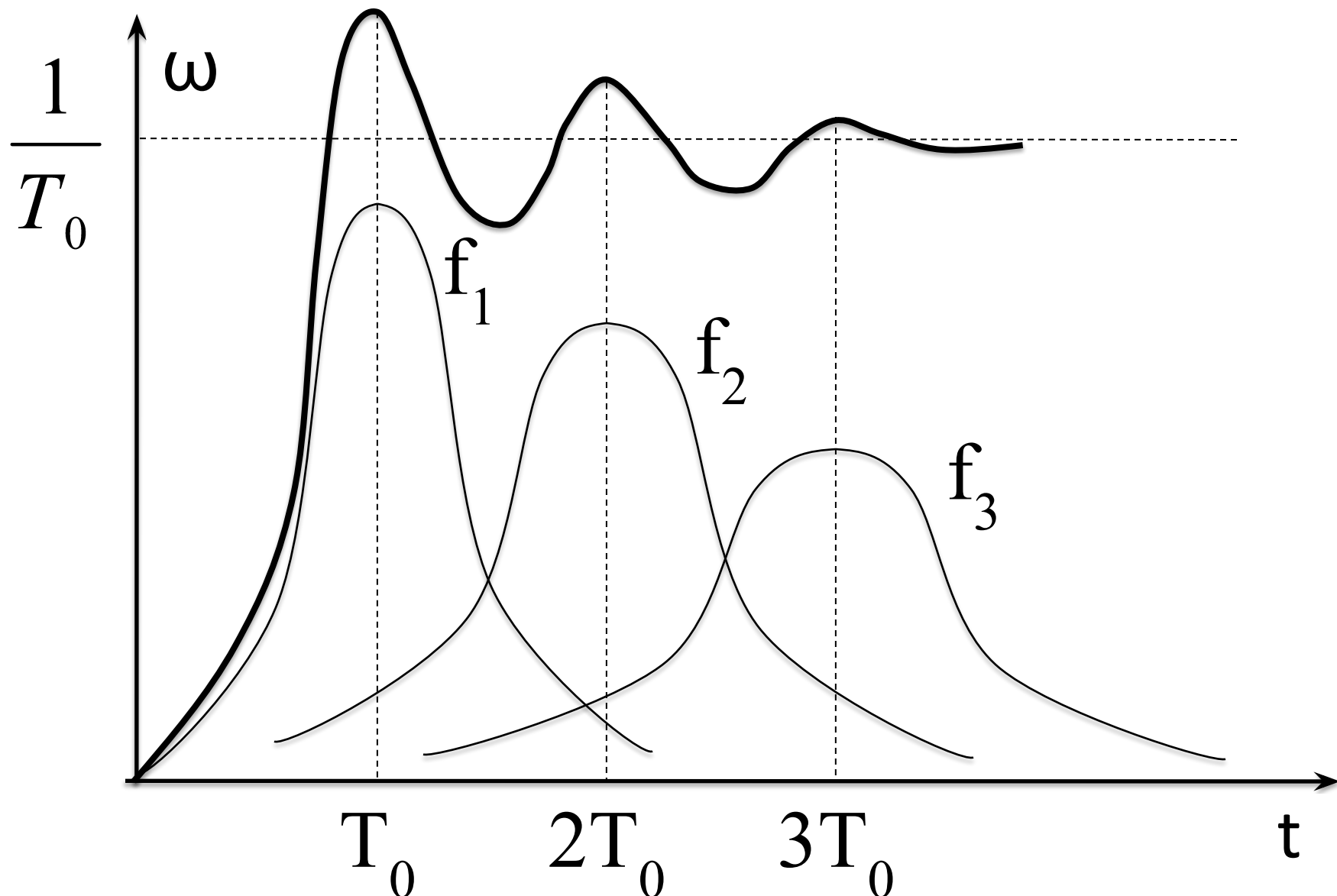
$$f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_k(t) = \omega(t)$$

параметром потока отказов.

По сути $\omega(t)$ – это плотность вероятности отказа.

С одной стороны функция $\omega(t)$ является локальной по времени, с другой стороны она охватывает одновременно все отказы, т.е. является глобальной по отказам.

Построим график $\omega(t)$



Свойство графика $\omega(t)$

- 1) График $\omega(t)$ имеет максимумы в точках $t = kT_0$.
- 2) Кривая $\omega(t)$ стабилизируется с течением времени и с ростом k на уровне $1/T_0$, т.е. процесс возникновения отказов становится стационарным, его локальные характеристики перестают зависеть от времени.

Свойства потоков отказов

Потоки отказов могут обладать свойствами:

- 1) Свойство **ординарности**. Вероятность совмещение 2-х и более отказов в один момент времени равна нулю.
- 2) Свойство **отсутствия последействия**. Числа отказов для любых неперекрывающихся интервалов времени независимы.
- 3) Свойство **стационарности**. Вероятность появления k отказов на любом промежутке времени зависит только от числа k и от длительности Δt и не зависит от начала отсчёта времени.

Виды потоков отказов

- Если выполняется (1),
то поток **ординарный**.
- Если выполняются (1) и (2),
то поток **пуассоновский**.
- Если выполняются (1), (2), (3),
то поток **простейший**.

Для простейшего потока:

$$f_1(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$$

$$f_2(t) = \lambda^2 \exp(-\lambda t)$$

...

$$f_k(t) = \lambda^k \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda t)$$

$$\omega(t) = \lambda$$

$$T_0 = 1/\lambda$$

Для простейшего потока:

Вероятность k отказов за время t :

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t)$$

Вероятность безотказной работы за время t :

$$P_0(t) = \exp(-\lambda t)$$

3.3. Объекты с конечным временем восстановления

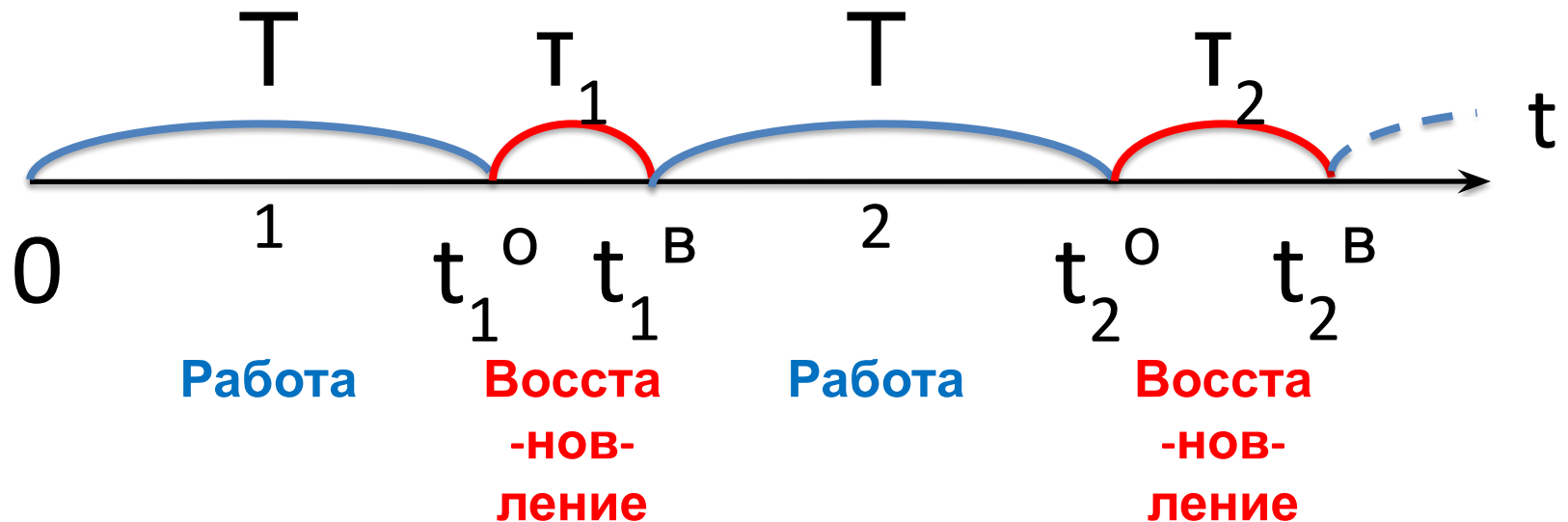
Время восстановления $\tau = t_n + t_p$

- t_n – поиск неисправности;
- t_p – ремонт или замена.

Пусть объект, проработав время T_1 , выходит из строя и восстанавливается в течение t_1 .

Восстановленный объект через T_2 вновь отказывает, за t_2 снова восстанавливается и т.д.

Поток отказов объекта с конечным временем восстановления



Сделаем допущения:

- 1) T_k, t_k – независимые НСВ.
- 2) Все периоды работы T_k имеют:
 - законы $F(t), f(t)$;
 - среднюю наработку на отказ $T = M(T_k)$;
 - интенсивность отказов $\lambda = 1/T$.
- 3) Все периоды восстановления t_k имеют:
 - законы $G(t), g(t)$;
 - среднее время восстановления $t = M(t_k)$;
 - интенсивность восстановлений $\mu = 1/t$.
- 4) Поток отказов и восстановлений – простейший.

Введём понятие **коэффициента ГОТОВНОСТИ** $K_g(t)$

$K_g(t)$ – это вероятность того, что в момент времени t объект находится в работоспособном состоянии (РСС).

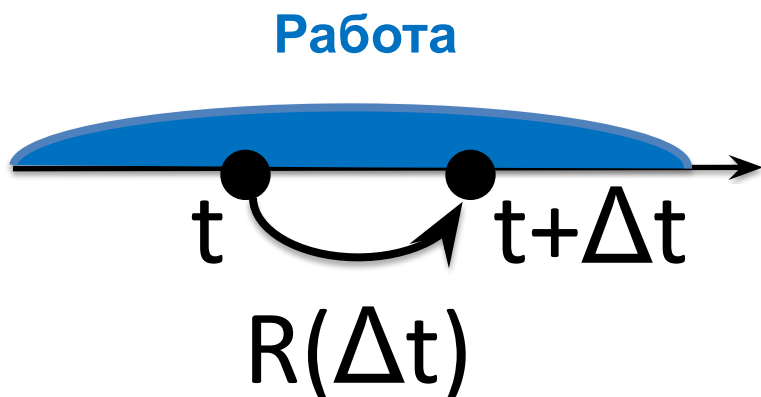
Найдём зависимость $K_g(t)$.

Вероятность застать объект в РСС в момент $(t + \Delta t)$ зависит от его состояния в момент t и его поведения на интервале Δt .

Две гипотезы РСС объекта в момент времени t

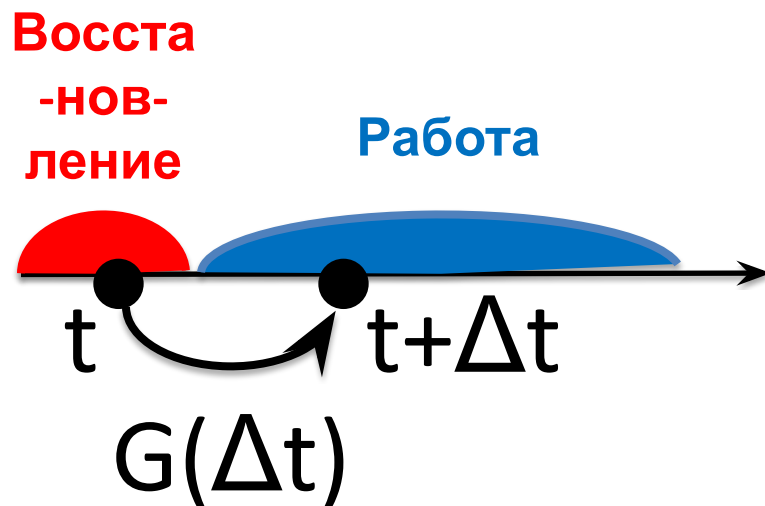
H1:

изначально объект работал, далее за время Δt работал безотказно



H2:

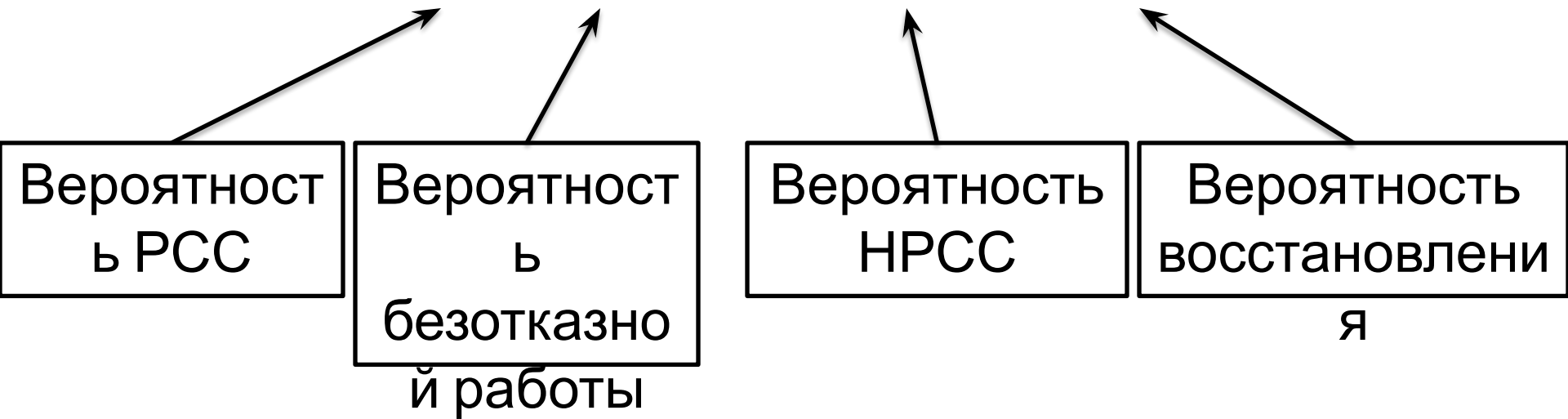
изначально объект восстанавливался (т.е. не работал), далее за время Δt успел восстановиться



По формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)$$

$$K_{\Gamma}(t + \Delta t) = K_{\Gamma}(t) \cdot R(\Delta t) + (1 - K_{\Gamma}(t)) \cdot G(\Delta t)$$



В разделе 3.1 доказано, что:

$$R(\Delta t) = 1 - \lambda \Delta t;$$

$$G(\Delta t) = \mu \Delta t.$$

Подставим:

$$K_T(t + \Delta t) = K_T(t) - K_T(t)\lambda \Delta t + \mu \Delta t - K_T(t)\mu \Delta t$$

$$K_T(t + \Delta t) - K_T(t) = -K_T(t)(\lambda + \mu)\Delta t + \mu \Delta t.$$

$$K_T'(t) + (\lambda + \mu)K_T(t) = \mu.$$

Решив это уравнение, найдем:

$$K_T(t) = \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \exp(-(\mu + \lambda)t)$$

Статистически:

$$\hat{K}_\Gamma = \frac{N(t)}{N_0}$$

$$\hat{K}_\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^m T_i + (N_0 - m)t}{\sum_{i=1}^m T_i + \sum_{i=1}^m \tau_i + (N_0 - m)t}$$

Коэффициент неготовности – вероятность нахождения объекта в НРСС.

- $K_{нг} = 1 - K_{г}$
- $K_{нг}(0) = 0$
- $K_{нг}(\infty) = \lambda / (\lambda + \mu) = \tau / (T + \tau)$
- график $K_{нг}(t)$

Коэффициент аварийного простоя – относительная длительность восстановления.

- $q_{ав} = \lambda / \mu = \tau / T$

Глава 4. Вероятностные модели для расчёта надёжности

4.1. Общие положения

- Система состоит из множества элементов.
- Надёжность системы зависит от надёжности её элементов и от её конфигурации.
- Каждый элемент системы и сама система могут находиться только в двух состояниях – работы или отказа.
- Если все элементы системы работают, то и сама система тоже работает.
- Если все элементы отказали, то и система отказала.

Введем обозначения

A_i – событие безотказной работы i -го элемента;

\bar{A}_i – событие отказа i -го элемента;

A_c – событие безотказной работы системы;

\bar{A}_c – событие отказа системы;

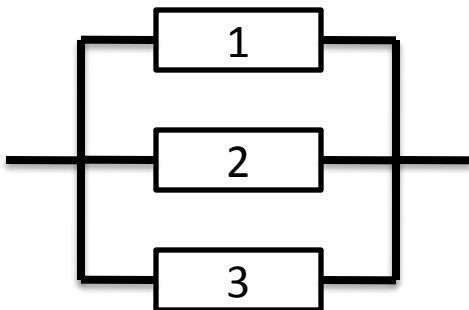
Системы отображаются в виде:

- физических схем:
они имеют действительные, электрические связи;
- логических (расчётных) схем:
они отражают логические связи, в смысле надёжности.
- Отказом системы считают отсутствие связи между началом и концом логической схемы.

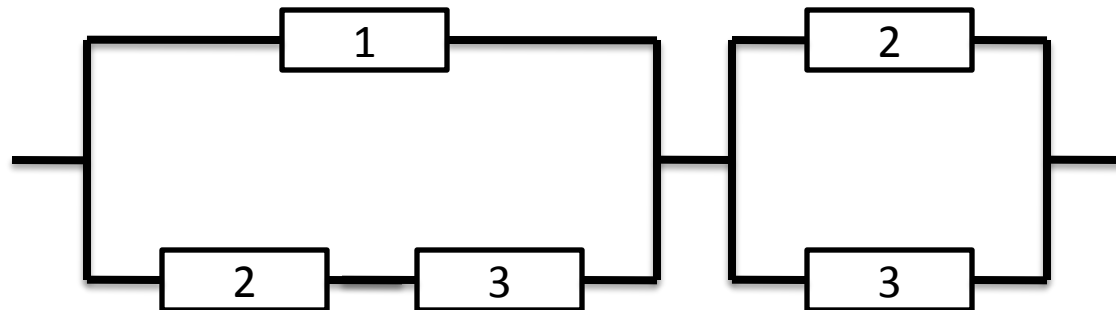
Пример

Потребитель мощностью 3 МВт получает электропитание от 3-х одинаковых линий с пропускной способностью 2 МВт каждая.

Физическая схема



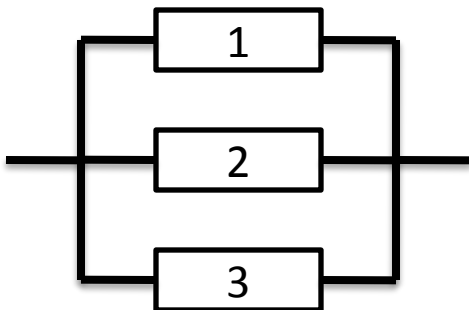
Логическая схема



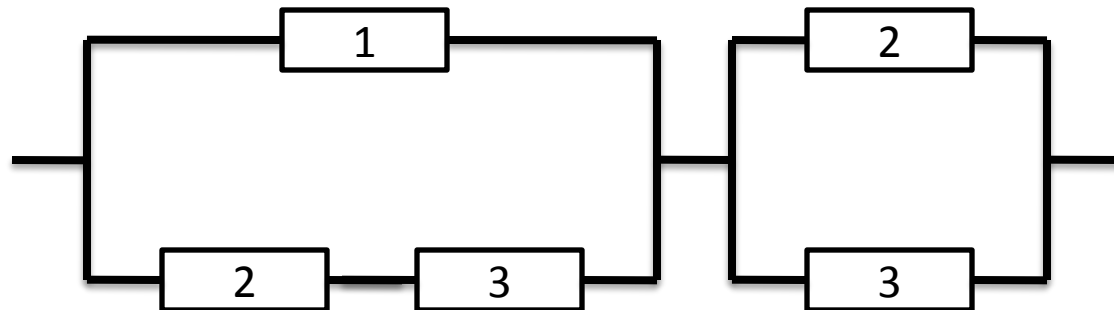
Докажем справедливость логической схемы с помощью таблицы истинности

1	2	3	Отказ	Разрыв
0	0	0	Да	Да
0	0	1	Да	Да
0	1	0	Да	Да
0	1	1	Нет	Нет
1	0	0	Да	Да
1	0	1	Нет	Нет
1	1	0	Нет	Нет
1	1	1	Нет	Нет

Физическая схема



Логическая схема



4.2. Последовательное соединение элементов

Последовательным (в смысле надёжности) называют такое соединение, при котором отказ одного элемента приводит к отказу всей системы, но не изменяет надёжности других элементов.

Тогда вероятность безотказной работы системы равна произведению б.о.р. всех элементов:

$$P(A_c) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

4.2.1. При отсутствии восстановления элементов

Вероятность б.о.р. системы, состоящей из независимых и невосстанавливаемых элементов в течение времени t :

$$R_c(t) = R_1(t) \cdot R_2(t) \cdot \dots \cdot R_n(t)$$

Т.к. $R_i(t) = \exp(-\lambda_i t)$, то

$$\begin{aligned} R_c(t) &= \exp(-\lambda_1 t) \cdot \exp(-\lambda_2 t) \cdot \dots \cdot \exp(-\lambda_n t) = \\ &= \exp(-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t) \end{aligned}$$

С другой стороны

$$R_c(t) = \exp(-\lambda_c t)$$

Значит

$$\lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$$

$$1/T_c = 1/T_1 + 1/T_2 + \dots + 1/T_n ;$$

$$T_c = 1/(1/T_1 + 1/T_2 + \dots + 1/T_n)$$

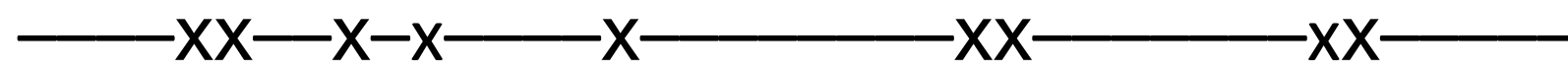
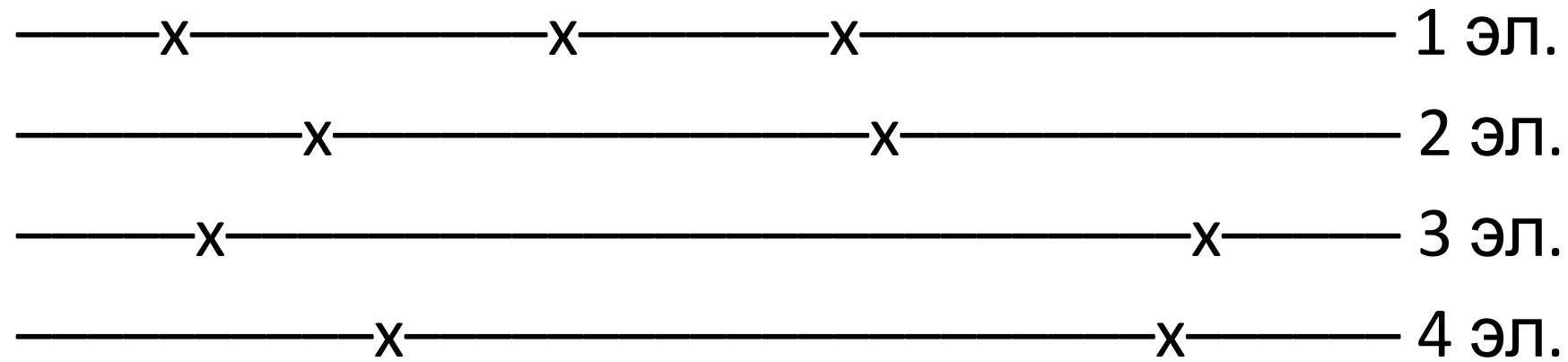
4.2.2. При мгновенном восстановлении элементов

Число отказов системы равно сумме чисел отказов элементов.

Допустим, за время t :

- элемент 1 претерпевает h_1 отказов;
- элемент 2 претерпевает h_2 отказов;
- ...
- элемент n претерпевает h_n отказов.

Рассмотрим поток отказов системы:



Система

$$h_c = h_1 + h_2 + \dots + h_n \quad \Rightarrow \quad \lambda_c = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$$

Вероятность появления k отказов на интервале Δt :

$$P_k(\Delta t) = \frac{(\lambda_c \Delta t)^k}{k!} \exp(-\lambda_c \Delta t)$$

Вероятность б.о.р. системы:

$$R(t) = \exp(-\lambda_c t) = \exp(-t/T_c)$$

4.2.3. При конечном времени восстановления

В этом случае при отказе элемента, на время его восстановления отключается вся система.

После окончания восстановления элемента все элементы начинают работать так, как если бы восстановление происходило мгновенно.

Дано:

последовательность средних периодов б.о.р.
элементов:

$$T_1, T_2, \dots;$$

со средним временем б.о.р. системы:

$$T_c = 1/(1/T_1 + 1/T_2 + \dots)$$

и последовательность средних периодов
восстановления элементов:

$$T_1, T_2, \dots$$

Найти среднюю длительность восстановления
системы T_c

Решение

Вероятность отказа i -го элемента на отрезке Δt :

$$\lambda_i \Delta t$$

Вероятность отказа системы на отрезке Δt :

$$\lambda_c \Delta t$$

Тогда условная вероятность отказа i -го элемента при условии, что на этом же интервале отказала система, равна:

$$\lambda_i \Delta t / \lambda_c \Delta t = \lambda_i / \lambda_c$$

По формуле полной вероятности найдём распределение длительности восстановления для системы, начавшегося в момент t :

$$G(t) =$$

$$G_c(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda_c} G_i(t)$$

$$G_i(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}}$$

$$\begin{aligned} \tau_c &= \int_0^{\infty} (1 - G_c(t)) dt = \int_0^{\infty} \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda_c} G_i(t) \right) dt = \\ &= \int_0^{\infty} \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\lambda_c} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right) \right) dt = \end{aligned}$$

Формулы для средней длительности восстановления системы

$$\tau_c = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}$$

$$\tau_c = T_c \sum_{i=1}^n \frac{\tau_i}{T_i}$$

Выведем коэффициент
готовности системы через T_i , τ_i

$$K_{rc} = \frac{T_c}{T_c + \tau_c} =$$

Коэффициент готовности системы

$$K_{rc} = \frac{T_c}{T_c + \tau_c} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\tau_i}{T_i}}$$

4.3. Параллельное соединение элементов

4.3.1. Резервирование одного элемента (n-1) резервным

Система с параллельным (в смысле надёжности) соединением элементов выходит из строя только в случае отказа всех её элементов.

Вероятность отказа такой системы равна:

$$P(\bar{A}_c) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_n)$$

(при этом считаем, что отказы всех элементов независимы).

Вероятность б.о.р. системы равна:

$$P(A_c) = 1 - (1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2)) \cdot \dots \cdot (1 - P(A_n))$$

Вероятность отказа системы:

$$Q_c(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdot \dots \cdot Q_n(t)$$

Вероятность б.о.р. системы равна:

$$R_c(t) = 1 - (1 - R_1(t)) \cdot (1 - R_2(t)) \cdot \dots \cdot (1 - R_n(t))$$

При равнонадежных элементах и экспоненциаль-ном законе:

$$Q_c(t) = (1 - \exp(-\lambda t))^n,$$

где λ – частота отказа элемента схемы.

Вычислим среднее время б.о.р. системы:

$$T_c = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right)$$

При $n \rightarrow \infty$

$$T_c = \ln(n)/\lambda$$

Например:

$$n = 100: \quad T_c = 4,6/\lambda$$

$$n = 1\,000: \quad T_c = 6,9/\lambda$$

$$n = 10\,000: \quad T_c = 9,2/\lambda$$

Вычислим параметры системы $T_c, t_c, \lambda_c, \mu_c$
через параметры равнонадёжных элементов
 T, t, λ, μ :

Вывод формул выполним через величины:

q_c, q – вероятности застать систему и элемент
в состоянии простоя

$$T_c = T / nT^{n-1} ;$$

$$T_c = T / n ;$$

$$\lambda_c = n\lambda / \mu^{n-1} ;$$

$$\mu_c = n\mu$$

4.3.2. Резервирование r рабочих элементов $(n - r)$ резервными

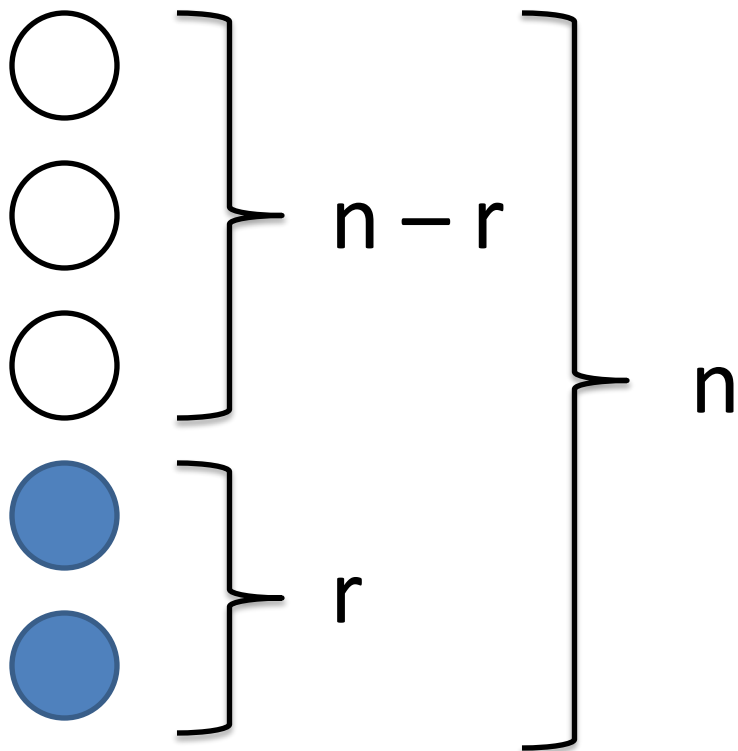
Пусть система состоит из n элементов.

Пусть для нормального функционирования системы необходимо r элементов.

Тогда остальные $(n - r)$ элементов являются резервными.

Отказ системы наступает при выходе из строя $(n - r + 1)$ элементов.

Пример



$k = (n - r) / r$ – кратность резервирования

Как рассчитать функции надежности R_c и отказа Q_c всей системы, зная R_i и Q_i каждого элемента?

В общем виде – громоздкое выражение, поэтому примем допущение, что все элементы равнонадежны и имеют функции

$$R_1 = R_2 = \dots = R,$$

$$Q_1 = Q_2 = \dots = Q.$$

Сначала выведем формулы для частного случая.

Пример

Дано:

$$n = 5$$

$$r = 2$$

$$n - r + 1 = 4$$

$$k = 1,5$$

R

Q

Найти:

Rc

Qc

Решение

Очевидно, что для системы:

$$R_c + Q_c = 1$$

и для каждого элемента:

$$R + Q = 1$$

Отсюда следует, что:

$$\underline{R_c} + Q_c = (R + Q)^5 =$$

$$= \underline{R^5} + \underline{5R^4Q} + \underline{10R^3Q^2} + \underline{10R^2Q^3} + 5RQ^4 + Q^5$$

Обобщим результаты этого
примера

$$R_C = \sum_{i=r}^n C_n^i R^i Q^{n-i}$$

$$Q_C = \sum_{i=n-r+1}^n C_n^i R^{n-i} Q^i$$

Виды резервирования

По способу включения резервных элементов резервирование бывает:

- **постоянное** (резервные объекты включены в систему в течение всего времени работы и находятся в одинаковых с другими объектами условиях)
- **замещением** (резервные объекты включают в систему вместо основных после отказа последних)

Постоянное резервирование (неявное)

Отказавший элемент должен **отключаться** защитной аппаратурой, надёжность которой будет определять надёжность всей схемы.

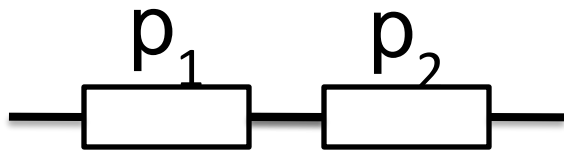
Резервирование замещением (явное)

Отказавший элемент должен **отключаться** защитной аппаратурой, а резервный элемент должен **включаться** аппаратурой автоматики.

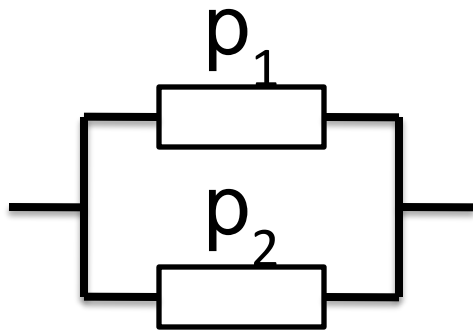
Надёжность этих видов аппаратуры будет определять надёжность всей схемы.

4.4. Последовательно- параллельное соединение элементов

В этом случае логическая схема поэтапно эквивалентизируется до одного элемента.



$$r_{\text{ЭКВ}} = r_1 r_2$$

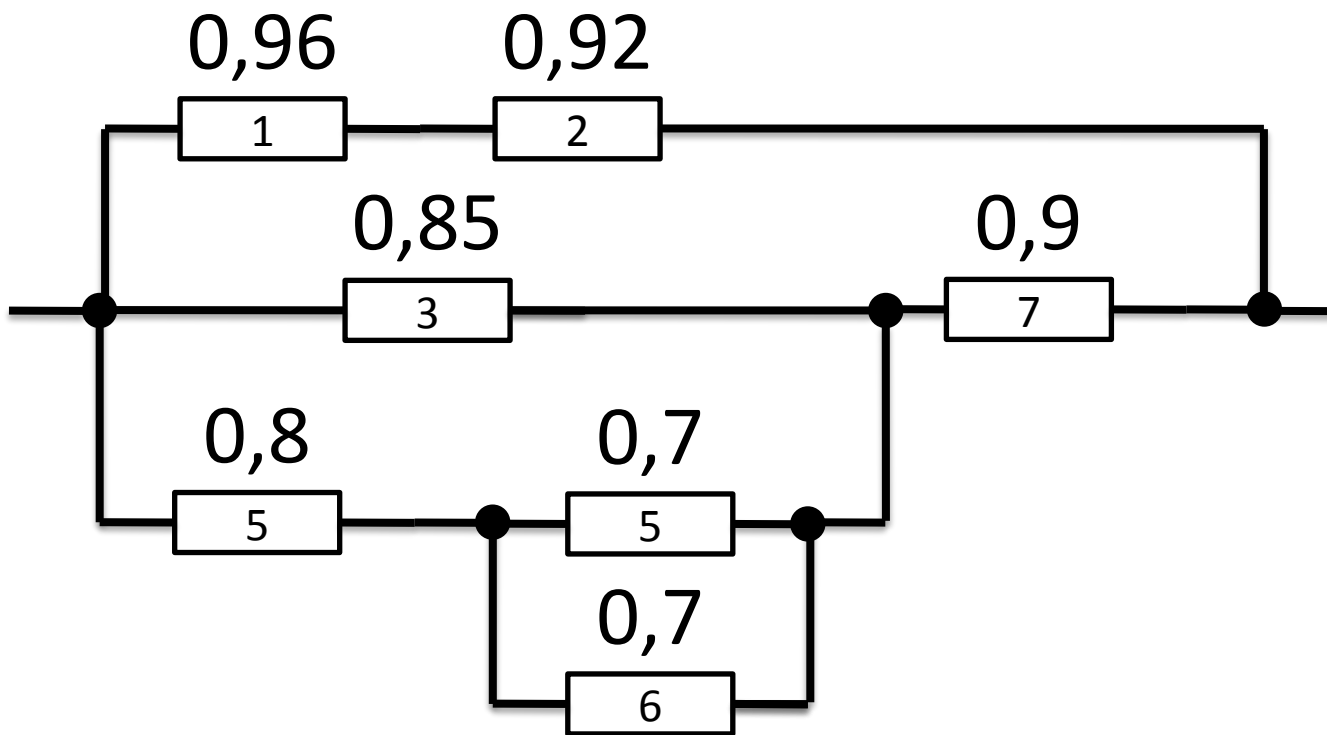


$$r_{\text{ЭКВ}} = r_1 + r_2 - r_1 r_2$$

Полезно помнить, что:

- при последовательном соединении $\rho_{\text{общ}}$ меньше меньшего;
- при параллельном соединении $\rho_{\text{общ}}$ больше большего, но меньше 1.

Пример



$$P(A_{1,2}) = P(A_1 \cap A_2) = 0,96 \cdot 0,92 = 0,88;$$

$$\begin{aligned} P(A_{5,6}) &= P(A_5 \cup A_6) = P(A_5) + P(A_6) - P(A_5)P(A_6) = \\ &= 0,7 + 0,7 - 0,49 = 0,91; \end{aligned}$$

$$P(A_{4,5,6}) = P(A_4 \cap A_{5,6}) = P(A_4)P(A_{5,6}) = 0,8 \cdot 0,91 \approx 0,73;$$

$$\begin{aligned} P(A_{3,4,5,6}) &= P(A_3 \cup A_{4,5,6}) = P(A_3) + P(A_{4,5,6}) - P(A_3)P(A_{4,5,6}) = \\ &= 0,85 + 0,73 - 0,85 \cdot 0,73 = 0,96; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A_{3,4,5,6,7}) &= P(A_{3,4,5,6} \cap A_7) = P(A_{3,4,5,6})P(A_7) = 0,96 \cdot 0,9 = \\ &= 0,86; \end{aligned}$$

$$P(A_c) = P(A_{3,4,5,6,7} \cup A_{1,2}) = 0,86 + 0,88 - 0,86 \cdot 0,88 = 0,98;$$

Вывод

За счёт параллельных связей надёжность системы выше надёжности каждого элемента.

4.5. Метод минимальных путей и сечений

Этот метод применяют, когда структуру системы нельзя свести к последовательно-параллельным цепочкам.

Введем следующие понятия:

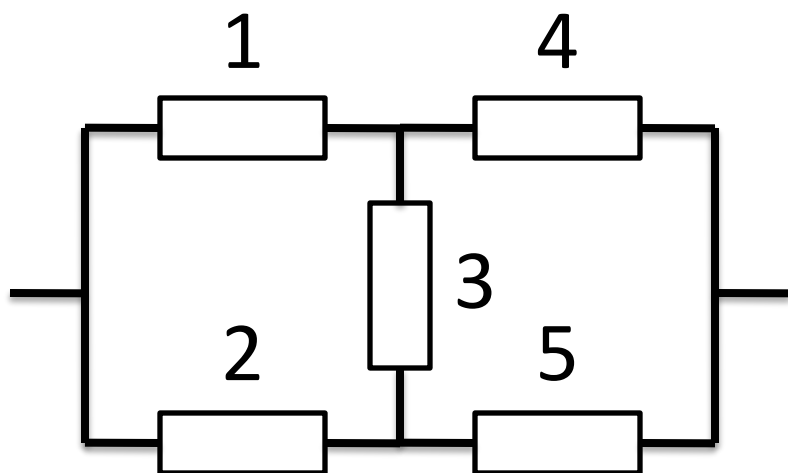
Путь – последовательность смежных элементов, соединяющая вход и выход схемы.

Сечение – совокупность элементов, удаление которых приводит к нарушению связи между входом и выходом.

Минимальный путь – путь, удаление из которого хотя бы одного элемента приводит к тому, что оставшееся множество элементов не будет путём.

Минимальное сечение – сечение, удаление из которого хотя бы одного элемента приводит к тому, что оставшееся множество элементов перестаёт быть сечением.

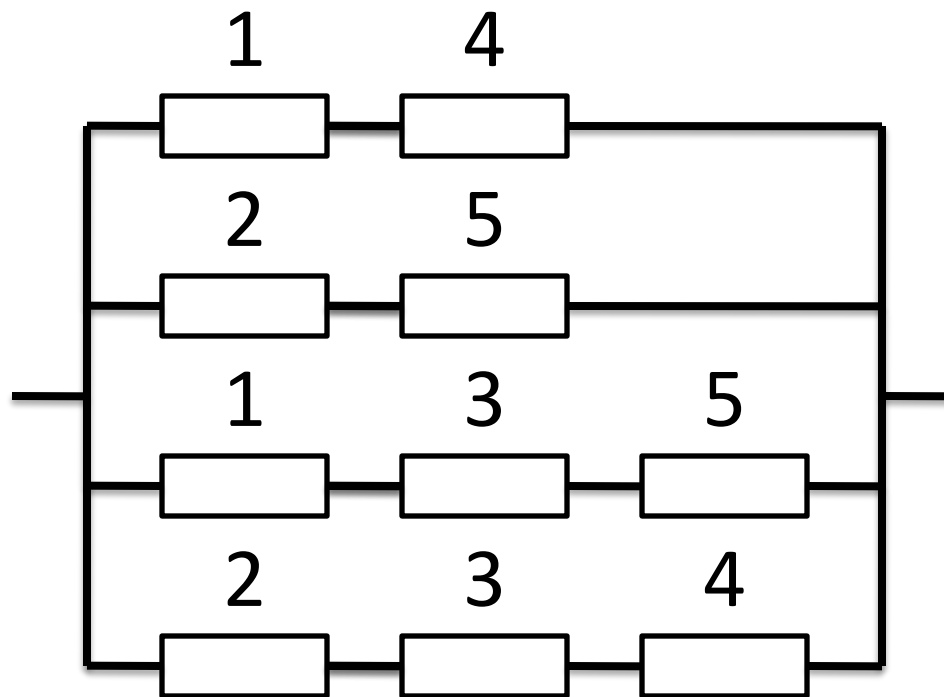
Пример



Минимальные пути:
14, 25, 135, 234

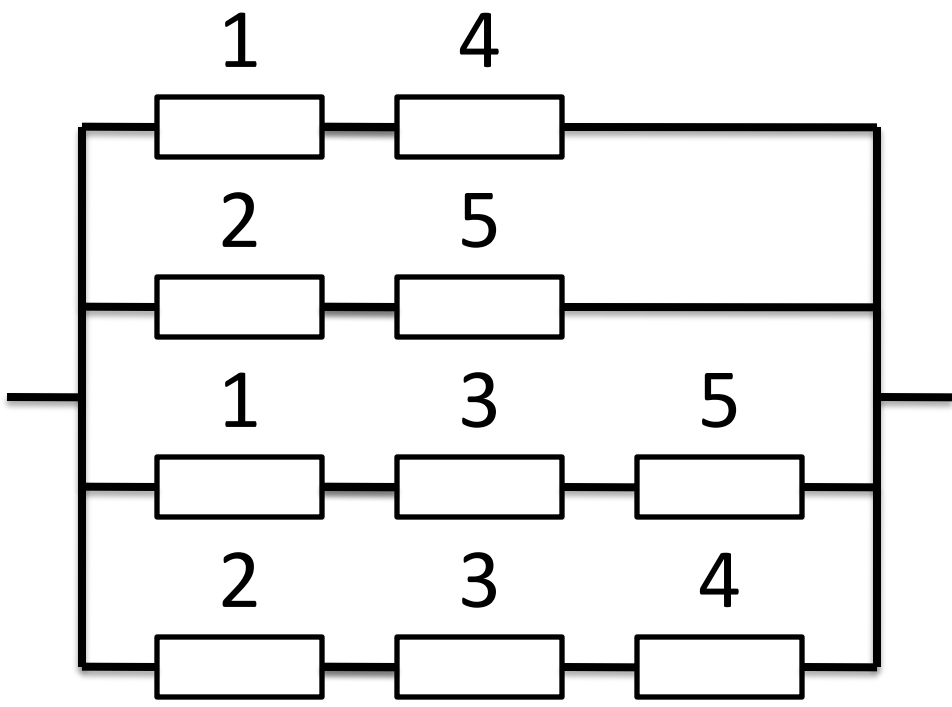
Минимальные
сечения:
12, 45, 135, 234

Схема **минимальных путей** отражает работоспособность:



Пусть все элементы равнонадежны.
 Вероятность РСС каждого элемента
 равна p .

Найдём вероятность РСС системы:



$$\begin{aligned}
 P(Ac) = & p^2 + p^2 + p^3 + p^3 - \\
 & - p^4 - p^4 - p^4 - p^4 - p^4 - p^5 + \\
 & + p^5 + p^5 + p^5 + p^5 - \\
 & - p^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(Ac) = & 2p^2 + 2p^3 - 5p^4 + \\
 & 2p^5
 \end{aligned}$$