Перевод в недесятичные системы

Для перевода целого числа в недесятичные системы из десятичной существует два основных способа.

Первый заключается в разбиении числа на степени основания той системы, в которую выполняется перевод. Этот способ пригоден для небольших чисел.

Пример

56 □ x_2

$56 = 32+16+8 = 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 111000_2$

59 □ x_8

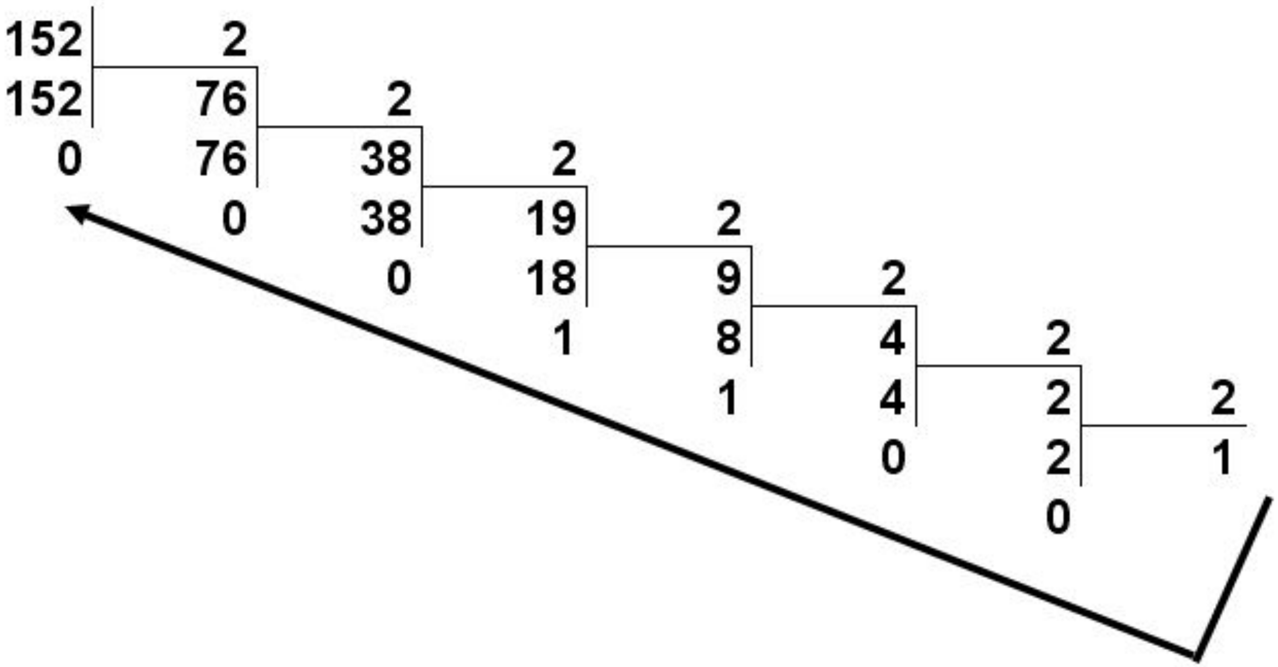
$59 = 7 \cdot 8 + 3 = 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 = 73_8$

Второй способ перевода

Второй способ – основной – заключается в последовательном делении исходного десятичного числа на основание той системы, в которую выполняется перевод.

Пример 1

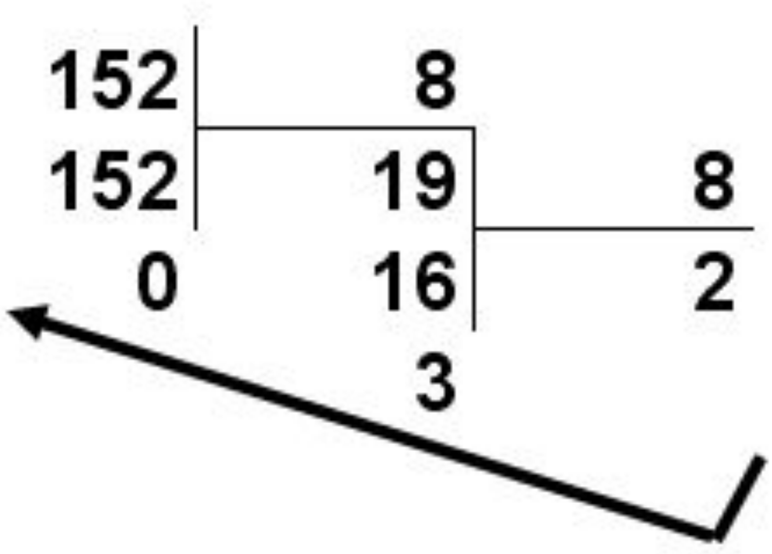
152 □ x2



Результат:
10011000_2

Пример 2

152 □ x8

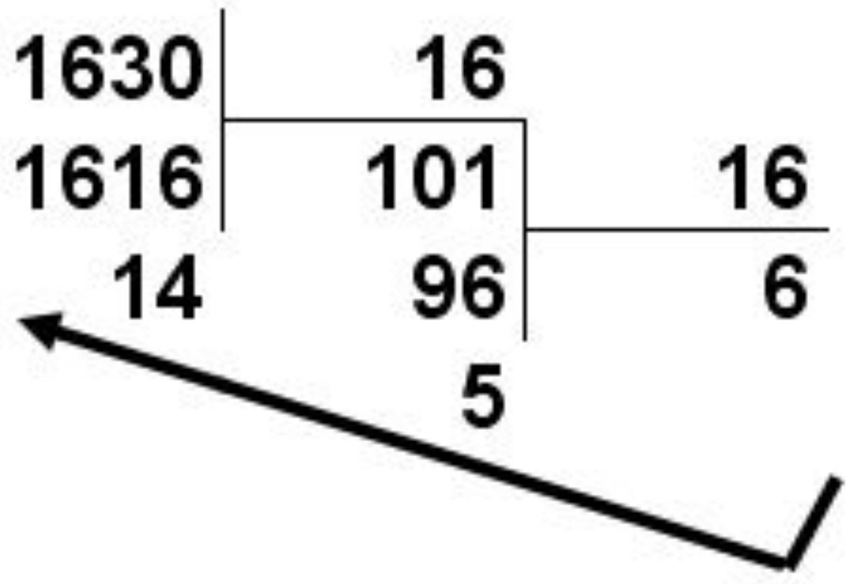


Результат:

230_8

Пример 3

1630 □ x16



Результат:

$65E_{16}$

Алгоритм действий

- Целая часть переводится так, как рассмотрено ранее.
- Дробная часть записывается отдельно и переводится последовательным умножением на основание системы, в которую выполняется перевод с отбрасыванием целой части числа.

Пример 1.

34,75 □ x_2

34	2				
34	17	2			
0	16	8	2		
	1	8	4	2	
		0	4	2	2
			0	2	1
				0	

		2
0	75	
1	5	
1	0	

Результат: 34,75 = $100010{,}11_2$

Пример 2.

0,15 □ x_2

		2
0	15	
0	3	
0	6	
1	2	
0	4	
0	8	
1	6	
1	2	

Результат: $0{,}15 = 0{,}0(1001)_2$

Пример 3.

0,27 □ x_2

		2	
0	27		
0	54	1	12
1	08	0	24
0	16	0	48
0	32	0	96
0	64	1	92
1	28	0	84
0	56	1	68

Результат: $0{,}27 \approx 0{,}01000101000101_2$

Пример 4

$0,27$ □ x_8

		8
0	27	
2	16	
1	28	
2	24	
1	92	
7	36	
2	88	
7	04	
0	32	
2	56	
4	48	

$0,27 \approx 0,2121727024_8$

Лекция 6

Основы математической логики - 1

Вопросы

1. Простые и составные высказывания
2. Логические операции над высказываниями
3. Свойства логических операций

Высказывания

Под ***высказыванием*** будем понимать повествовательное предложение, относительно которого объективно можно сказать, что оно либо истинно, либо ложно.

Примеры

«Москва – столица Франции», «Корень квадратный из 36 равен 6», «Все лошади имеют по четыре ноги» и т.д. Все эти высказывания объединяет лишь то, что они либо истинны, либо ложны.

Простые и составные высказывания

Высказывания, подобные приведенным выше, называют ***простыми*** высказываниями. Они не могут быть «разложены» на более элементарные высказывания, относительно которых сохранилась бы объективная возможность оценить их истинность.

Из одних высказываний могут составляться (строиться) другие, более сложные высказывания. Такие высказывания мы будем называть ***составными***, или ***сложными*** высказываниями.

Построение высказываний

В естественном языке составные высказывания строятся из простых с помощью союзов ***(и, или)***, частицы ***(не)*** и словосочетаний ***(если…, то...; …тогда и только тогда, когда…; …если, и только если…;…необходимо и достаточно для*****… и т.д.)**

Примеры: «Деньги хранят в банке или в коробке из под конфет», «Если все три стороны треугольника равны, то равны и его углы», «Не является верным, что трижды четыре – девять» и так далее.

Условные обозначения

Простые высказывания обозначаются большими буквами начала латинского алфавита: **A, B, C** (возможно с индексами: **A1, A2, A3** и так далее)

Значения истинности высказываний - буквами **И** (истина) или **1** и **Л** (ложь) или **0**, которые называют ***логическими константами***.

Логические связки

- ***Связки:*** ***союзы*** ***(и, или)***, частица ***(не)*** и словосочетания ***(если…, то...; …тогда и только тогда, когда…; …если, и только если…;…необходимо и достаточно для*****… и т.д.)**
- **Соответствующим им операции называют *логическими операциями*, или *логическими связками***

Конъюнкция

Обозначение: **&, ·**

Связка: **и (and)**

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Дизъюнкция

Обозначение: **∨, +**

Связка: **или (or)**

A	B	A∨B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Отрицание

Обозначение: ¬ , Ā

Связка: **не (not)**

A	¬ A
0	1
1	0

Строгая дизъюнкция

Обозначение: $\oplus$

Связка: **или … или,**
либо … либо

(xor)

A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Импликация

Обозначение: □

Связка: **если .. то**

A	B	A □ B
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Эквиваленция

Обозначение: ~

Связка: ***..тогда и только тогда, когда .., ..необходимо и достаточно для ..*** и т.д.

A	B	A ~ B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Свойства логических операций

Логическое равенство - утверждение логической равносильности, (логической эквивалентности) двух высказываний. Логическая равносильность высказываний означает, что значения истинности этих высказываний совпадают. Для обозначения логической равносильности двух высказываний будем использовать символ ≡

Свойства логических операций

Свойства коммутативности

коммутативность конъюнкции: $A\&B \equiv B\&A$,

коммутативность дизъюнкции: $A \lor B \equiv B \lor A$.

Свойства ассоциативности

ассоциативность конъюнкции:

$A\&(B\&C) \equiv (A\&B)\&C$,

ассоциативность дизъюнкции:

$A \lor (B \lor C) \equiv (A \lor B) \lor C$.

Свойства логических операций

Свойства дистрибутивности

дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции:

$$A \& (B \vee C) \equiv (A \& B) \vee (A \& C)$$

дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции:

$$A \vee (B \& C) \equiv (A \vee B) \& (A \vee C)$$

Свойства логических операций

Свойства логических констант

свойства константы **И (1):**

$$A \& И \equiv A$$

$$A \vee И \equiv И$$

свойства константы **Л (0):**

$$A \& Л \equiv Л$$

$$A \vee Л \equiv A$$

Свойства логических операций

Законы Де Моргана

$$\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee \neg B$$

$$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \& \neg B$$

Свойства логических операций

Закон исключенного третьего

$$\neg A \vee A \equiv И$$

Закон противоречия:

$$\neg A \& A \equiv Л$$

Закон снятия двойного отрицания:

$$\neg\neg A \equiv A$$

Свойства логических операций

Законы идемпотентности

идемпотентность конъюнкции: $A \& A \equiv A$

идемпотентность дизъюнкции: $A \vee A \equiv A$