

# Информатика

## Курс лекций часть 4

Масловский Владимир Михайлович, к.т.н., доцент кафедры ИУ-10  
РУНЦ «Безопасность» МГТУ им. Р.Э. Баумана, тел. 499 263 6794,  
E-mail: [zi@bmstu.ru](mailto:zi@bmstu.ru), [mvm481@rambler.ru](mailto:mvm481@rambler.ru)

# Логические основы построения цифровых автоматов

1. Основные законы и постулаты цифровых автоматов
  2. Представление функций алгебры логики
  3. Логический синтез переключательных и вычислительных схем
    - 3.1. Синтез переключательных схем
    - 3.2. Синтез вычислительных схем
  4. Основы элементной базы цифровых автоматов
    - 4.1. Логические элементы
    - 4.2. Схемотехника логических элементов
    - 4.3. Элементы интегральных схем
- Контрольные вопросы

## Логические основы построения цифровых автоматов

**Слово *логика* означает совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления.**

Сам термин "логика" происходит от древнегреческого *logos*, означающего "слово, мысль, понятие, рассуждение, закон". *Формальная логика* - наука о формах и законах мышления. Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира. Логика как наука позволяет строить формальные модели окружающего мира, отвлекаясь от содержательной стороны. Основными формами мышления являются *понятия, суждения и умозаключения*.

**Понятие - это форма мышления, которая выделяет существенные признаки предмета или класса предметов, отличающие его от других.** Например, компьютер, человек, ученики.

**Суждения - это форма мышления, в которой утверждается или отрицается связь между предметом и его признаком, отношения между предметами или факт существования предмета и которая может быть либо истинной, либо ложной.** Языковой формой выражения суждения является повествовательное предложение. Вопросительные и побудительные предложения суждениями не являются

## Логические основы построения цифровых автоматов

Суждения рассматриваются не с точки зрения их смысла и содержания, а только с точки зрения их истинности или ложности. Истинным будет суждение, в котором связь понятий правильно отражает свойства и отношения реальных объектов. "Дважды два равно четырем" - истинное суждение, а вот "Процессор предназначен для печати" - ложное. Суждения могут быть простыми и сложными. "Весна наступила, и грачи прилетели" - сложное суждение, состоящее из двух простых. Простые суждения (высказывания) выражают связь двух понятий. Сложные - состоят из нескольких простых суждений.

**Умозаключение - прием мышления, позволяющий на основе одного или нескольких суждений-посылок получить новое суждение (знание или вывод).**

Примерами умозаключений являются доказательства теорем в геометрии. Посылками умозаключения по правилам формальной логики могут быть только истинные суждения. Тогда и умозаключение будет истинным. Иначе можно прийти к ложному умозаключению



# Логические основы построения цифровых автоматов

## *Алгебра логики. История логики*

*Алгебра* — раздел математики, исследующий операции, аналогичные сложению, умножению, вычитанию и делению и выполняемые не только над числами, но и над другими математическими объектами, например, многочленами, векторами, матрицами, операторами и т.д., над объектами самой различной природы.

Возникла алгебра в связи с поисками общих приемов решения однотипных арифметических задач. В основе найденных алгеброй общих приемов лежат действия над величинами (составление и решение уравнений), выраженных буквами, независимо от их конкретного числового значения. Введение символики имело исключительное значение и явилось огромным шагом вперед в развитии математики, так как введение буквенных обозначений сделало запись сжатой и удобной для построения исчислений. Применение буквенных обозначений облегчило и исследование общих свойств числовых систем и общих методов решения задач при помощи уравнений.



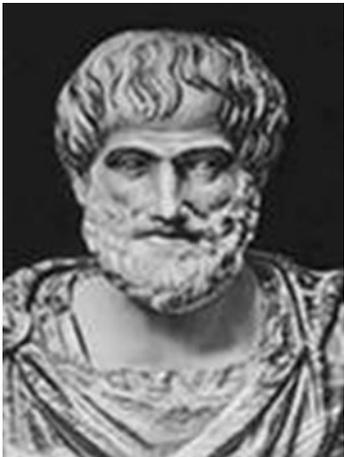
## Логические основы построения цифровых автоматов

Как грамматика изучает формы отдельного слова и формы сочетания слов в предложении, отвлекаясь от конкретного содержания языковых выражений; как математика рассматривает количественные и пространственные отношения и формы, отвлекаясь от конкретных материальных предметов, так и *формальная логика* исследует формы отдельных мыслей и формы сочетаний их в отвлечении от конкретного содержания суждений, умозаключений, доказательств и понятий. Составной частью формальной логики является *математическая логика*.

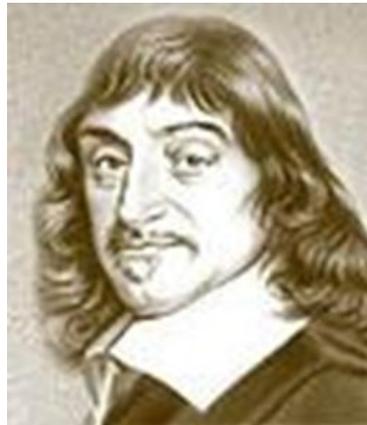
*Математическая логика* изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем, которые лежат в основе работы любого компьютера. Суждения в математической логике называют *высказываниями* или *логическими выражениями*. Подобно тому, как для описания действий над переменными был разработан раздел математики алгебра, так и для обработки логических выражений в математической логике была создана *алгебра высказываний*, или *алгебра логики*.

## Логические основы построения цифровых автоматов

Зародилась логика в лоне единой нерасчлененной науки — античной философии, которая тогда объединяла всю совокупность знаний о мире и о самом человеке и его мышлении. В IV в. до н. э. логика начинает развиваться под влиянием возросшего интереса к ораторскому искусству. Это характерно не только для Древней Греции, но и для Древней Индии, Древнего Китая, Древнего Рима и феодальной России.

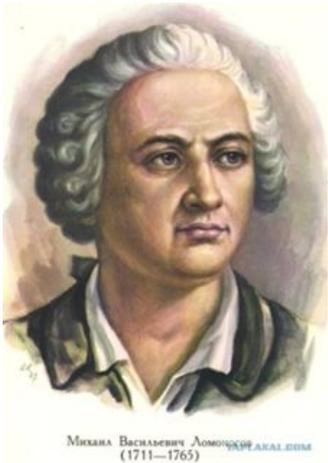


Как известно, в первом сочинении *Аристотеля* (384 — 322 до н. э.) по логике проблемы логики рассматривались в связи с теорией ораторского искусства.



Декарт Рене (1596-1650, фр. философ, математик) предложил в логике использовать математические методы.

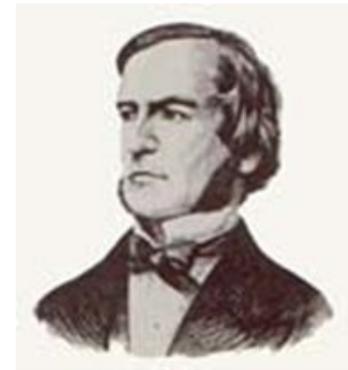
## Логические основы построения цифровых автоматов



Первый русский фундаментальный труд по логике, написанный *М.В. Ломоносовым* (1711 — 1765), называется «Краткое руководство к красноречию».



Основы математической логики заложил немецкий ученый и философ *Готфрид Вильгельм Лейбниц* (1646 — 1716). Он сделал попытку построить первые логические исчисления, считал, что можно заменить простые рассуждения действиями со знаками и привел соответствующие правила.



Но Лейбниц высказал только идею, а развил ее окончательно англичанин *Джордж Буль* (1815 — 1864). Буль считается основоположником математической логики как самостоятельной дисциплины. В его работах логика обрела свой алфавит, свою орфографию и грамматику. Недаром начальный раздел математической логики называют *алгеброй логики*, или *булевой алгеброй*.

## Логические основы построения цифровых автоматов

**Алгебра логики – раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.**

Приведем еще одно определение алгебры логики, устанавливающее связь с высказыванием.

*Алгебра логики (логика высказываний) — один из основных разделов математической логики, в котором методы алгебры используются в логических преобразованиях высказываний.*

Попробуем разобраться что же такое логическое высказывание?

**Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.**

# Логические основы построения цифровых автоматов

Или же

## ***Высказывания***

*Высказывание* — это термин математической логики, которым обозначается предложение какого-либо языка (естественного или искусственного), рассматриваемого лишь в связи с его истинностью. Например: «Земля — планета солнечной системы.»

« $2+8<5$ »

«Всякий квадрат есть параллелограмм.»

«Каждый параллелограмм есть квадрат.»

Истина

Ложь

Истина

Ложь

# Логические основы построения цифровых автоматов

## ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ АЛГЕБРЫ ЛОГИКИ

В алгебре логики выполняются следующие основные законы, позволяющие производить *тождественные преобразования логических выражений*:

Закон	Для ИЛИ	Для И
Переместительный	$x \vee y = y \vee x$	$x \cdot y = y \cdot x$
Сочетательный	$x \vee (y \vee z) = (x \vee y) \vee z$	$x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
Распределительный	$x \cdot (y \vee z) = x \cdot y \vee x \cdot z$	$x \vee (y \cdot z) = (x \vee y) \cdot (x \vee z)$
Правила де Моргана	$\overline{x \vee y} = \bar{x} \cdot \bar{y}$	$\overline{x \cdot y} = \bar{x} \vee \bar{y}$
Идемпотенции	$x \vee x = x$	$x \cdot x = x$
Поглощения	$x \vee (x \cdot y) = x$	$x \cdot (x \vee y) = x$
Склеивания	$(x \cdot y) \vee (\bar{x} \cdot y) = y$	$(x \vee y) \cdot (\bar{x} \vee y) = y$
Операция переменной с ее инверсией	$x \vee \bar{x} = 1$	$x \cdot \bar{x} = 0$
Операция с константами	$x \vee 0 = x; x \vee 1 = 1$	$x \cdot 1 = x; x \cdot 0 = 0$
Двойного отрицания	$\overline{\bar{x}} = x$	

## Логические основы построения цифровых автоматов

Рассмотрим основные законы алгебры логики.

1. Переместительный закон (закон коммутативности) для логического умножения и логического сложения:  $a \cdot b = b \cdot a; a + b = b + a$ .

2. Сочетательный закон (закон ассоциативности) для логического умножения и логического сложения:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c); (a + b) + c = a + (b + c)$ .

3. Распределительный закон (дистрибутивный закон):  $a + b \cdot c = (a + b)(a + c);$

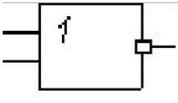
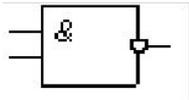
$$(b + c) \cdot a = a \cdot b + a \cdot c;$$

$$\begin{aligned} a + b \cdot c &= (a \cdot 1 + b \cdot c) = a \cdot (1 + b + c) + b \cdot c = a \cdot a + a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c = a \cdot (a + b) + c \cdot (a + b) = \\ &= (a + b) \cdot (a + c). \end{aligned}$$

4. Закон поглощения:  $a + a \cdot b = a \cdot (1 + b) = a; a \cdot (a + b) = a \cdot a + a \cdot b = a$ .

## Логические основы построения цифровых автоматов

5. Закон склеивания:  $a \cdot b = a \cdot \bar{b}$ ;  $(a + b) \cdot (a + \bar{b}) = a$ ;  $a + \bar{a} \cdot b = a + b$ ;  $a \cdot (\bar{a} + b) = a \cdot b$ .



6. Закон отрицания (закон двойственности, закон де Моргана):  $\overline{a + b} = \bar{a} \cdot \bar{b}$ ;

$\overline{a \cdot b} = \bar{a} + \bar{b}$ ;  $\overline{a + b} = a \downarrow b$  - «стрелка Пирса» (функция «Вебба»),

$a \cdot b = a / b$  - «штрих Шеффера», .

## Логические основы построения цифровых автоматов

7. Закон двойного отрицания:  $a = \overline{\overline{a}}$ .

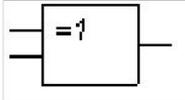
8. Закон умножения на 1 и 0:  $a \cdot 1 = a$ ;  $a \cdot 0 = 0$ ;  $a \cdot a = a$ .

9. Закон сложения с 1 и 0:  $a + 1 = 1$ ;  $a + 0 = a$ ;  $a + a = a$ .

10. Закон исключения и противоречия:  $a + \overline{a} = 1$ ;  $a \cdot \overline{a} = 0$ .

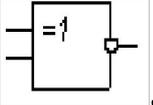
11. Константы:  $\overline{1} = 0$ ;  $\overline{0} = 1$ .

12. Операция «Исключающее ИЛИ» (неравнозначность, сумма по

модулю 2):  $a \oplus b = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$  .

## Логические основы построения цифровых автоматов

13. Операция сравнения (равнозначность, эквивалентность):

$$\overline{a \oplus b} = \bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b$$


Законы 1 – 10 свидетельствуют о том, что алгебра логики обладает свойством двойственности (дуальности) относительно операций логического сложения и умножения. Двойственность определяется как изменение всех знаков операций И на знаки операций ИЛИ или всех знаков операций ИЛИ на знаки операций И.

Логическую функцию для удобства записи и последующего синтеза выражают в виде суммы произведений переменных или в виде произведений их сумм. Первая запись называется дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ), вторая - конъюнктивной нормальной формой (КНФ).

**Дизъюнктивная нормальная форма это запись логической функции в виде суммы произведений переменных.**

**Конъюнктивная нормальная форма это запись логической функции в виде произведения сумм переменных.**

## Логические основы построения цифровых автоматов

Для каждой логической функции может существовать несколько равносильных дизъюнктивных и конъюнктивных форм, однако существует только один вид ДНФ или КНФ, в котором функция может быть записана единственным образом (совершенные нормальные формы СДНФ и СКНФ). В СДНФ функция записывается в виде логической суммы конституент единицы (минтермов), а в СКНФ - в виде логического произведения конституент нуля (макстермов).

Конституенты единицы и нуля - это комбинации переменных, при которых функция соответственно обращается в единицу или нуль.

## Логические основы построения цифровых автоматов

**Минтермом** (или элементарной конъюнкцией  $Q_i$ , или конституентой единицы) называется логическое произведение прямых или инверсных переменных, причем каждая переменная в произведении встречается только один раз:  $Q_i = a \cdot b \cdot \bar{c} \dots n = 1$

**Макстермом** (или элементарной дизъюнкцией  $D_i$ , или конституентой нуля) называется логическая сумма прямых или инверсных переменных, причем каждая переменная встречается в сумме только один раз:  $D_i = (a + b + \bar{c} \dots \bar{n}) = 0$

Количество минтермов и макстермов заданного числа аргументов совпадает с числом различных наборов аргументов  $N = 2^n$ .

## Логические основы построения цифровых автоматов

1. Между индексами  $i$  одноименных минтермов и макстермов булевых  $n$  переменных существуют следующие соотношения:  $\bar{Q}_i = D_{2^n-1-i}$   $\bar{D}_i = Q_{2^n-1-i}$

где индекс  $i$  – десятичное число и соответствует двоичному коду, отвечающему комбинации значений аргументов функции.

2. Логическая сумма всех минтермов любого числа переменных равна единице, т.е.

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} Q_i = 1$$

3. Логическое произведение всех макстермов любого числа переменных равно нулю, т.е.

$$\prod_{i=0}^{2^n-1} D_i = 0$$

## Логические основы построения цифровых автоматов

4. Логическое произведение минтермов, имеющих разные индексы, равно нулю, т.е:  $Q_i \cdot Q_j = 0$ , при  $i \neq j$ .

5. Логическая сумма неодинаковых макстермов равна единице, т.е.  $D_i + D_j = 1$ , при  $i \neq j$ .

Для построения СДНФ логической функции  $F_{\text{СДНФ}}$  от  $n$  переменных, заданной таблицей истинности, необходимо по каждому набору переменных, на котором функция принимает значение 1, записать конъюнкцию – минтерм вида  $Q_i = a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot \dots \cdot n$

и все такие конъюнкции соединить знаками дизъюнкции. При этом переменные, имеющие значение нуля, инвертируются

$$a = 0 \rightarrow \bar{a} \quad a = 1 \rightarrow a \quad F_{\text{СДНФ}} = \sum_{i=0}^{2^n-1} F_i \cdot Q_i$$

где  $i$  – десятичные числа, соответствующие тем наборам аргументов, на которых  $F = F_i = 1$ .

## Логические основы построения цифровых автоматов

Для построения СКНФ логической функции  $F_{СКНФ}$  от  $n$  переменных, заданной таблицей истинности, необходимо по каждому набору переменных, на котором функция принимает значение 0, записать дизъюнкцию – макстерм вида  $D_i = \bar{a} + \bar{b} + c + \dots + n$

и все такие дизъюнкции соединить знаками конъюнкции. При этом переменные, имеющие значение единицы, инвертируются:

$$a = 1 \rightarrow \bar{a}, a = 0 \rightarrow a \quad F_{СКНФ} = \prod_{i=0}^{2^n-1} (F_i + D_i)$$

где  $i$  – десятичные числа, соответствующие тем наборам аргументов, на которых  $F = F_i = 0$ .

Для уменьшения числа логических элементов, реализующих функцию, применяются различные методы минимизации. Под минимизацией логической функции понимают нахождение наиболее простого ее представления в виде суперпозиции операций, составляющих какую-либо фиксированную, функционально полную систему.

## Логические основы построения цифровых автоматов

Логическая функция может быть упрощена непосредственно алгебраическим преобразованием с помощью законов алгебры логики (склеивания и поглощения). Но, как правило, такие преобразования требуют громоздких выкладок, а также знаний и навыков. Для функций, имеющих большое число переменных (больше трех) и большое число слагаемых, существуют специальные методы. Наиболее часто применяют методы с использованием карт Вейча и карт Карно, представляющим собой прямоугольную таблицу с числом клеток  $2^n$ . Каждой строке (столбцу) этой таблицы соответствует определенная комбинация аргументов (переменных), каждая клетка соответствует определенному набору значений аргументов так, что при всяком переходе из одной клетки в соседнюю вдоль строки или столбца изменяется значение лишь одного аргумента функции. Карты Карно отличаются от диаграмм Вейча порядком расположения аргументов, перечисляемых в циклическом коде (коде Грея) двоичных чисел.

## Логические основы построения цифровых автоматов

**Алгоритм минимизации логической функции состоит из следующих этапов:**

1. Логическую функцию следует привести к СДНФ (СКНФ). Для этого необходимо воспользоваться законами алгебры логики 2, 3, 7-10, а в каждый из членов функции, в которых отсутствуют аргументы, ввести выражение вида  $x_i + \bar{x}_i = 1$

и воспользоваться равенством  $y(x_i + \bar{x}_i) = yx_i + y\bar{x}_i$  для СДНФ

$x_i \bar{x}_i = 0$  ,  $x_i \bar{x}_i = (y + x_i)(y + \bar{x}_i)$  для СКНФ),

где  $i$  - отсутствующий в члене аргумент.

2. Заполнить минтермами (макстермами) прямоугольную таблицу, количество клеток которой равно числу возможных минтермов  $2^n$ . Минтермы логической функции отмечаются 1 в соответствующих клетках таблицы, а макстермы - 0. Два минтерма, находящиеся в соседних клетках, могут быть заменены одним логическим произведением, содержащим на одну переменную меньше, на основании законов дистрибутивности, склеивания и сложения (умножения) с 1 и 0. В общем случае наличие единиц (нулей) в  $2^k$  соседних клетках позволяет исключить  $k$  переменных.

## Логические основы построения цифровых автоматов

3. В заполненной таблице обводят прямоугольными контурами все единицы (нули). При проведении контуров придерживаются следующих правил: контур должен быть прямоугольным; внутри контура должны быть только клетки, заполненные 1 (0); количество клеток находящихся внутри контура, должно быть целой степенью числа 2, т.е. 1, 2, 4, 8, 16; одни и те же клетки, заполненные 1 (0), могут входить в несколько контуров; самая нижняя и самая верхняя строки таблицы, а также самый левый и самый правый столбцы считаются соседними; контуров должно быть как можно меньше, а сами контуры - как можно большими.

4. Выражение минимальной ДНФ (МДНФ) функции записывается следующим образом. Каждый контур в МДНФ представляется членом, число переменных в котором на  $K$  меньше общего  $n$  – числа аргументов функции, т.е. равно  $n - K$ . Каждый член МДНФ составляет лишь из тех аргументов, которые для соответствующего контура являются общими, т.е. имеют значения без инверсии либо с инверсией. В общем случае функция может иметь несколько минимальных форм, которым соответствуют различные, но равноценные по числу членов МДНФ.

## Логические основы построения цифровых автоматов

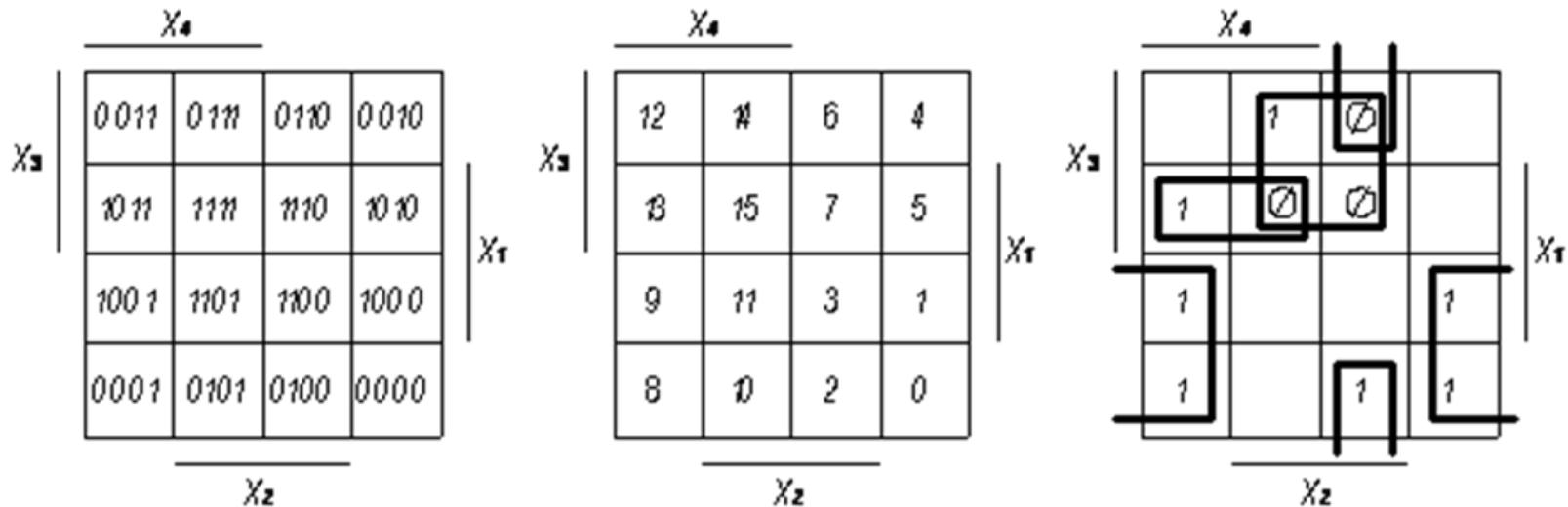
Например: Задана функция четырех переменных (аргументов)

$$F = 11100000011000110$$

В СДНФ

$$F = 0000^1 + 1000^2 + 0100^3 + 1100^4 + 0010^5 + 1010^6 + 0110^7 + 1110^8 + 0001^{10} + 1001^{10} + 0101^{11} + 1101^{12} + 0011^{13} + 11011^{14} + 0111^{15} + 111^{16}$$

Наносим на карту Карно, произведем накрытие



## Логические основы построения цифровых автоматов

Запишем результат накрытый в виде дизъюнкции конъюнкций (суммы произведений):

$$F = X_3 X_2 + \overline{X_3} \overline{X_2} + X_4 X_3 X_1 + \overline{X_4} X_2 \overline{X_1}$$

Функция до минимизации имела 16 наборов переменных, после четыре.

## Логический синтез переключательных и вычислительных схем

Рассмотрим какая же связь между алгеброй логики и двоичным кодированием?

Математический аппарат алгебры логики очень удобен для описания того, как функционируют аппаратные средства компьютера, поскольку основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: “1” и “0”.

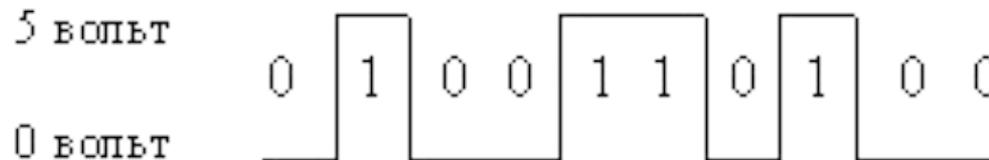
Из этого следует два вывода:

1. одни и те же устройства компьютера могут применяться для обработки и хранения как числовой информации, представленной в двоичной системе счисления, так и логических переменных;
2. на этапе конструирования аппаратных средств алгебра логики позволяет значительно упростить логические функции, описывающие функционирование схем компьютера, и, следовательно, уменьшить число элементарных логических элементов, из десятков тысяч которых состоят основные узлы компьютера.

## Логические основы построения цифровых автоматов

В каком виде записываются в памяти компьютера и в регистрах процессора данные и команды?

Данные и команды представляются в виде двоичных последовательностей различной структуры и длины. Существуют различные физические способы кодирования двоичной информации. Мы уже рассмотрели способы записи двоичной информации на магнитных дисках и на CD-ROM. В электронных устройствах компьютера **двоичные единицы чаще всего кодируются более высоким уровнем напряжения, чем двоичные нули** (или наоборот), например:



## Что такое логический элемент компьютера?

**Логический элемент компьютера — это часть электронной логической схемы, которая реализует элементарную логическую функцию.**

Логическими элементами компьютеров являются электронные схемы **И, ИЛИ, НЕ, И—НЕ, ИЛИ—НЕ** и другие (называемые также **вентильями**), а также **триггер**.

С помощью этих схем можно реализовать любую логическую функцию, описывающую работу устройств компьютера. Обычно у вентилей бывает от двух до восьми входов и один или два выхода.

Чтобы представить два логических состояния — “1” и “0” в вентильях, соответствующие им входные и выходные сигналы имеют один из двух установленных уровней напряжения. Например, +5 вольт и 0 вольт. Высокий уровень обычно соответствует значению “истина” (“1”), а низкий — значению “ложь” (“0”).

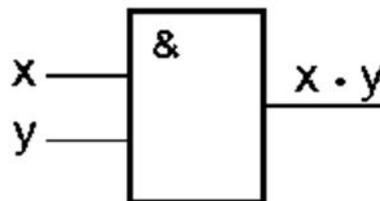
**Каждый логический элемент имеет свое условное обозначение, которое выражает его логическую функцию, но не указывает на то, какая именно электронная схема в нем реализована. Это упрощает запись и понимание сложных логических схем.**

Работу логических элементов описывают с помощью таблиц истинности.

**Таблица истинности это табличное представление логической схемы (операции), в котором перечислены все возможные сочетания значений истинности входных сигналов (операндов) вместе со значением истинности выходного сигнала (результата операции) для каждого из этих сочетаний.**

**С х е м а И**

**Схема И реализует конъюнкцию двух или более логических значений. Условное обозначение на структурных схемах схемы И с двумя входами представлено на рисунке**



## Логические основы построения цифровых автоматов

Таблица истинности схемы **И**

x	y	x · y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Единица на выходе схемы И будет тогда и только тогда, когда на всех входах будут единицы. Когда хотя бы на одном входе будет ноль, на выходе также будет ноль.**

Связь между выходом  $z$  этой схемы и входами  $x$  и  $y$  описывается соотношением:  $z = x \cdot y$

(читается как "x и y"). Операция конъюнкции на структурных схемах обозначается знаком "&" (читается как "амперсэнд"), являющимся сокращенной записью английского слова **and**.

## С х е м а ИЛИ

**Схема ИЛИ реализует дизъюнкцию двух или более логических значений.** Когда хотя бы на одном входе схемы **ИЛИ** будет единица, на её выходе также будет единица.

Условное обозначение на структурных схемах схемы **ИЛИ** с двумя входами представлено ниже. Знак "1" на схеме — от устаревшего обозначения дизъюнкции как " $\geq 1$ " (т.е. значение дизъюнкции равно единице, если сумма значений операндов больше или равна 1). Связь между выходом **z** этой схемы и входами **x** и **y** описывается соотношением:  $z = x \vee y$  (читается как "**x или y**").

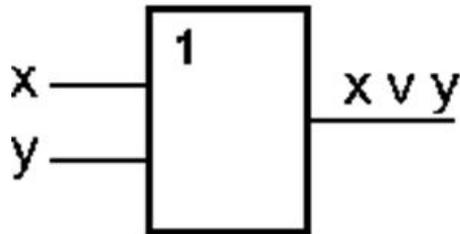


Таблица истинности схемы **ИЛИ**

x	y	$x \vee y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

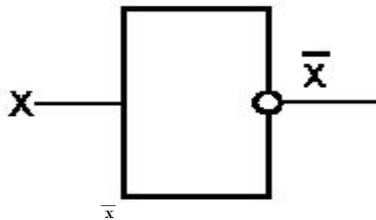
# Логические основы построения цифровых автоматов

## Схема НЕ

Схема **НЕ** (инвертор) реализует операцию отрицания. Связь между входом  $x$  этой схемы и выходом  $z$  можно записать соотношением  $Z = \overline{x}$ , где

$\overline{x}$  читается как "не  $x$ " или "инверсия  $x$ ".

Если на входе схемы **0**, то на выходе **1**. Когда на входе **1**, на выходе **0**.  
Условное обозначение на структурных схемах инвертора — на рисунке



$\overline{x}$

Таблица истинности схемы **НЕ**

$x$	
<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>

## С х е м а И—НЕ

Схема **И—НЕ** состоит из элемента **И** и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы **И**. Связь между выходом **z** и входами **x** и **y** схемы записывают следующим образом:  $z = \overline{x \cdot y}$

где  $\overline{x \cdot y}$  читается как "**инверсия x и y**". Условное обозначение на структурных схемах схемы **И—НЕ** с двумя входами представлено на рисунке

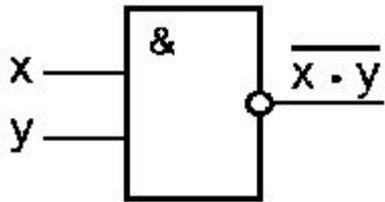


Таблица истинности схемы И—НЕ

x	y	$\overline{x \cdot y}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

## С х е м а ИЛИ—НЕ

Схема **ИЛИ—НЕ** состоит из элемента **ИЛИ** и инвертора и осуществляет отрицание результата схемы **ИЛИ**. Связь между выходом  $z$  и входами  $x$  и  $y$  схемы записывают следующим образом:

$$z = \overline{x \vee y}$$

где  $\overline{x \vee y}$  читается как "инверсия  $x$  или  $y$ ". Условное обозначение на структурных схемах схемы **ИЛИ—НЕ** с двумя входами представлено на рисунке

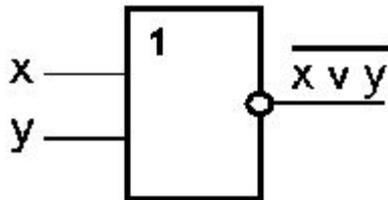


Таблица истинности схемы ИЛИ—НЕ

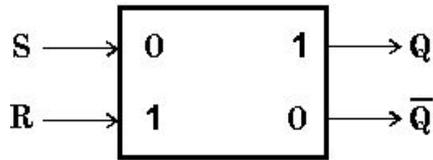
x	y	$\overline{x \vee y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

**Триггер — это электронная схема, широко применяемая в регистрах компьютера для надёжного запоминания одного разряда двоичного кода. Триггер имеет два устойчивых состояния, одно из которых соответствует двоичной единице, а другое — двоичному нулю.**

Термин **триггер** происходит от английского слова **trigger** — защёлка, спусковой крючок. Для обозначения этой схемы в английском языке чаще употребляется термин **flip-flop**, что в переводе означает “хлопанье”. Это звукоподражательное название электронной схемы указывает на её способность почти мгновенно переходить (“перебрасываться”) из одного электрического состояния в другое и наоборот.

Самый распространённый тип триггера — так называемый RS-триггер (S и R, соответственно, от английских *set* — установка, и *reset* — сброс). Условное обозначение триггера — на рисунке.

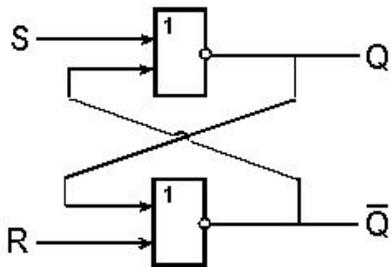
## Логические основы построения цифровых автоматов



Он имеет два симметричных входа S и R и два симметричных выхода Q и  $\bar{Q}$  причем выходной сигнал Q является логическим отрицанием сигнала  $\bar{Q}$

На каждый из двух входов S и R могут подаваться входные сигналы в виде кратковременных импульсов  $\text{—} \boxed{1} \text{—}$

Наличие импульса на входе будем считать единицей, а его отсутствие — нулем. На рисунке ниже показана реализация триггера с помощью вентилей ИЛИ—НЕ и соответствующая таблица истинности.



S	R	Q	$\bar{Q}$
0	0	запрещено	
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	хранение бита	

Проанализируем возможные комбинации значений входов R и S триггера, используя его схему и таблицу истинности схемы ИЛИ—НЕ

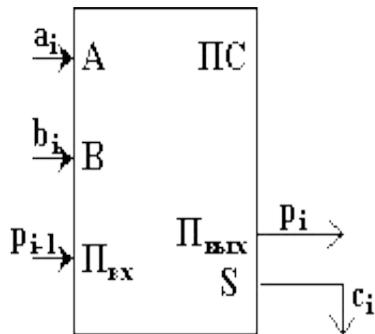
## Логические основы построения цифровых автоматов

1. Если на входы триггера подать  $S=“1”$ ,  $R=“0”$ , то (независимо от состояния) на выходе  $Q$  верхнего вентиля появится “0”. После этого на входах нижнего вентиля окажется  $R=“0”$ ,  $Q=“0”$  и выход  $\bar{Q}$  станет равным “1”.
  2. Точно так же при подаче “0” на вход  $S$  и “1” на вход  $R$  на выходе  $\bar{Q}$  появится “0”, а на  $Q$  — “1”.
  3. Если на входы  $R$  и  $S$  подана логическая “1”, то состояние  $Q$  и  $\bar{Q}$  не меняется.
  4. Подача на оба входа  $R$  и  $S$  логического “0” может привести к неоднозначному результату, поэтому эта комбинация входных сигналов запрещена.
- Поскольку один триггер может запомнить только один разряд двоичного кода, то для запоминания байта нужно 8 триггеров, для запоминания килобайта, соответственно,  $8 \times 2^{10} = 8192$  триггеров. Современные микросхемы памяти содержат миллионы триггеров.

**Сумматор — это электронная логическая схема, выполняющая суммирование двоичных чисел.**

Сумматор служит, прежде всего, центральным узлом арифметико-логического устройства компьютера, однако он находит применение также и в других устройствах машины.

**Многоразрядный двоичный сумматор**, предназначенный для сложения многоразрядных двоичных чисел, **представляет собой комбинацию одноразрядных сумматоров**, с рассмотрения которых мы и начнём. Условное обозначение одноразрядного сумматора на рисунке



При сложении чисел  $A$  и  $B$  в одном  $i$ -ом разряде приходится иметь дело с тремя цифрами:

1. цифра  $a_i$  первого слагаемого;
2. цифра  $b_i$  второго слагаемого;
3. перенос  $p_{i-1}$  из младшего разряда.

## Логические основы построения цифровых автоматов

В результате сложения получаются две цифры:

1. цифра  $s_i$  для суммы;
2. перенос  $p_i$  из данного разряда в старший.

Таким образом, **одноразрядный двоичный сумматор** есть устройство с **тремя входами и двумя выходами**, работа которого может быть описана следующей таблицей истинности:

Входы			Выходы	
Первое слагаемое	Второе слагаемое	Перенос	Сумма	Перенос
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

## Логические основы построения цифровых автоматов

Если требуется складывать двоичные слова длиной два и более бит, то можно использовать последовательное соединение таких сумматоров, причём для **двух соседних сумматоров выход переноса одного сумматора является входом для другого.**

Например, схема вычисления суммы  $C = (c_3 c_2 c_1 c_0)$  двух двоичных трехразрядных чисел  $A = (a_2 a_1 a_0)$  и  $B = (b_2 b_1 b_0)$  может иметь вид:

