

# **1. Теория и методика интерпретации аномалий магнитного поля**

**1.8. Решение прямой и обратной задачи  
аналитическим способом для тел  
правильной геометрической формы при  
вертикальной однородной  
намагниченности**

## 1.8.3 Магнитное поле горизонтального цилиндра

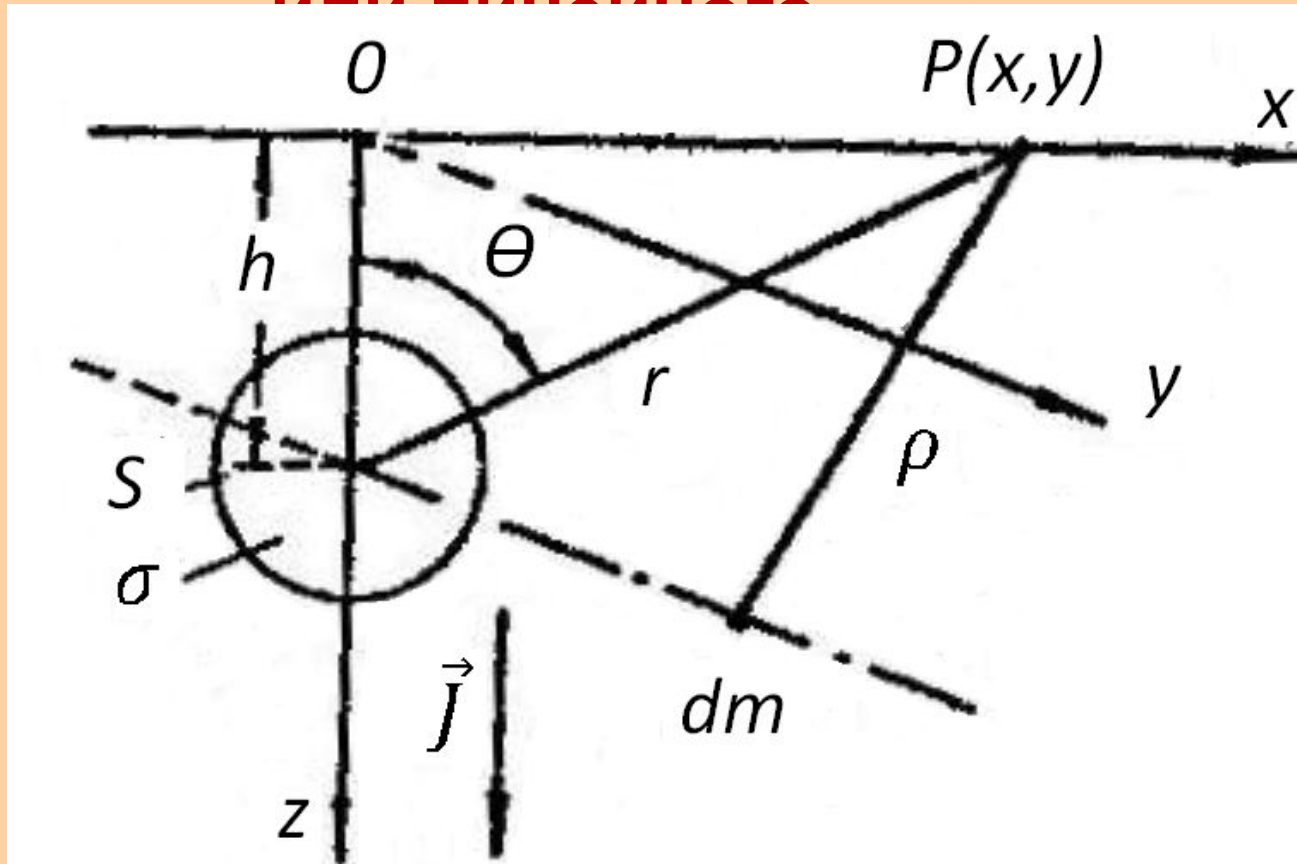


Рис. 1 К расчету поля горизонтального  
кругового цилиндра

Потенциал магнитного поля линейного диполя может быть определен тоже переходом от гравитационного поля по уравнению

$$U = \frac{-J}{4\pi G \sigma'} \cdot \frac{\partial V}{\partial z}$$

где  $\sigma'$  - избыточная плотность,  $J$  - намагниченность,  $G$  - постоянная тяготения.

Потенциал гравитационного поля  $dV$  - элемента длины стержня -  $m'$  в точке  $P(x,y)$  определяется выражением

$$dV = G \frac{dm'}{\rho}$$

где  $\rho^2 = h^2 + x^2 + y^2 = r^2 + y^2$ ;

$dm' = S dy \sigma'$ ;  $S$ - площадь сечения цилиндра;  
 $\sigma'$  - избыточная плотность.

Нас интересует первая производная от  $dV$  по вертикали

$$\frac{\partial}{\partial z} (dV) = \frac{\partial}{\partial h} (dV) = -G \frac{dm'}{\rho^2} \cdot \frac{h}{\rho} = -G \sigma' S h \frac{dy}{(r^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Производная по вертикали от потенциальной функции поля стержня длиной  $2b$  определяется интегрированием

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -G \sigma' S h \int_{-b}^b \frac{dy}{(r^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Интеграл берется подстановкой  $t = \frac{\sqrt{r^2 + y^2}}{y}$ , которая приводит к

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{G\sigma' Sh}{r^2} \int_{-b}^b \frac{dt}{t^2} = -2G\sigma' h \frac{b}{r^2 \sqrt{r^2 + b^2}}$$

При  $b \rightarrow \infty$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{2G\sigma' Sh}{r^2} \quad \text{и} \quad U = \frac{2JSh}{4\pi r^2} = \frac{2Mh}{4\pi r^2},$$

где  $M = JS$  - магнитный момент единицы длины цилиндра.

Потенциальная функция магнитного поля примет вид

$$U = \frac{2Mh}{4\pi(h^2 + x^2)} = \frac{2M}{4\pi r} \cos\theta$$

Если взять производные от  $U$  по  $h$  и  $x$  и перейти к магнитной индукции, выраженной в нанотесла, получим

$$Z_a(\text{нТл}) = 200M \frac{h^2 - x^2}{(h^2 + x^2)^2} = 200 \frac{M}{r^2} \cos 2\theta$$

$$H_a(\text{нТл}) = -200M \frac{2hx}{(h^2 + x^2)^2} = -200 \frac{M}{r^2} \sin 2\theta$$

где  $M = J \cdot S$  - магнитный момент единицы длины цилиндра,  $J$ - в амперах на метр,  $S$ - в  $\text{м}^2$ .



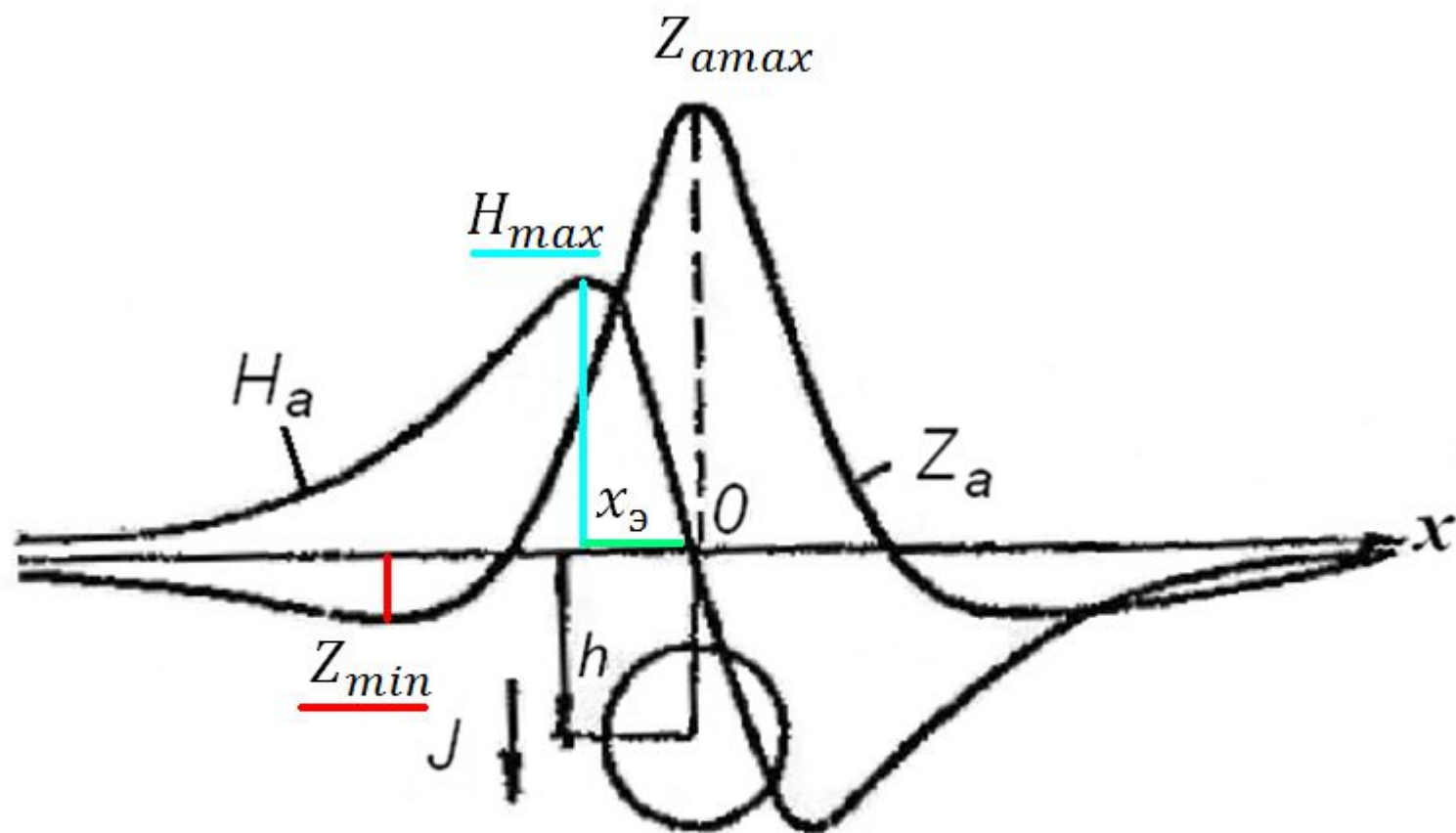


Рис. 2 Графики  $Z_a$  и  $H_a$  над горизонтальным круговым цилиндром

График  $Z_a$  имеет максимум при  $x = 0$  , минимум при  $x = \pm h\sqrt{3}$  и переходит через 0 при  $x_0 = \pm h$ .

$$Z_{amax}(\text{НТЛ}) = 200 \frac{M}{h^2}$$

$$Z_{min}(\text{НТЛ}) = \frac{Z_{max}}{8}$$

График  $H_a$  имеет положительную ординату слева ( $x < 0$ ), отрицательную справа ( $x > 0$ ). Имеет экстремумы при  $x_э = \pm h\sqrt{3}$ .

Максимум - при  $x = -h\sqrt{3}$  и  $H_{max} = 0,65Z_{amax}$

При решении обратной задачи можно определить глубину залегания оси цилиндра: по графику  $Z_a$  - как половину расстояния между точками перехода графика через 0, по графику  $H_a$  - по формуле  $h = x_3\sqrt{3}$ , где  $x_3$  - половина расстояния между экстремумами графика. Зная  $h$ , можно вычислить магнитный момент единицы длины

$$M = 0,005h^2 Z_{amax} \text{ (нТл)}.$$

При известном из других источников значении можно найти площадь поперечного сечения

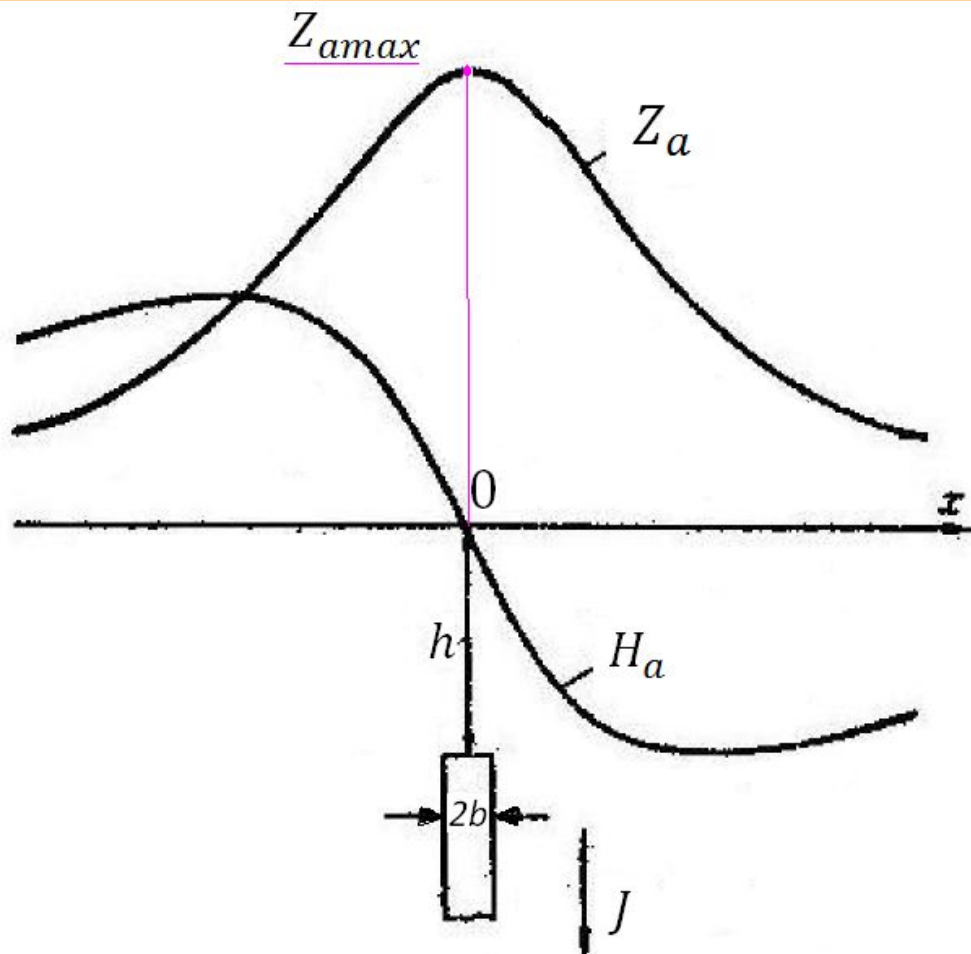
$$S = \frac{M}{J}$$

радиус сечения цилиндра

$$R = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$$

глубину до верхней кромки  $h_1 = h - R$  .

## 1.8.4 Магнитное поле линии полюсов или мало мощного вертикального пласта



$$\frac{2b}{h} = 0,1 \div 0,2$$

Рис. 3 Графики  $Z_\alpha$  и  $H_\alpha$  над вертикально намагниченным мало мощным пластом

Уравнения, определяющие аномальное поле маломощного вертикального пласта, имеют вид:

$$Z_a^* \left( \frac{A}{M} \right) = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\lambda h}{h^2 + x^2}$$

$$H_a^* \left( \frac{A}{M} \right) = -\frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\lambda x}{h^2 + x^2}$$

где  $\lambda$  - линейная плотность магнитных масс или количество магнитных масс на единице длины полюсной линии

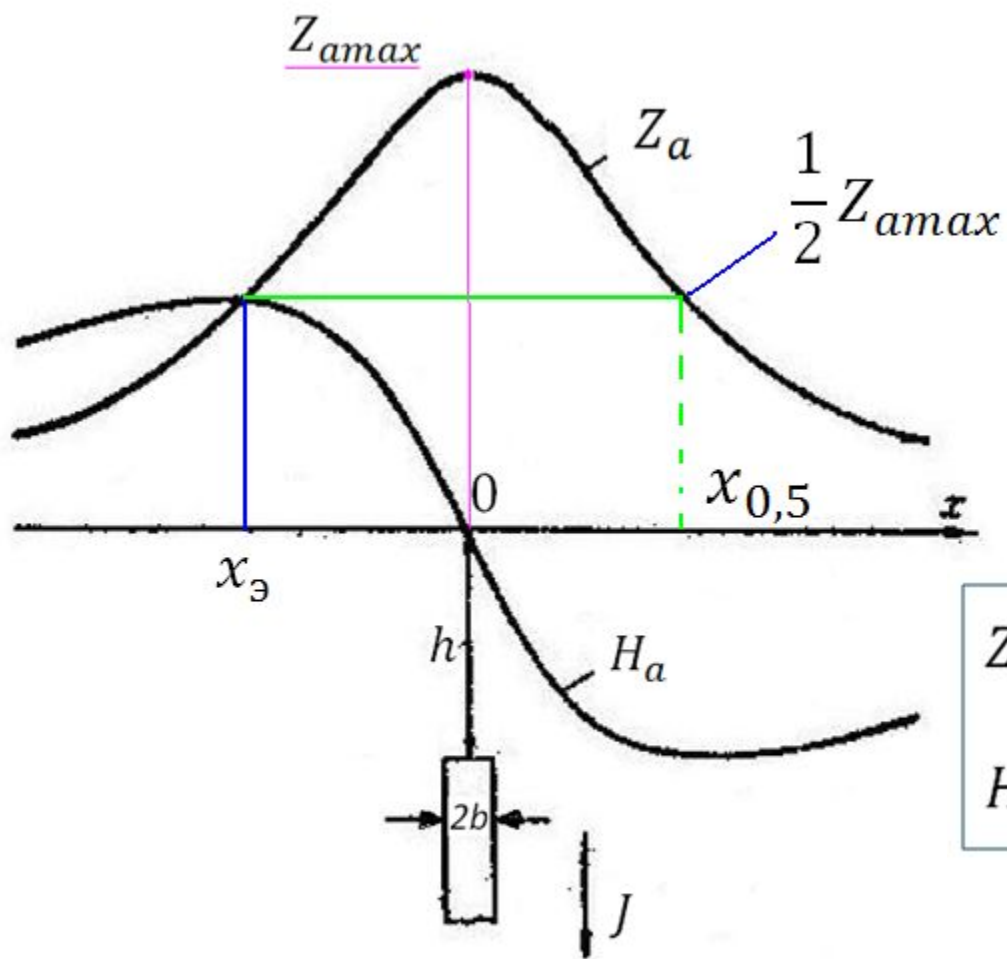
$$\lambda = 2b \cdot J$$

Для перехода к составляющим вектора магнитной индукции, выраженной в нанотесла, достаточно умножить правые части на " $\mu_0 \cdot 10^9$ ". Получим:

$$Z_a(\text{нТл}) = \mu_0 Z_a^* \cdot 10^9 = \frac{200\lambda h}{h^2 + x^2}$$

$$H_a(\text{нТл}) = -\mu_0 H_a^* \cdot 10^9 = -\frac{200\lambda x}{h^2 + x^2}$$





$Z_{amax}$  при  $x = 0, x_{0,5} = h$

$H_a$  имеет максимумы при  $x_{э} = \pm h$ .

Рис. 3 Графики  $Z_a$  и  $H_a$  над вертикально намагниченным маломощным пластом



При решении обратной задачи можно определить глубину залегания верхней кромки пласта:

по графику  $Z_a$ ,  $h = x_{0,5}$ ,


по графику  $H_a$ ,  $h = x_{\varepsilon}$ .

По известной величине  $h$  можно определить

$$\lambda = 0,005 \cdot h \cdot Z_{amax} \text{ (нТл)}$$

Для вычисления горизонтальной мощности пласта  $2b$  нужно знать  $J$  из других источников. Тогда

$$2b = \frac{\lambda}{J}$$

A high-angle, wide shot of Earth from space. The planet's curved horizon is visible, with a dense layer of white clouds covering the surface. The sky is a deep, clear blue. In the upper right quadrant, a bright sun is shining, creating a lens flare effect. The overall scene is bright and clear.

**Спасибо  
за работу и внимание!**