

1. Теория и методика интерпретации аномалий магнитного поля

**1.8. Решение прямой и обратной задачи
аналитическим способом для тел
правильной геометрической формы при
вертикальной однородной
намагниченности**

1.8.3 Магнитное поле горизонтального цилиндра

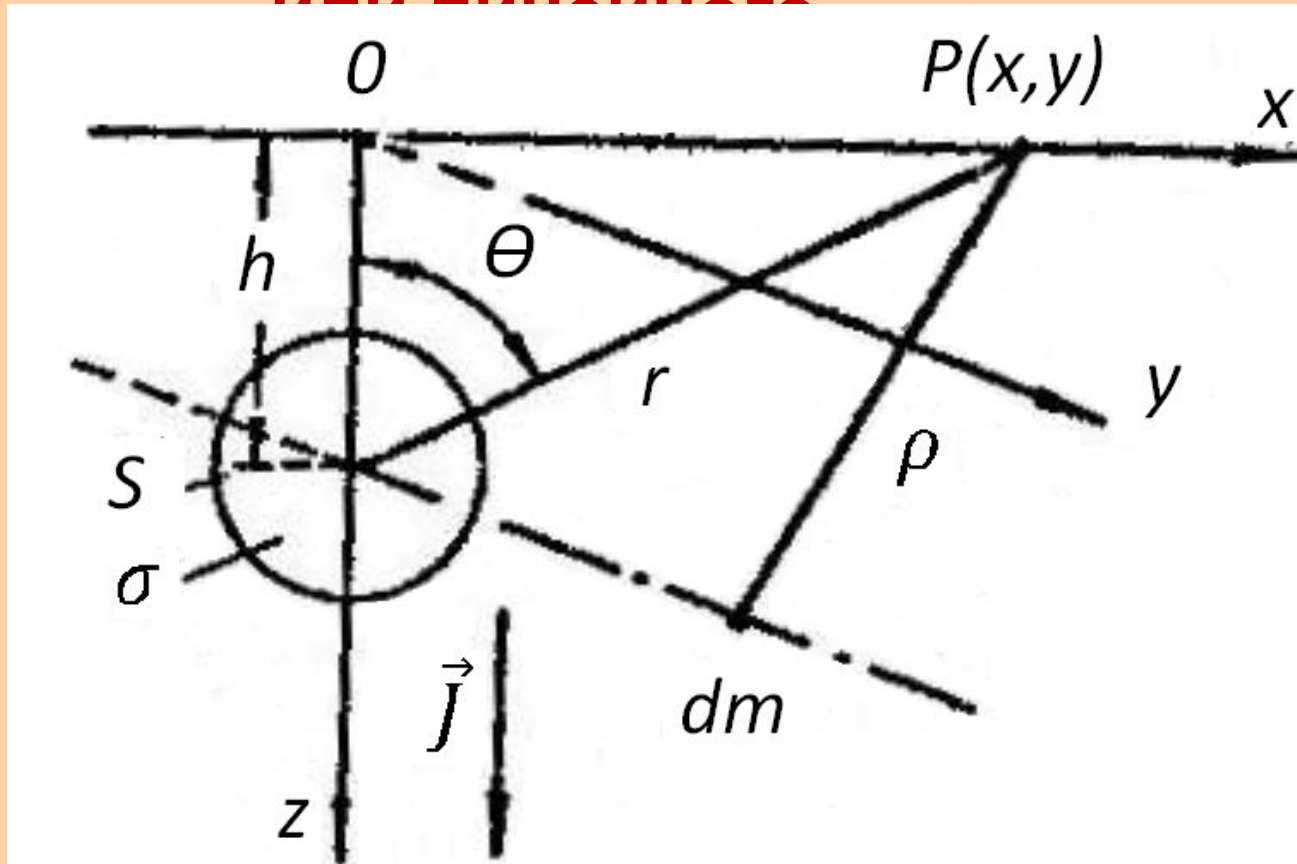


Рис. 1 К расчету поля горизонтального
кругового цилиндра

Потенциал магнитного поля линейного диполя может быть определен тоже переходом от гравитационного поля по уравнению

$$U = \frac{-J}{4\pi G \sigma'} \cdot \frac{\partial V}{\partial z}$$

где σ' - избыточная плотность, J - намагниченность, G - постоянная тяготения.

Потенциал гравитационного поля dV - элемента длины стержня - m' в точке $P(x,y)$ определяется выражением

$$dV = G \frac{dm'}{\rho}$$

где $\rho^2 = h^2 + x^2 + y^2 = r^2 + y^2$;

$dm' = Sdy\sigma'$; S - площадь сечения цилиндра;
 σ' - избыточная плотность.

Нас интересует первая производная от dV по вертикали

$$\frac{\partial}{\partial z} (dV) = \frac{\partial}{\partial h} (dV) = -G \frac{dm'}{\rho^2} \cdot \frac{h}{\rho} = -G \sigma' S h \frac{dy}{(r^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Производная по вертикали от потенциальной функции поля стержня длиной $2b$ определяется интегрированием

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -G \sigma' S h \int_{-b}^b \frac{dy}{(r^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Интеграл берется подстановкой $t = \frac{\sqrt{r^2 + y^2}}{y}$, которая приводит к

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{G\sigma' Sh}{r^2} \int_{-b}^b \frac{dt}{t^2} = -2G\sigma' h \frac{b}{r^2 \sqrt{r^2 + b^2}}$$

При $b \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{2G\sigma' Sh}{r^2} \quad \text{и} \quad U = \frac{2JSh}{4\pi r^2} = \frac{2Mh}{4\pi r^2},$$

где $M = JS$ - магнитный момент единицы длины цилиндра.

Потенциальная функция магнитного поля примет вид

$$U = \frac{2Mh}{4\pi(h^2 + x^2)} = \frac{2M}{4\pi r} \cos\theta$$

Если взять производные от U по h и x и перейти к магнитной индукции, выраженной в нанотесла, получим

$$Z_a(\text{нТл}) = 200M \frac{h^2 - x^2}{(h^2 + x^2)^2} = 200 \frac{M}{r^2} \cos 2\theta$$

$$H_a(\text{нТл}) = -200M \frac{2hx}{(h^2 + x^2)^2} = -200 \frac{M}{r^2} \sin 2\theta$$

где $M = J \cdot S$ - магнитный момент единицы длины цилиндра, J - в амперах на метр, S - в м^2 .

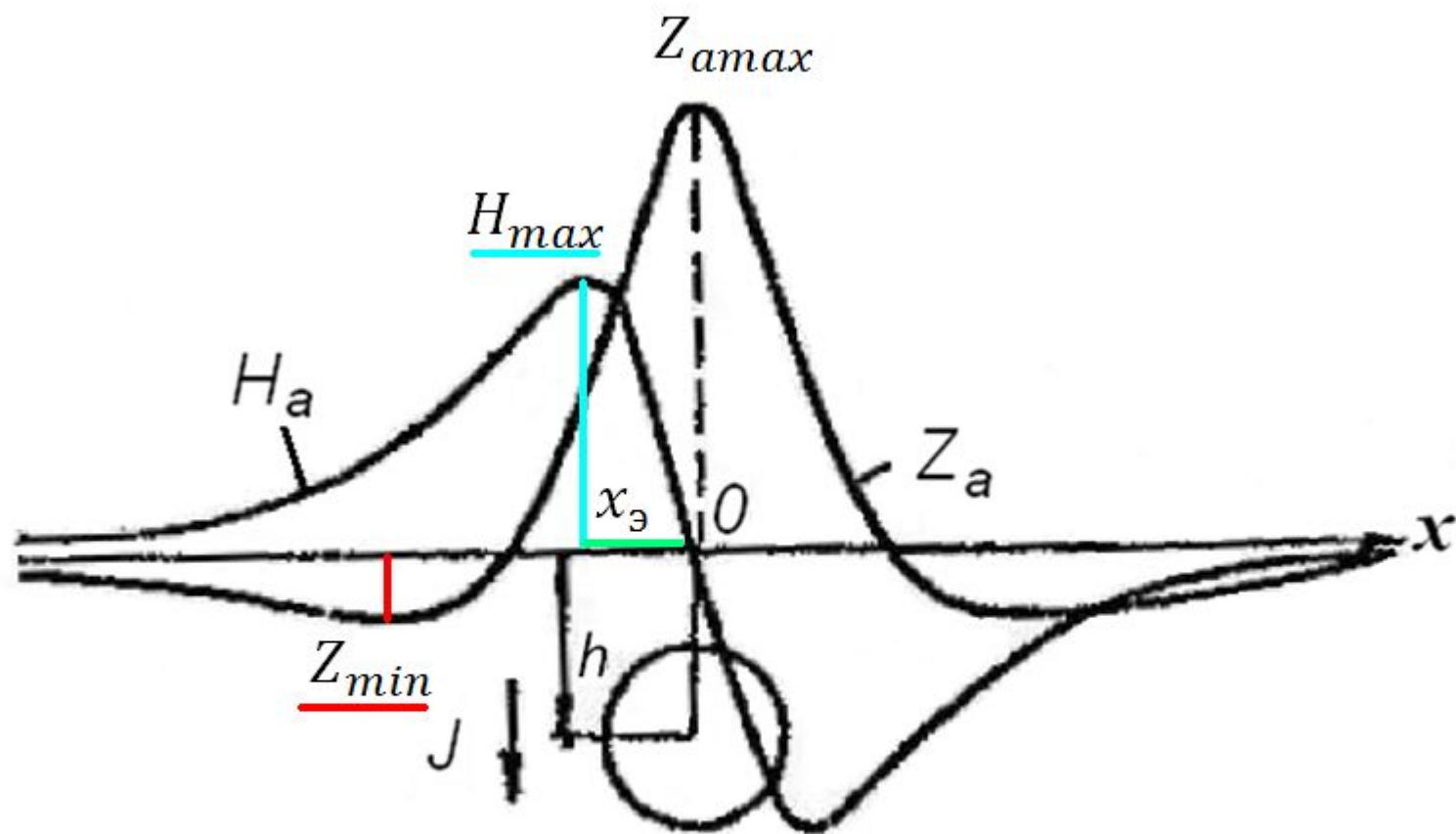


Рис. 2 Графики Z_a и H_a над горизонтальным круговым цилиндром

График Z_a имеет максимум при $x = 0$, минимум при $x = \pm h\sqrt{3}$ и переходит через 0 при $x_0 = \pm h$.

$$Z_{amax}(\text{НТЛ}) = 200 \frac{M}{h^2}$$

$$Z_{min}(\text{НТЛ}) = \frac{Z_{max}}{8}$$

График H_a имеет положительную ординату слева ($x < 0$), отрицательную справа ($x > 0$). Имеет экстремумы при $x_э = \pm h\sqrt{3}$.

Максимум - при $x = -h\sqrt{3}$ и $H_{max} = 0,65Z_{amax}$

При решении обратной задачи можно определить глубину залегания оси цилиндра: по графику Z_a - как половину расстояния между точками перехода графика через 0, по графику H_a - по формуле $h = x_3 \sqrt{3}$, где x_3 - половина расстояния между экстремумами графика. Зная h , можно вычислить магнитный момент единицы длины

$$M = 0,005h^2 Z_{amax} \text{ (нТл).}$$

При известном из других источников значении можно найти площадь поперечного сечения

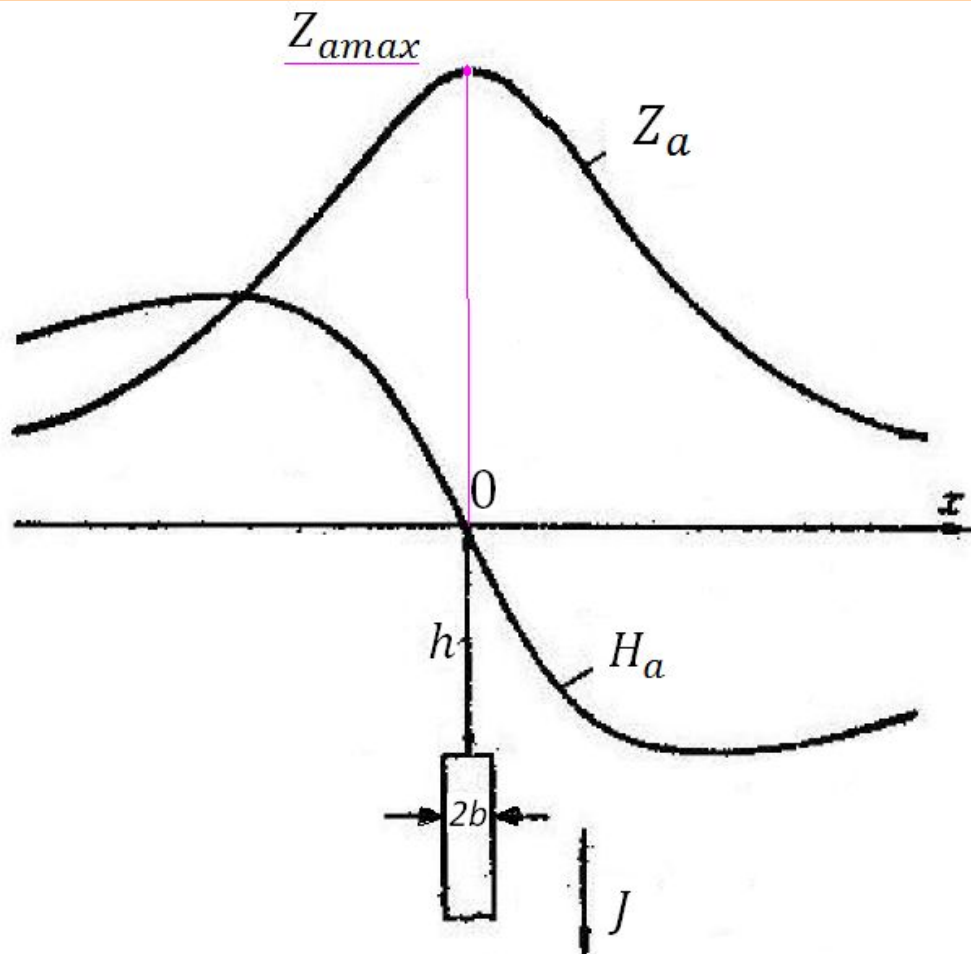
$$S = \frac{M}{J}$$

радиус сечения цилиндра

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

глубину до верхней кромки $h_1 = h - R$.

1.8.4 Магнитное поле линии полюсов или мало мощного вертикального пласта



$$\frac{2b}{h} = 0,1 \div 0,2$$

Рис. 3 Графики Z_α и H_α над вертикально намагниченным мало мощным пластом

Уравнения, определяющие аномальное поле маломощного вертикального пласта, имеют вид:

$$Z_a^* \left(\frac{A}{M} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\lambda h}{h^2 + x^2}$$

$$H_a^* \left(\frac{A}{M} \right) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\lambda x}{h^2 + x^2}$$

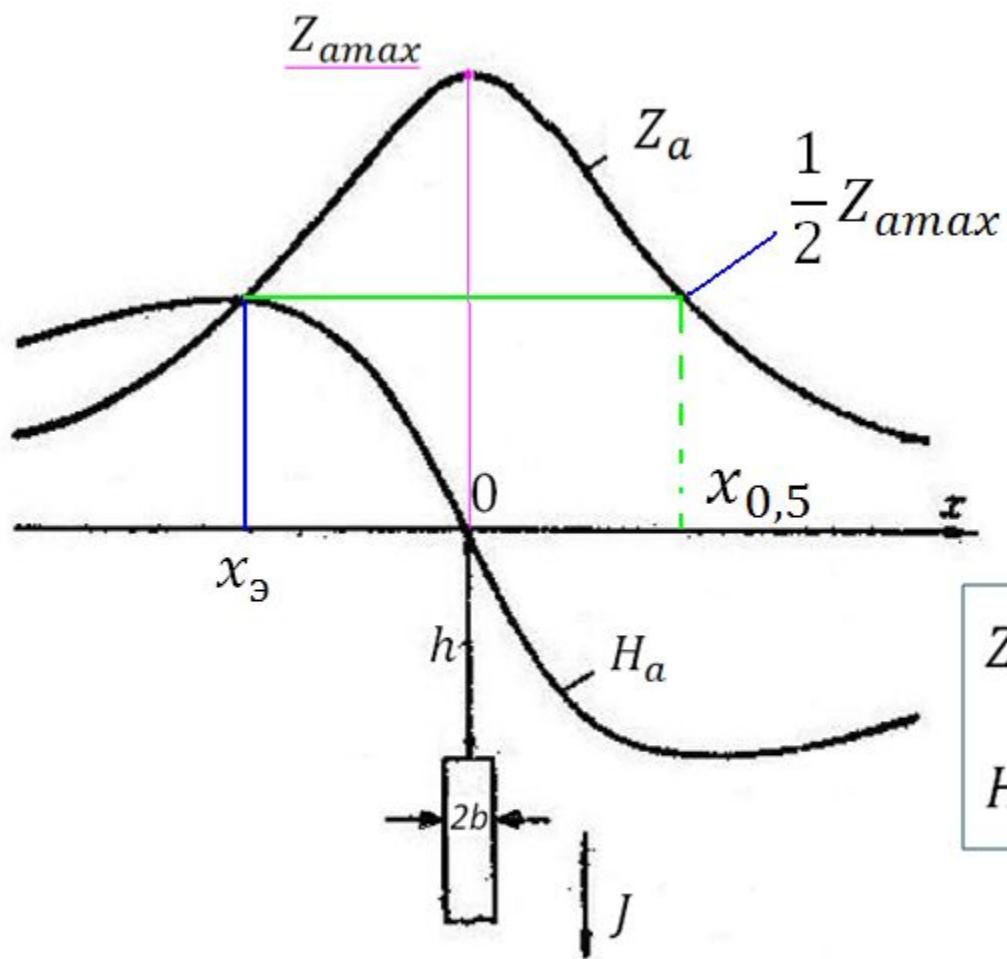
где λ - линейная плотность магнитных масс или количество магнитных масс на единице длины полюсной линии

$$\lambda = 2b \cdot J$$

Для перехода к составляющим вектора магнитной индукции, выраженной в нанотесла, достаточно умножить правые части на " $\mu_0 \cdot 10^9$ ". Получим:

$$Z_a(\text{нТл}) = \mu_0 Z_a^* \cdot 10^9 = \frac{200\lambda h}{h^2 + x^2}$$

$$H_a(\text{нТл}) = -\mu_0 H_a^* \cdot 10^9 = -\frac{200\lambda x}{h^2 + x^2}$$



Z_{amax} при $x = 0, x_{0,5} = h$

H_a имеет максимумы при $x_{э} = \pm h$.

Рис. 3 Графики Z_a и H_a над вертикально намагниченным маломощным пластом

При решении обратной задачи можно определить глубину залегания верхней кромки пласта:

по графику Z_a , $h = x_{0,5}$,


по графику H_a , $h = x_{\varepsilon}$.

По известной величине h можно определить

$$\lambda = 0,005 \cdot h \cdot Z_{amax} \text{ (нТл)}$$

Для вычисления горизонтальной мощности пласта $2b$ нужно знать J из других источников. Тогда

$$2b = \frac{\lambda}{J}$$

A high-angle, wide shot of Earth from space. The planet's curvature is visible, with a dense layer of white clouds covering the surface. The sky transitions from a deep blue at the top to a lighter blue near the horizon. A bright sun is positioned in the upper right quadrant, creating a lens flare effect. The overall scene is serene and expansive.

**Спасибо
за работу и внимание!**