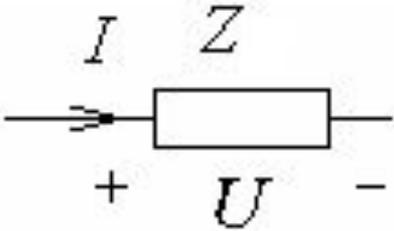


**Мощность пассивного двухполюсника  
в синусоидальном установившемся режиме**

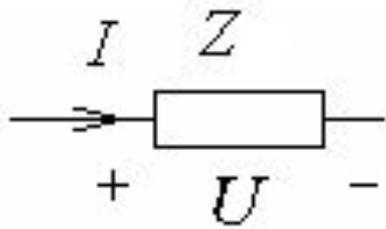


$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$P = UI \cos \quad [Вт]$$

$$Q = UI \sin \quad [ВАр]$$

$$S = UI \quad [ВА]$$



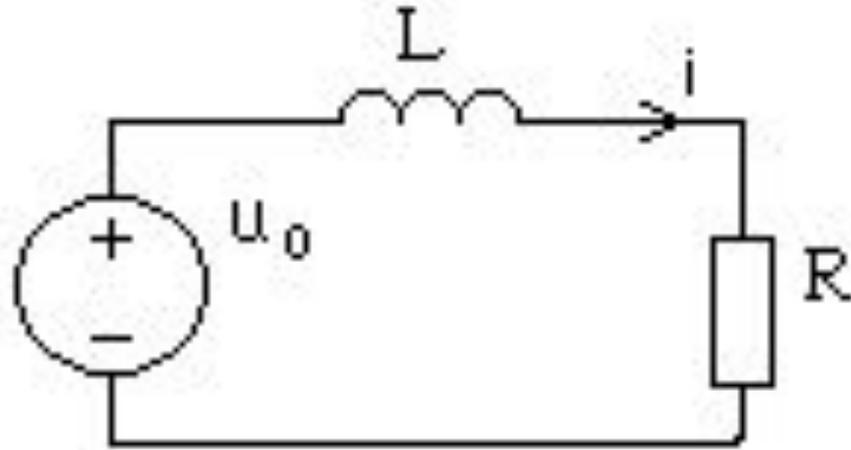
$$\mathbf{Z} = \mathbf{r} + \mathbf{jx}$$

$$\mathbf{P} = I^2 r \quad \mathbf{Q} = I^2 x \quad \mathbf{S} = I^2 |\mathbf{Z}|$$

В комплексной форме полная мощность

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{U} \cdot \mathbf{I} = U I e^{j(\alpha_u - \alpha_i)} = \\ &= UI \cos \quad + jUI \sin \quad = \mathbf{P} + \mathbf{jQ} \end{aligned}$$

Пример:



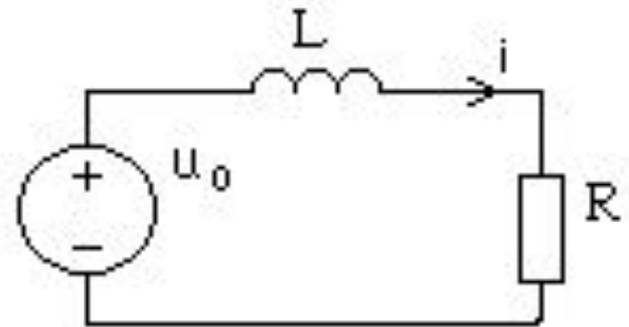
$$u(t) = 10\sqrt{2} \cos(t - 45^\circ)$$

$$R=1 \text{ Ом}, L=1 \text{ Гн.}$$

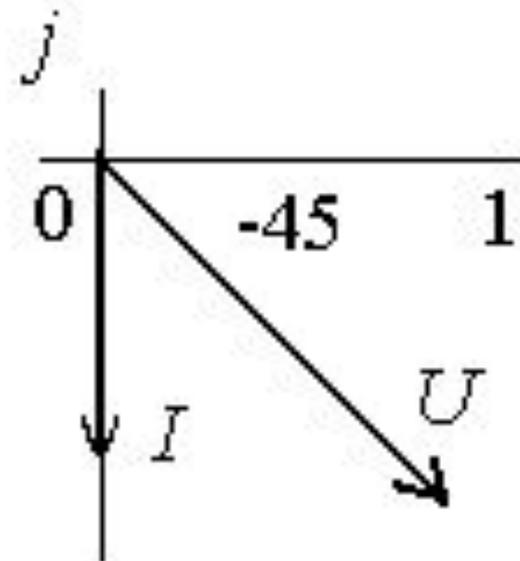
Требуется определить мощности в цепи.

$$u(t) = 10\sqrt{2} \cos(t - 45^\circ)$$

$$\underline{U} = 10e^{-j45}$$



$$\underline{Z} = 1 + j = \sqrt{2}e^{j45}$$



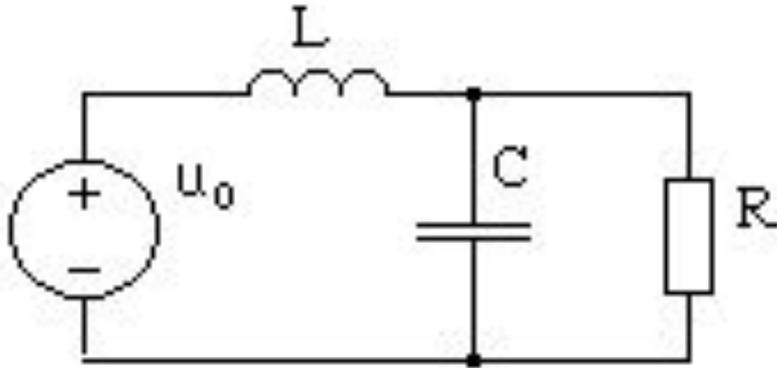
$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{-j90}$$

$$P = UI \cos = 10 \frac{10}{\sqrt{2}} \cos 45^{\circ} = 50 \quad \text{BT}$$

$$Q = UI \sin = 10 \frac{10}{\sqrt{2}} \sin 45^{\circ} = 50 \quad \text{Bap}$$

$$S = UI = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2} \quad \text{BA}$$

## Метод комплексных амплитуд (символический метод)



$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$$

Параметры воздействия и  
элементов цепи

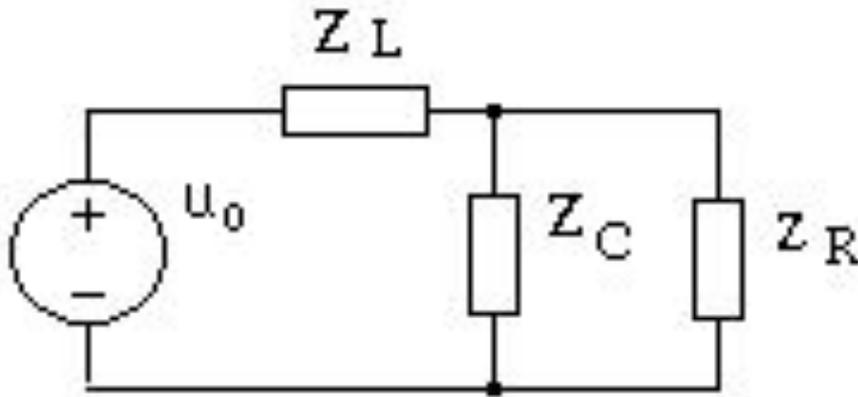
$$U_m = 1 \text{ В}, \quad \omega = 1 \text{ с}^{-1}, \\ \alpha_u = 90^\circ, \quad R = 1 \text{ Ом}, \\ L = 1 \text{ Гн}, \quad C = 1 \text{ Ф}.$$

Требуется определить токи и напряжения ветвей,  
построить векторную диаграмму.

1. Представим воздействие в комплексной форме:

$$\underline{U}_m = U_m e^{j\alpha} = 1e^{j90}$$

2. Построим схему замещения цепи в частотной области



$$Z_R = R = 1$$

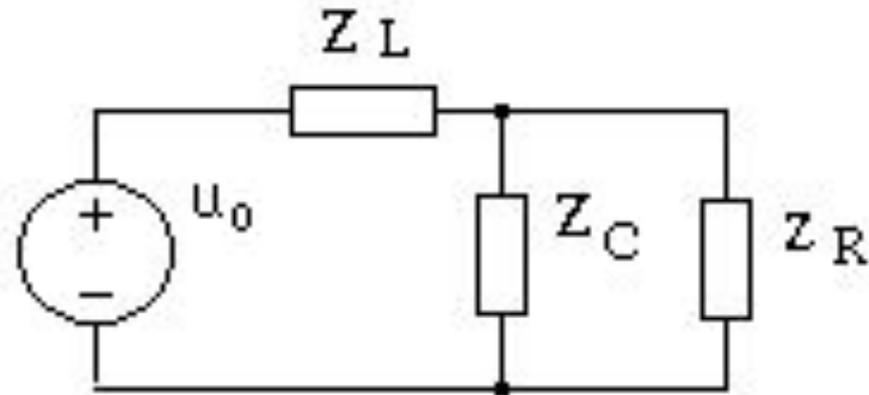
$$Z_L = j\omega L = j$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -j$$

3. Произведем расчет реакций (токов и напряжений) в комплексной области.

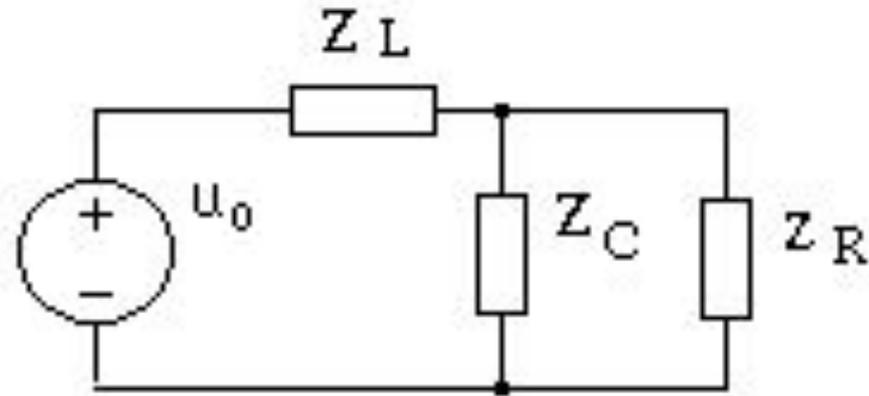
$$Z_{RC} = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{-j}{1-j} = \frac{1-j}{2}$$

$$Z_{вх} = Z_L + Z_{RC}$$



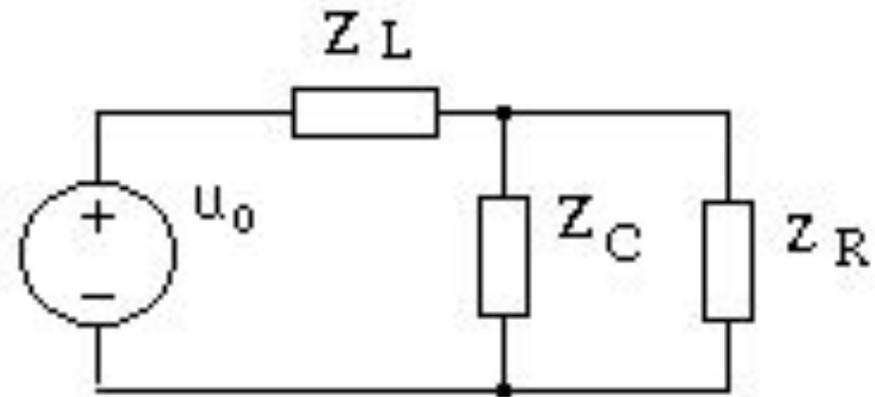
$$Z_{вх} = j + \frac{1-j}{2} = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j45}$$

$$\underline{I}_{L,m} = \frac{\underline{U}_m}{Z_{ex}} = \sqrt{2}e^{j45}$$



$$\underline{U}_{L,m} = \underline{I}_{L,m} Z_L = \sqrt{2}e^{j135^\circ}$$

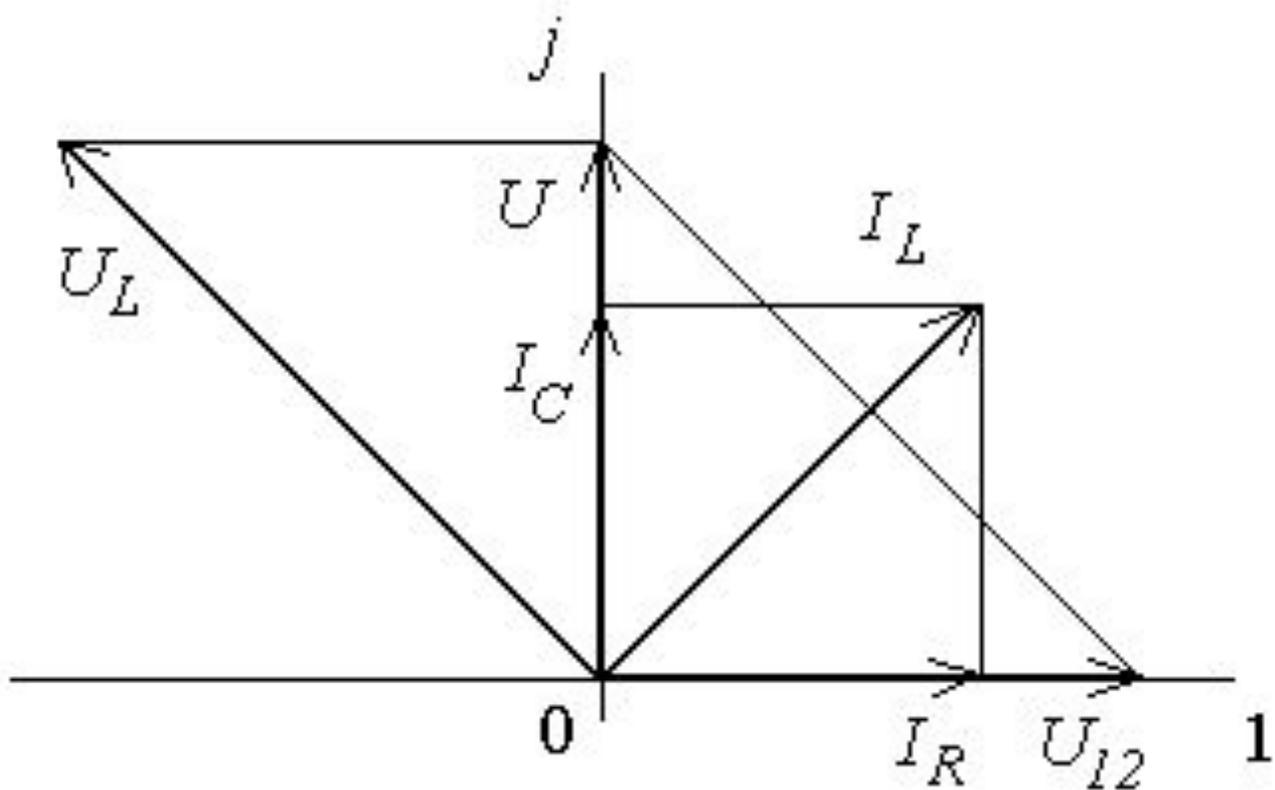
$$\underline{U}_{RC,m} = \underline{I}_{L,m} Z_{RC} = \sqrt{2}e^{j45} \frac{\sqrt{2}}{2} e^{-j45} = 1$$



$$I_{C,m} = \frac{U_{RC,m}}{Z_C} = \frac{1}{-j} = j$$

$$I_{R,m} = \frac{U_{RC,m}}{z_R} = 1$$

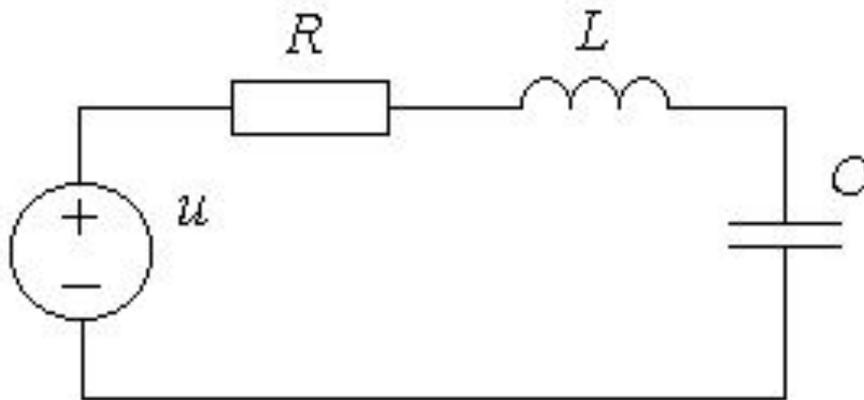
## Построение векторной диаграммы



$$u_L(t) = \sqrt{2} \cos(t + 135^\circ)$$

# Резонансные явления в простых колебательных контурах

Резонанс в последовательном колебательном контуре



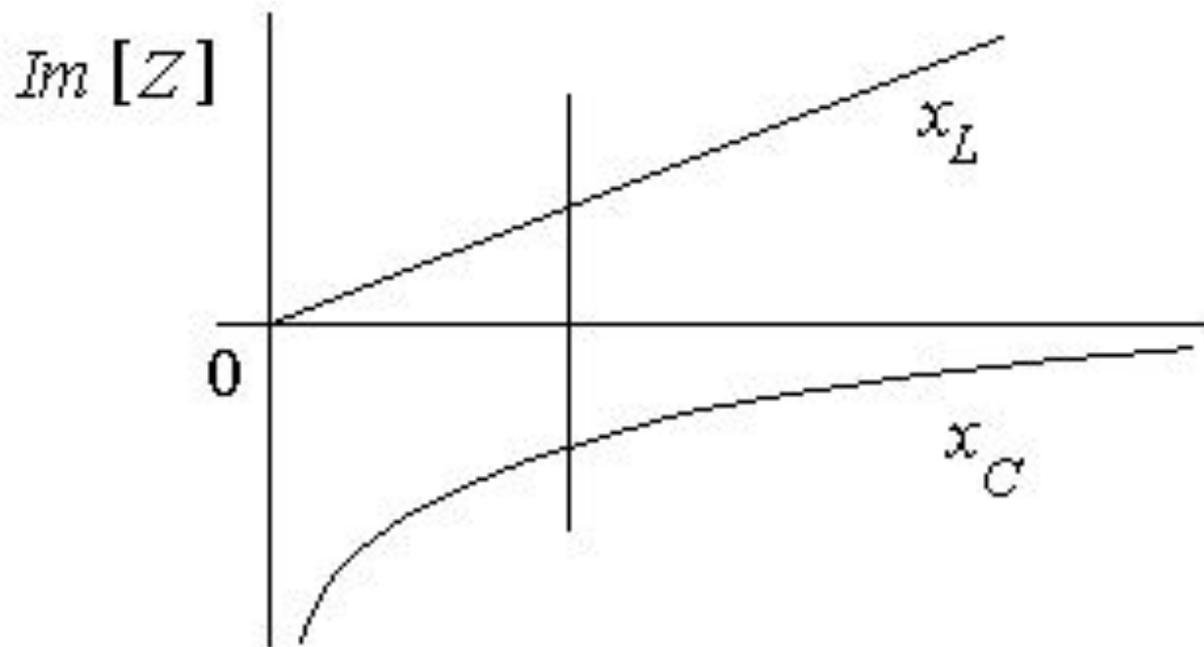
$$\begin{aligned} Z_{вх} &= R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \\ &= R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(x_L - x_C) \end{aligned}$$

$$X_L - X_C = 0$$

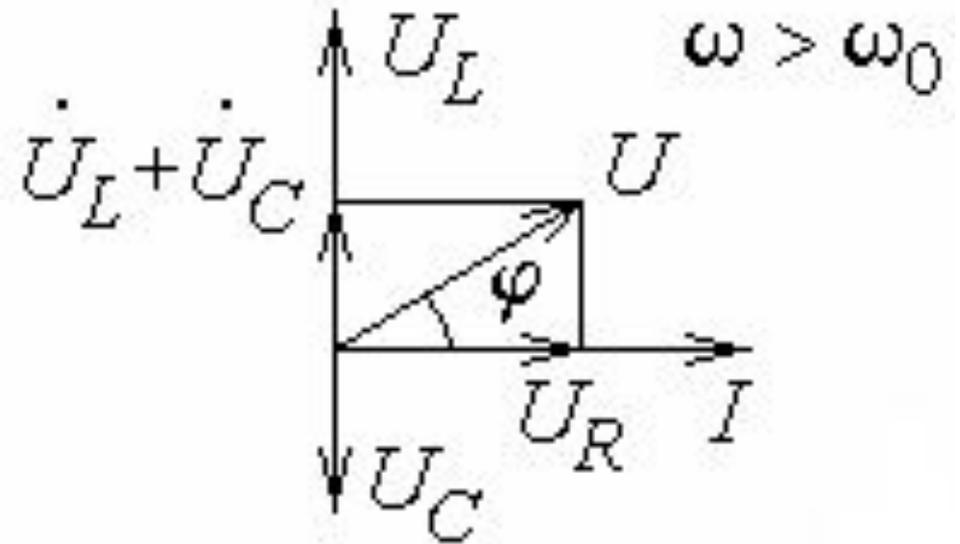
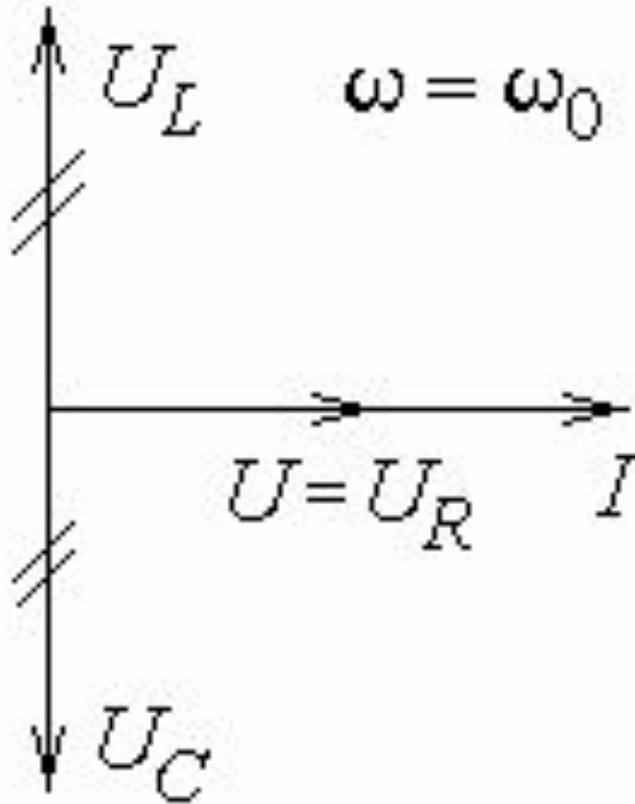
$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

резонансная частота контура

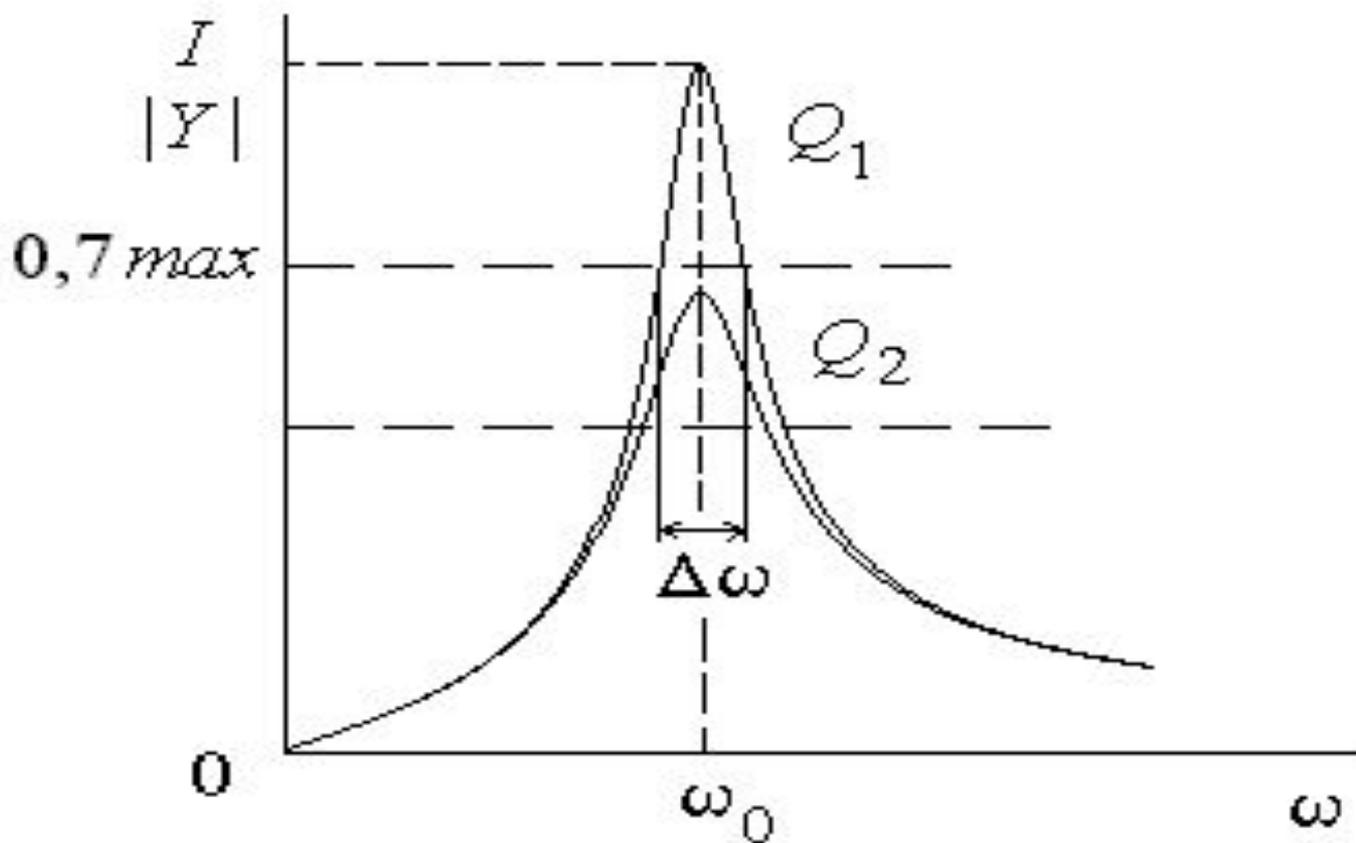


# Векторные диаграммы



# Свойства последовательного колебательного контура

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

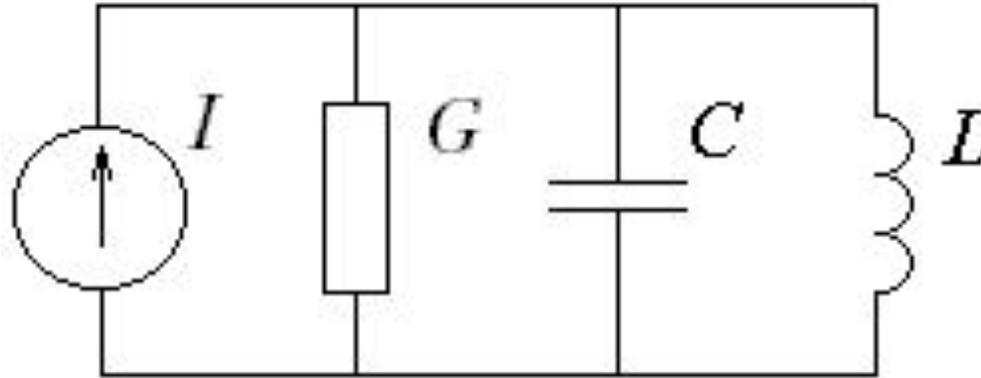


$$I = \frac{U}{R} \quad \rho = \omega_0 L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{I \cdot \omega_0 L}{I \cdot R} = \frac{\rho}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

# Резонанс в параллельном колебательном контуре



$$Y_{вх} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} =$$

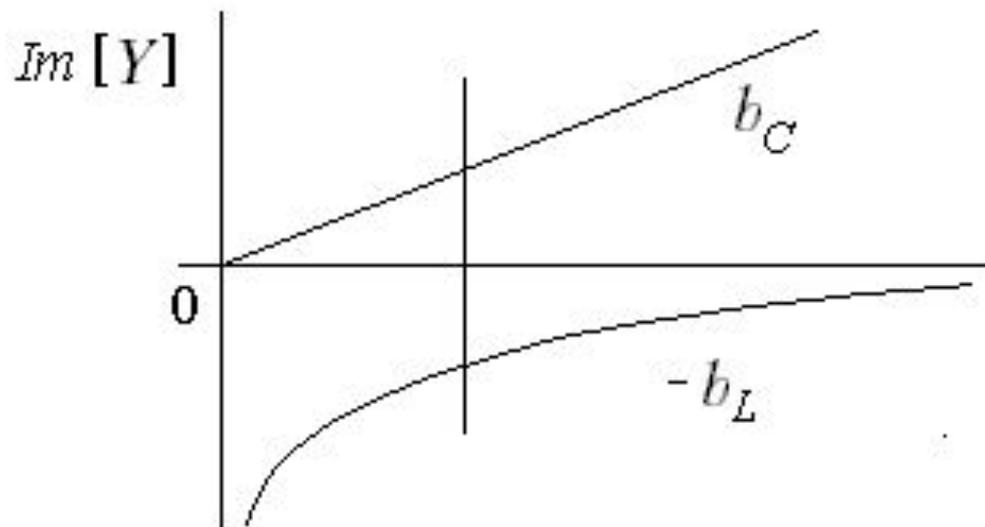
$$= G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + j(b_C - b_L)$$

$$b_C - b_L = 0$$

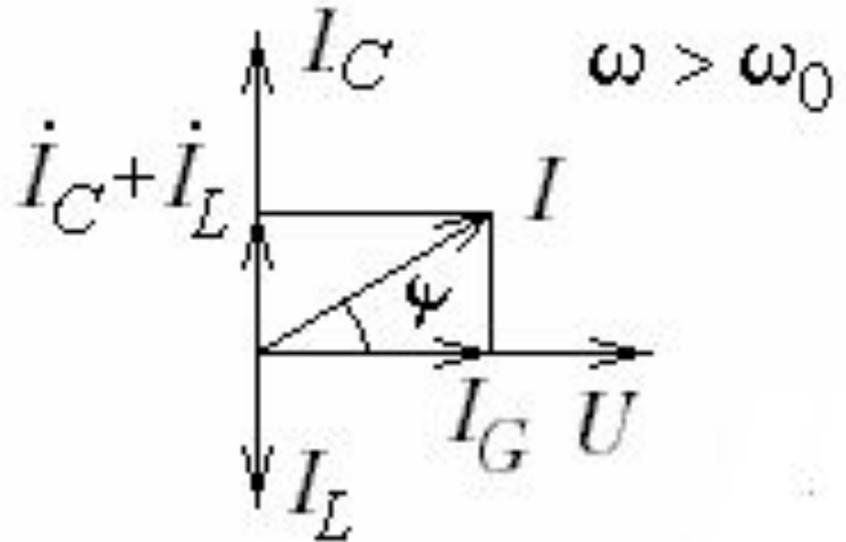
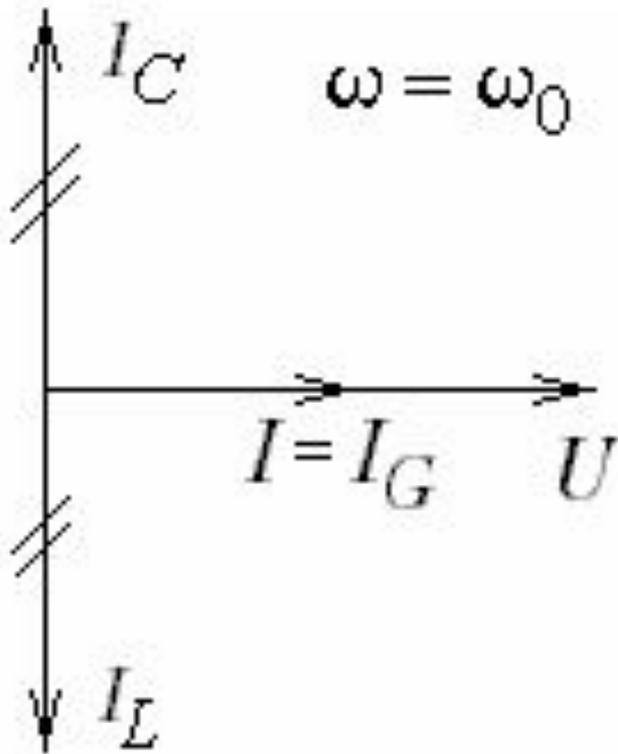
$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

резонансная частота контура

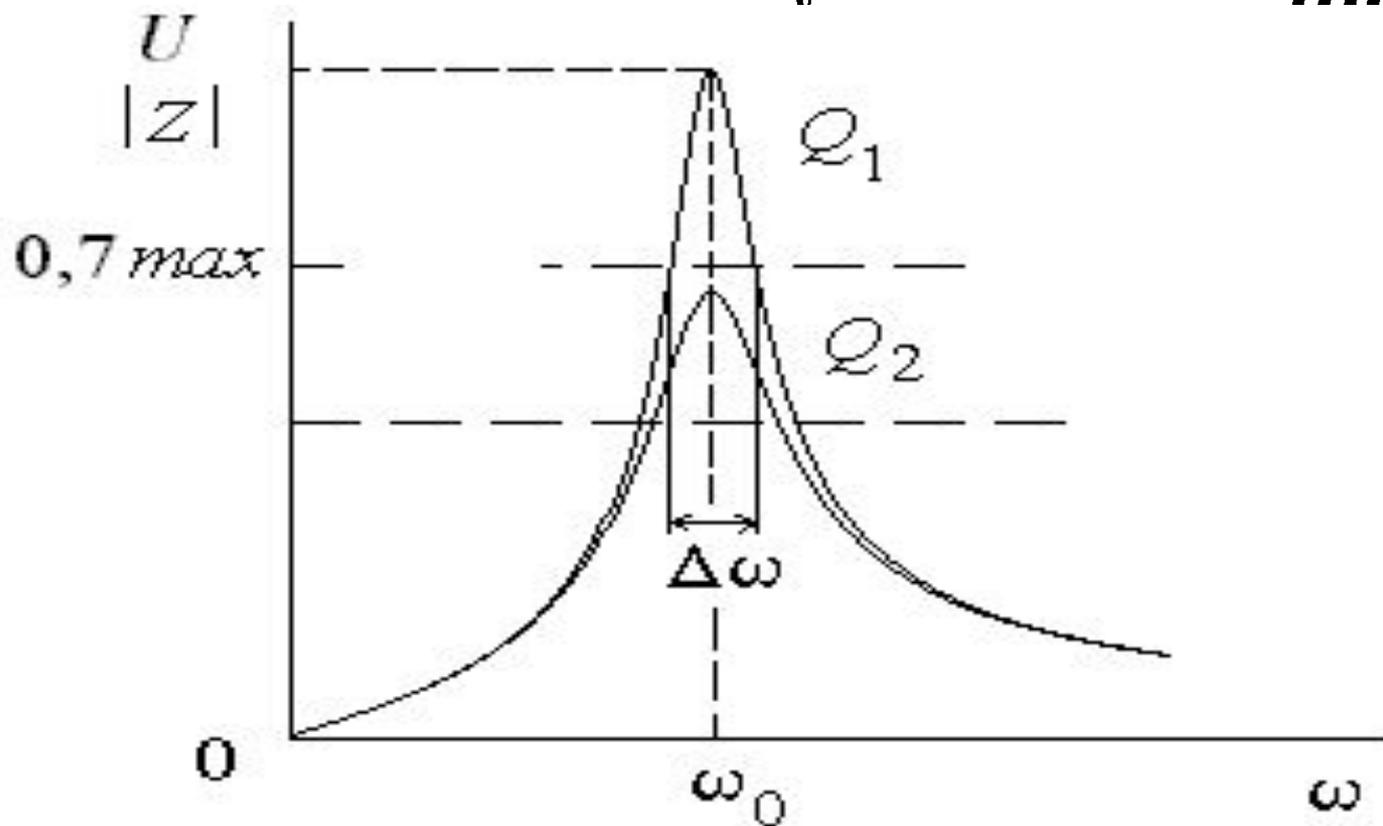


# Векторные диаграммы



## Свойства параллельного колебательного контура

$$U = \frac{I}{|Y|} = \frac{I}{\sqrt{g^2 + b^2}} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$



$$U = \frac{I}{G}$$

$$Q = \frac{I C \omega_0}{I} = \frac{U \cdot \omega_0 C}{U \cdot G} = \frac{1}{\rho \cdot G}$$