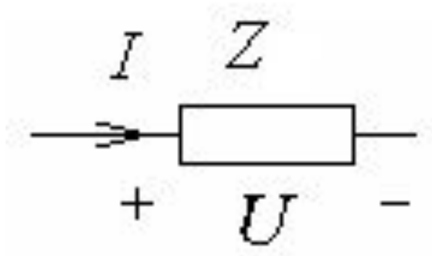
Мощность пассивного двухполюсника в синусоидальном установившемся режиме

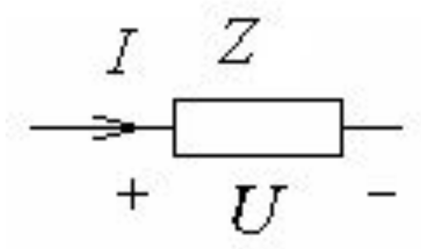


$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$P = UI\cos$$ [Вт]

$$Q = UI\sin$$ [ВАр]

$$S = UI$$ [ВА]



$$Z = r + jx$$

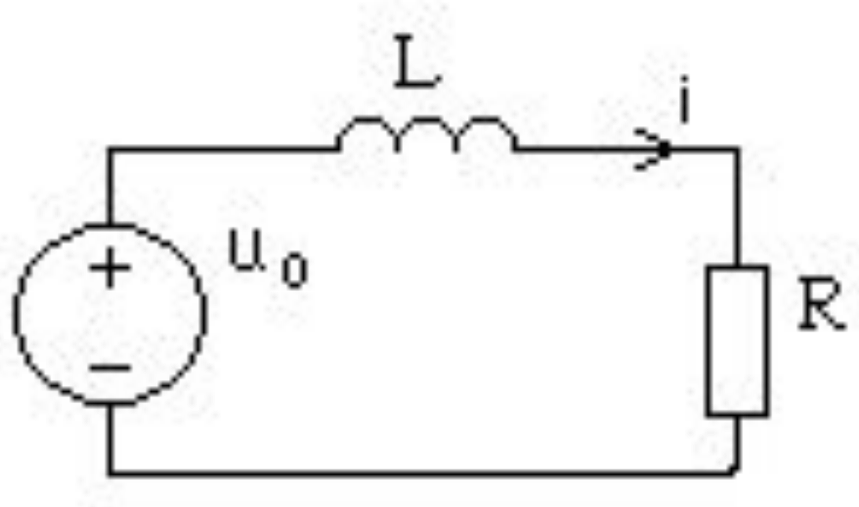
$$P = I^2 r \qquad Q = I^2 x \qquad S = I^2 |Z|$$

В комплексной форме полная мощность

$$\dot{S} = \dot{U} \cdot \overset{*}{I} = UIe^{j(\alpha_u - \alpha_i)} =$$

$$= UI\cos \quad + jUI\sin \quad = P + jQ$$

Пример:



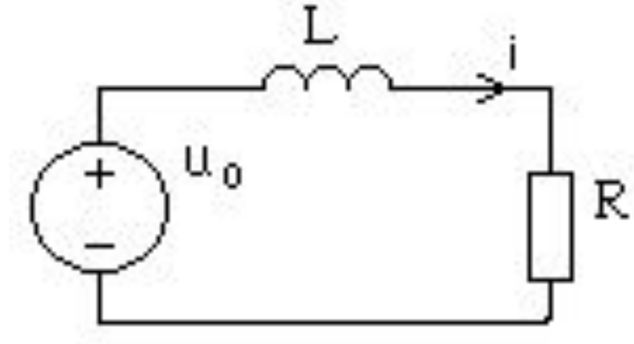
$$u(t) = 10\sqrt{2}\cos(t - 45^0)$$

R=1 Ом, *L*=1 Гн.

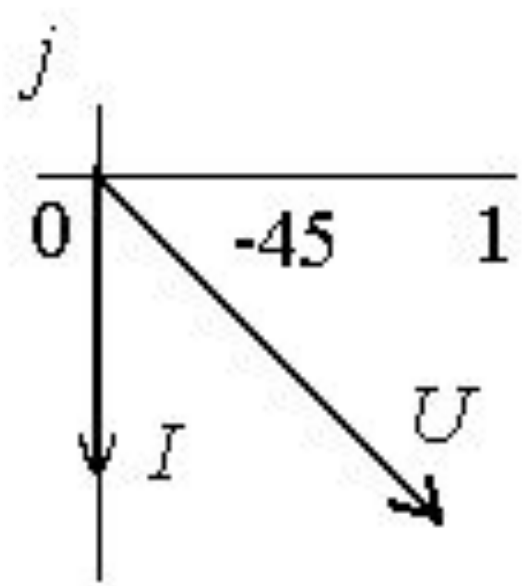
Требуется определить мощности в цепи.

$$u(t) = 10\sqrt{2}\cos(t - 45^0)$$

$$\dot{U} = 10e^{-j45}$$



$$Z = 1 + j = \sqrt{2}e^{j45}$$



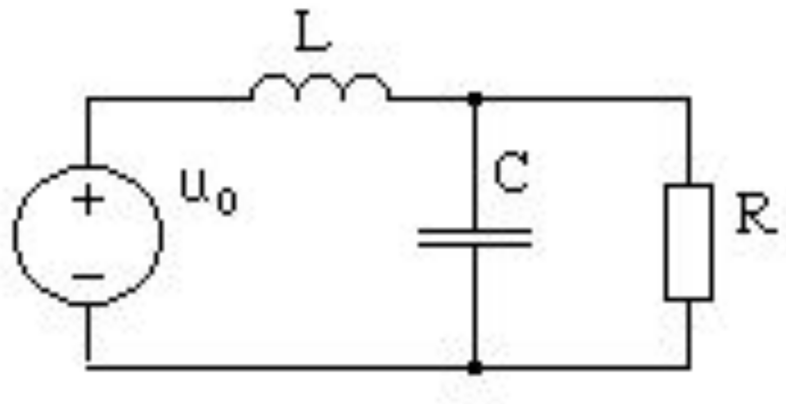
$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{10}{\sqrt{2}}e^{-j90}$$

$$P = UI\cos \quad = 10\frac{10}{\sqrt{2}}\cos 45^{0} = 50$$ Вт

$$Q = UI\sin \quad = 10\frac{10}{\sqrt{2}}\sin 45^{0} = 50$$ Вар

$$S = UI = \frac{100}{\sqrt{2}} = 50\sqrt{2}$$ ВА

Метод комплексных амплитуд (символический метод)



$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \alpha_u)$$

Параметры воздействия и элементов цепи

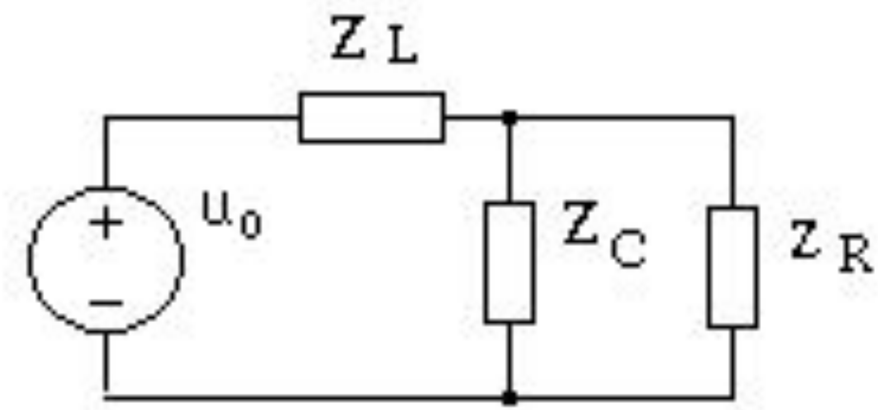
U_m=1 В, ω=1 $с^{-1}$,
α_u=90^0 , *R*=1 Ом,
L=1 Гн, *C*=1 Ф.

Требуется определить токи и напряжения ветвей, построить векторную диаграмму.

1. **Представим воздействие в комплексной форме**:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\alpha} = 1e^{j90}$$

2. **Построим схему замещения цепи в частотной области**



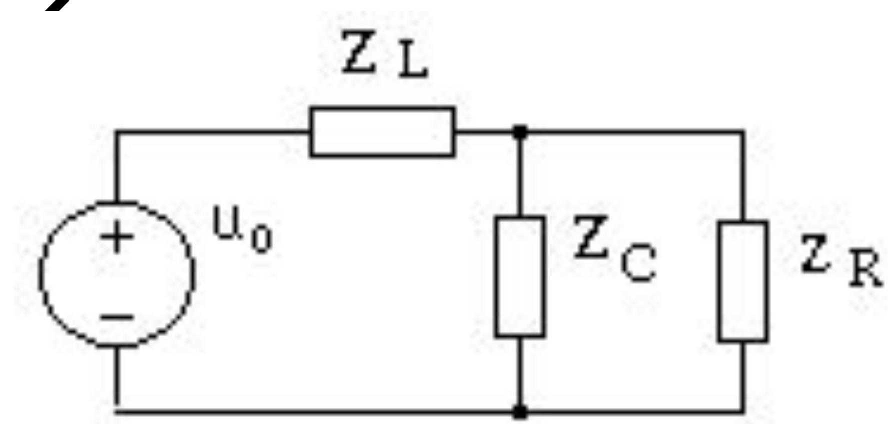
$$Z_R = R = 1$$

$$Z_L = j\omega L = j$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C} = -j$$

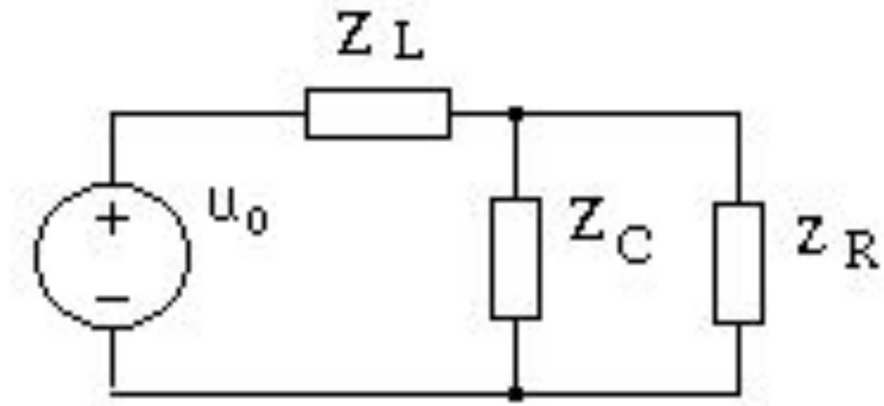
3. Произведем расчет реакций (токов и напряжений) в комплексной области.

$$Z_{RC} = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{-j}{1-j} = \frac{1-j}{2}$$



$$Z_{вх} = Z_L + Z_{RC}$$

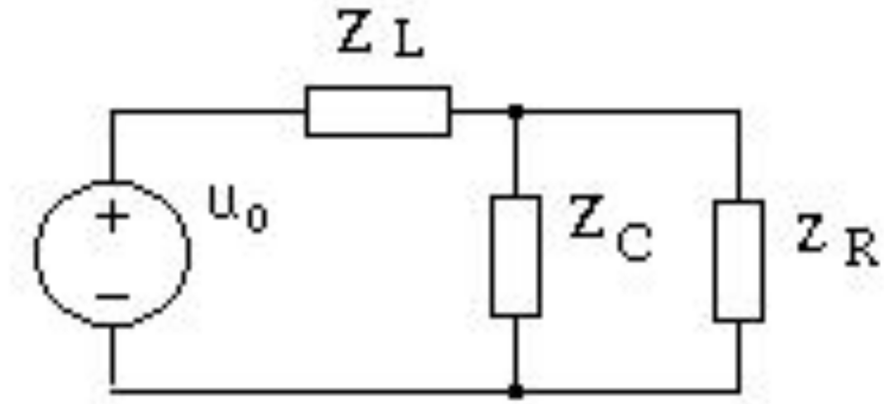
$$Z_{вх} = j + \frac{1-j}{2} = \frac{1}{2} + j\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{j45}$$



$$\dot{I}_{L,m} = \frac{\dot{U}_m}{Z_{вх}} = \sqrt{2}e^{j45}$$

$$U_{L,m} = I_{L,m}Z_L = \sqrt{2}e^{j135^0}$$

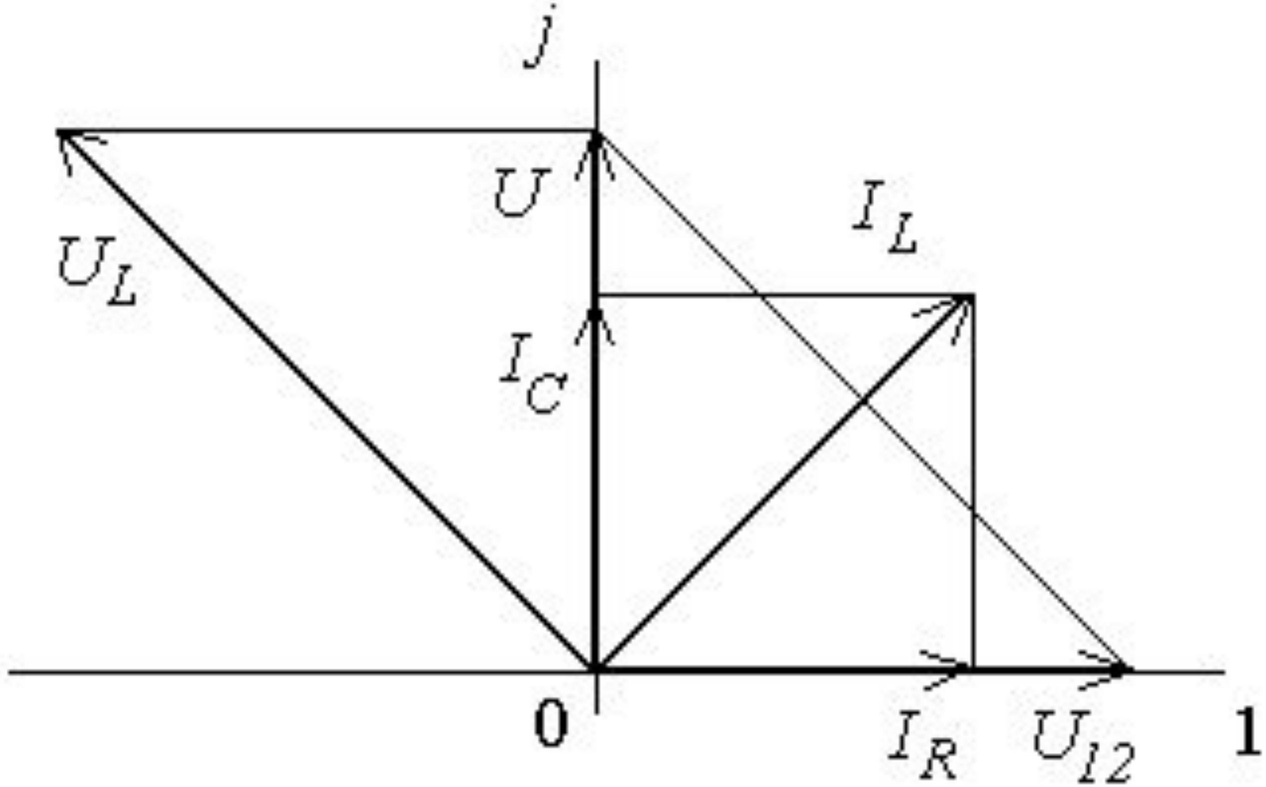
$$\dot{U}_{RC,m} = \dot{I}_{L,m}Z_{RC} = \sqrt{2}e^{j45}\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j45} = 1$$



$$\dot{I}_{C,m} = \frac{\dot{U}_{RC,m}}{Z_C} = \frac{1}{-j} = j$$

$$\dot{I}_{R,m} = \frac{\dot{U}_{RC,m}}{Z_R} = 1$$

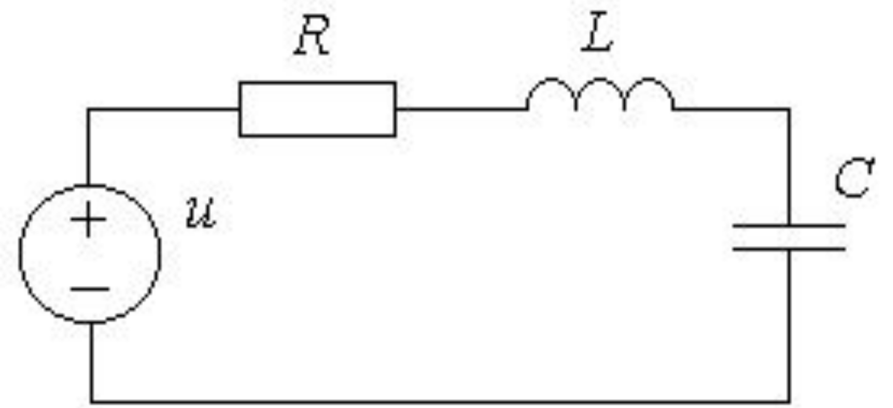
Построение векторной диаграммы



$$u_L(t) = \sqrt{2}\,cos(t + 135^0)$$

Резонансные явления в простых колебательных контурах

Резонанс в последовательном колебательном контуре

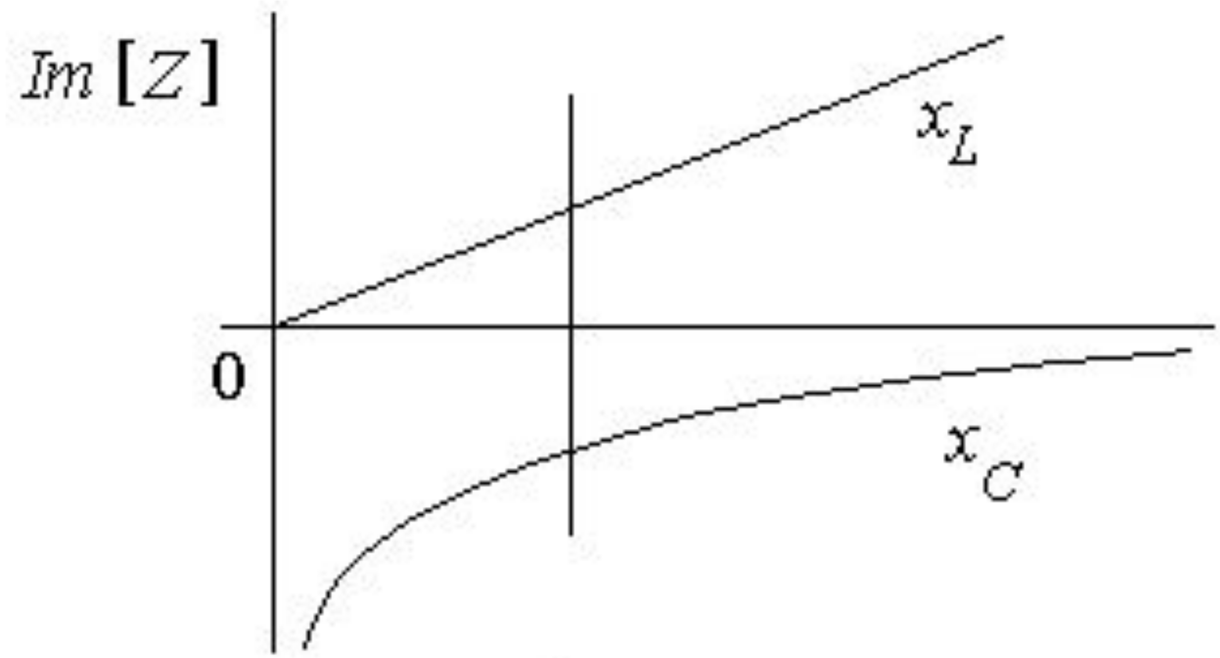


$$Z_{вх} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} =$$

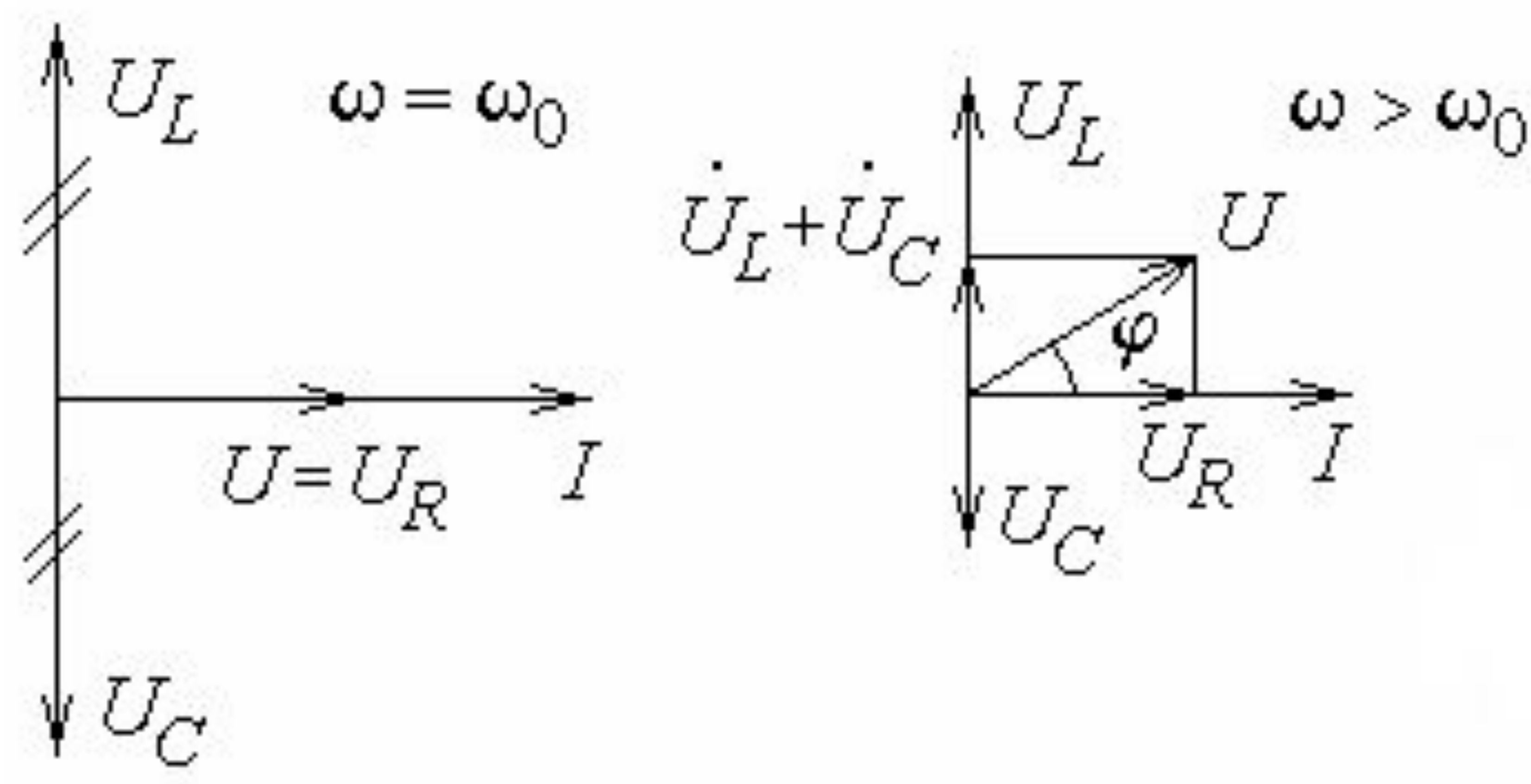
$$= R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j(x_L - x_C)$$

$$x_L - x_C = 0 \qquad \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ **резонансная частота контура**

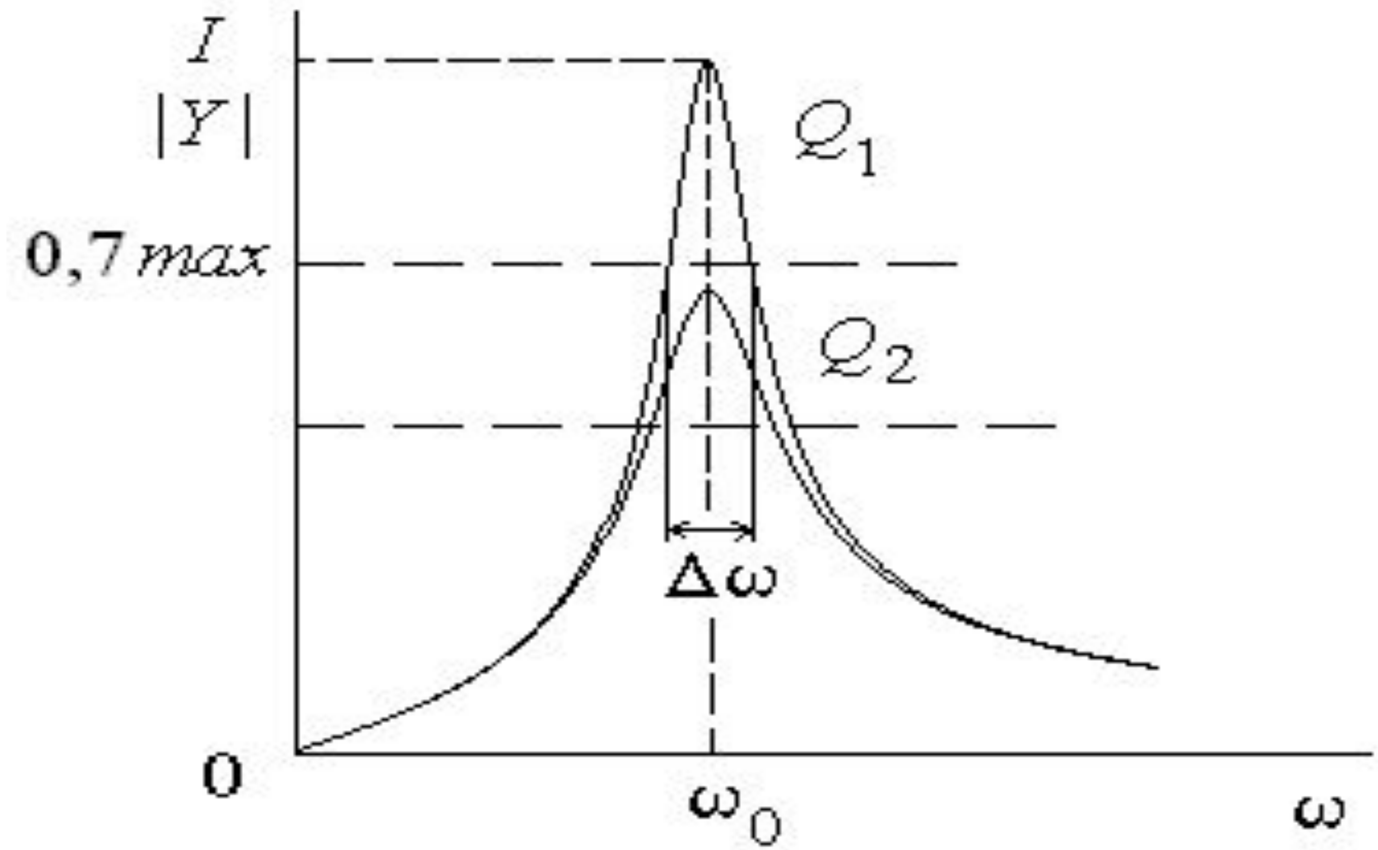


Векторные диаграммы



Свойства последовательного колебательного контура

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

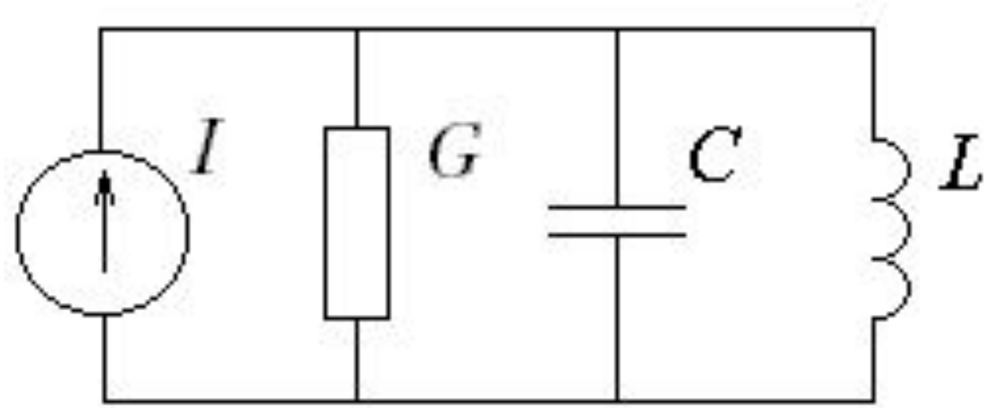


$$I = \frac{U}{R} \qquad \rho = \omega_0 L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{I \cdot \omega_0 L}{I \cdot R} = \frac{\rho}{R}$$

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

Резонанс в параллельном колебательном контуре

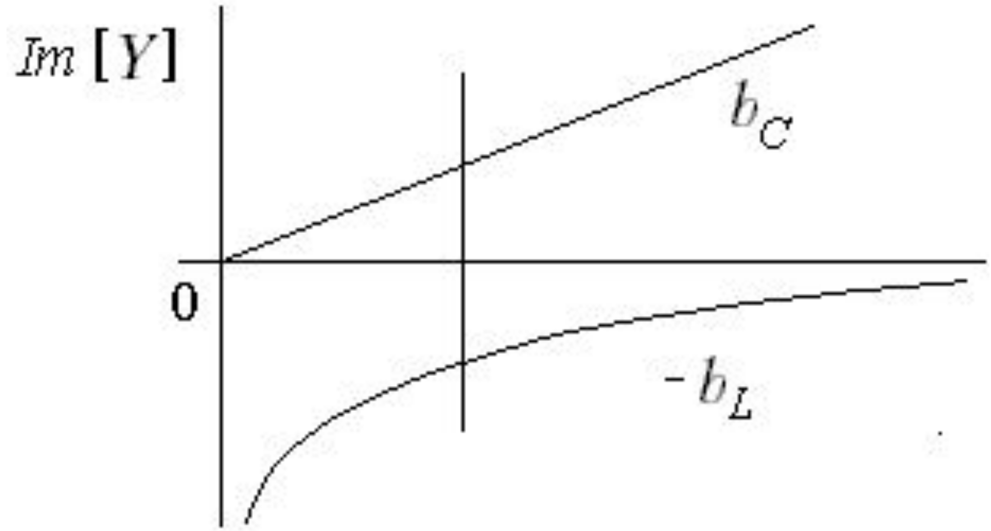


$$Y_{вх} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} =$$

$$= G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) = \quad G + j(b_C - b_L)$$

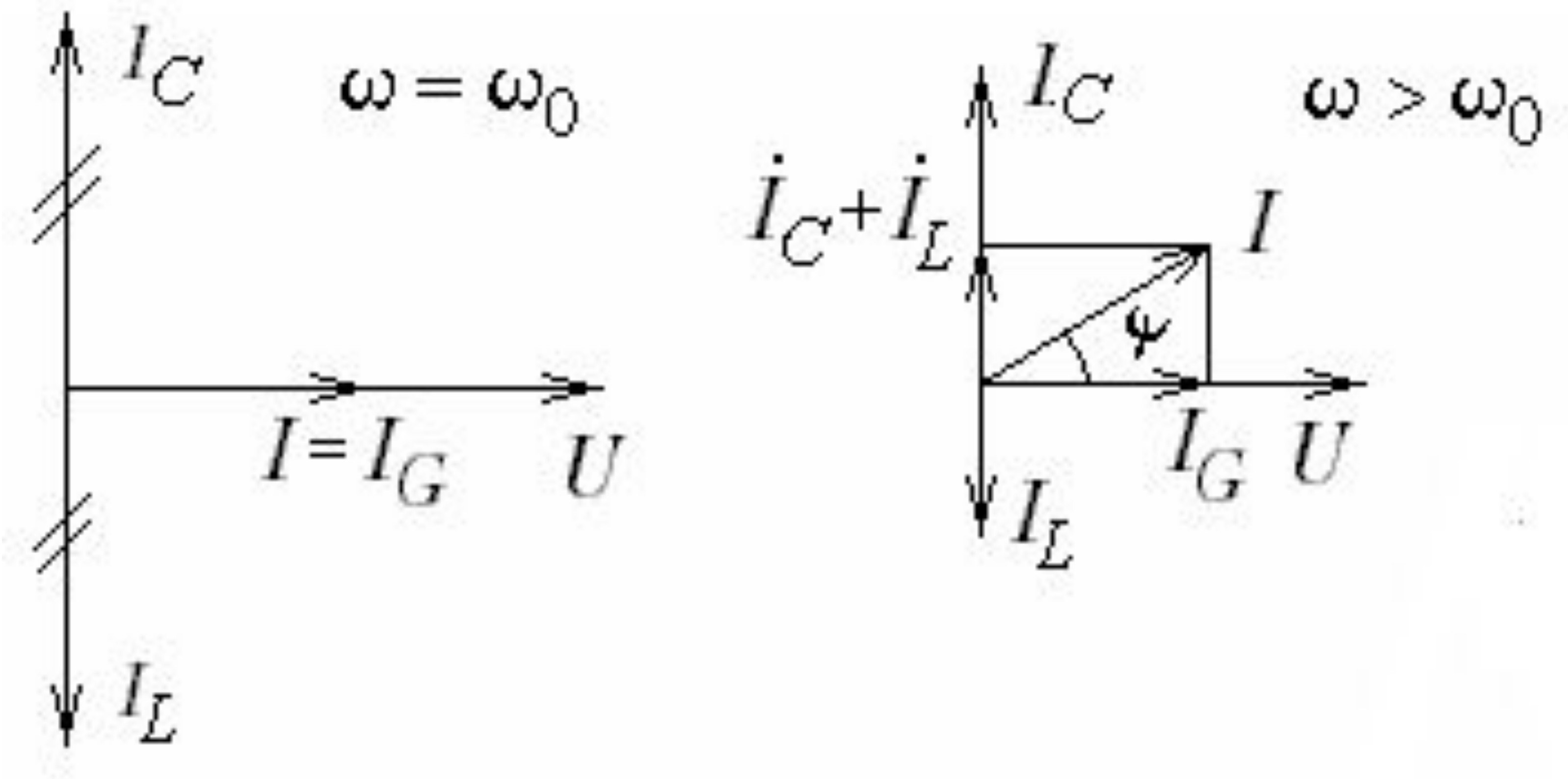
$$b_C - b_L = 0$$

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$$



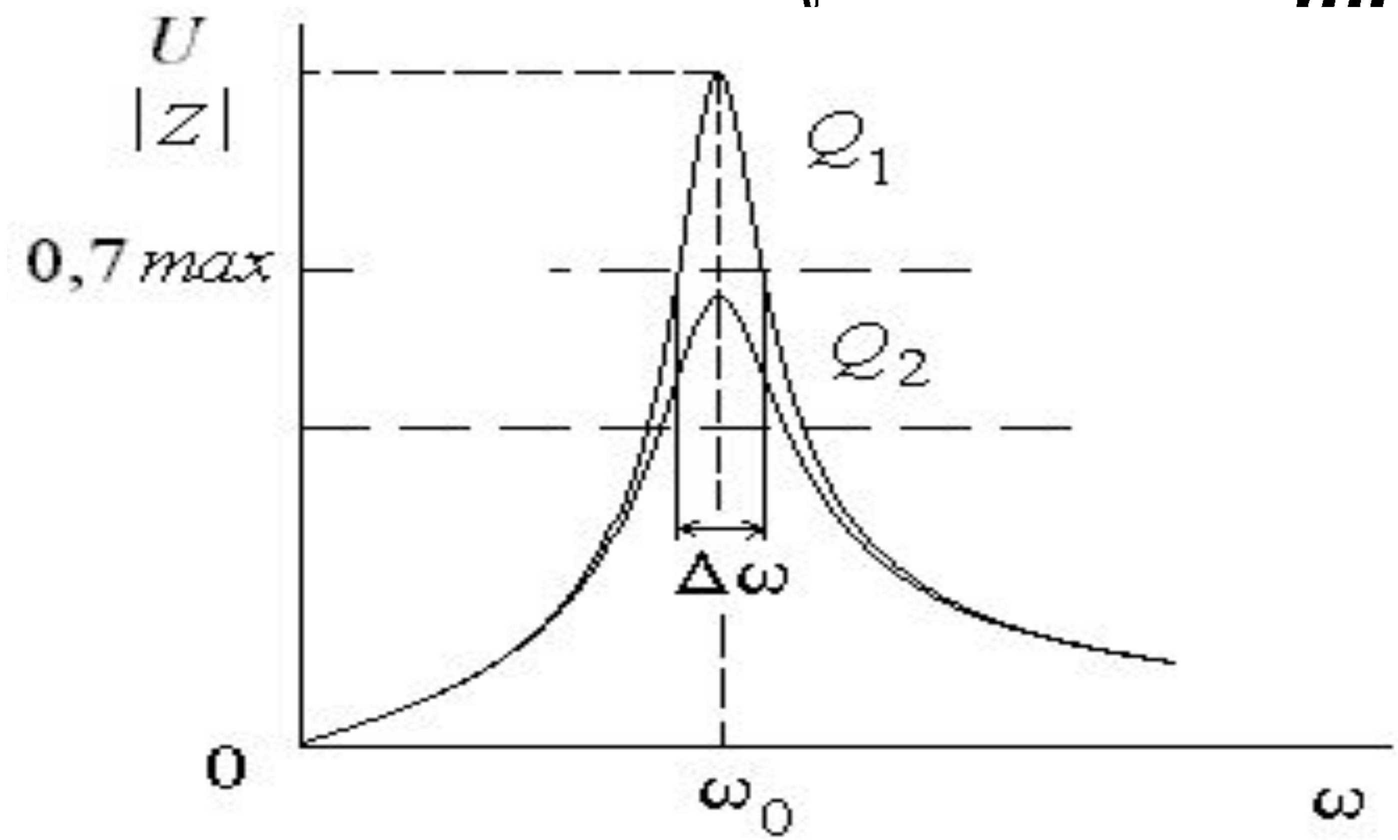
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ **резонансная частота контура**

Векторные диаграммы



Свойства параллельного колебательного контура

$$U = \frac{I}{|Y|} = \frac{I}{\sqrt{g^2 + b^2}} = \frac{I}{\sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}$$



$$U = \frac{I}{G}$$

$$Q = \frac{I_{C0}}{I} = \frac{U \cdot \omega_0 C}{U \cdot G} = \frac{1}{\rho \cdot G}$$