

# Эконометрика

# Литература:

1. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика. – М: «ЮНИТИ-ДАНА», 2008.-311 с.
  2. Практикум по эконометрике / Под ред. И.И.Елисейевой. – М: «Финансы и статистика», 2006-192 с.
  3. Магнус Я.Р.,Катышев П.К.,Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс.–М:«Дело»,2007.-504 с.
  4. Айвазян С.А., Мхитарян В.С. Прикладная статистика и основы эконометрики.–М:ЮНИТИ, 1998.-1022 с.
  5. Доугерти К. Введение в эконометрику. – М: «Инфра-М», 1997.
  6. Джонстон Дж. Эконометрические методы – М: «Статистика», 1980.
  7. Тинтер Г. Введение в эконометрию. – М: «Статистика», 1965.
- Журналы: *Journal of Econometrics* (Швеция), *Econometric Reviews*, *Econometrica* (США).

# **Введение**

***(место дисциплины «эконометрика» в  
образовании,  
историческое обоснование её  
актуальности и общая  
характеристика содержания)***

**1. Каковы традиции применения содержания дисциплины «эконометрика» в рамках российского экономического высшего образования?**

**«Эконометрика» как дисциплина федерального компонента по циклу общих математических и естественнонаучных дисциплин 10 лет назад вошла в основную образовательную программу подготовки экономистов, определяемую Государственным стандартом высшего образования. Модели и методы, относимые в настоящее время к эконометрике, применяются в российской экономике ещё**

## 2. Чем исторически обосновывается

### актуальность эконометрики?

Актуальность эконометрики иллюстрирует историческая справка о присуждении ряда Нобелевских премий за научные разработки по соответствующему профилю:

- **1969-Рагнар Фриш (Frisch, норвежский экономист, исследовал модели роста экономики, годы жизни: 1895-1973) и Ян Тинберген (Tinbergen, нидерландский экономист-специалист по теории экономического развития, 1903 г.р.)-«за создание и применение динамических моделей к анализу экономических процессов»;**
- **1980-Лоуренс Клейн (Klein, американский экономист);**
- **1989-Трюгве Хаавельмо (Haavelmo, норвежский экономист);**
- **2000-Джеймс Хекман, Дэниел Макфадден (Heckman, McFadden, амер.эк-ты)**

### **3. Какова общая характеристика современной эконометрики?**

**Общая характеристика эконометрики такова – это наука, изучающая конкретные количественные и качественные взаимосвязи экономических объектов с помощью математических и статистических моделей и методов. И практическая значимость расширения приложений эконометрики неуклонно нарастает из-за непрерывного развития и повсеместного распространения вычислительной техники**

**Тема 1. Предмет изучения**  
**дисциплины**  
**«эконометрика», ее место в**  
**экономике**

**4. Какое место в экономическом образовании занимает дисциплина «эконометрика»?**

**«Эконометрику» наряду с микро- и макроэкономикой в настоящее время относят к числу базовых дисциплин экономического образования, считают их основой экономической теории. Причём, методы эконометрики применяются и в рамках микро- и макроэкономики.**

**5. Как появился термин**  
**«эконометрика», как он**  
**трактовался изначально (широко,**  
**узко)?**

**Термин «эконометрика» впервые был введен в 1926 г. норвежским учёным Рагнарсом Фришем. Изначально широкая трактовка термина предполагала «измерения, то есть любые количественные методы, в экономике», узкая – экономические приложения математико-статистических моделей и методов.**

## 6. Как характеризовали

### эконометрику разные

### специалисты в период

### становления дисциплины?

- статистик С.Фишер представлял её как раздел экономики, связанный с применением статистических методов для характеристики взаимосвязей между экономическими показателями
- По Л.Клейну основная задача эконометрики – наполнить эмпирическим (основанным на опыте) содержанием априорные экономические рассуждения
- Э. Маленво утверждал, что цель эконометрики – эмпирический вывод экономических законов

**7. Какие научные дисциплины определили  
появление эконометрики? Чем  
обусловлено её обособление в рамках  
экономики?**

**В прошлом веке в рамках экономики  
появилась обособленная дисциплина на  
стыке дисциплин  
• «экономическая статистика»,  
• «экономическая теория»,  
• «теория вероятностей и математическая  
статистика»**

**Эконометрические модели  
зависимостей между  
показателями наряду с  
оценкой ожидаемых ошибок  
применимы при  
исследованиях макро- и  
микроэкономических систем**

- **для прогнозирования (численного),**
- **в виде модельных блоков (для имитации) в рамках сложных модельных комплексов,**
- **а также применяемых при выборе и количественном обосновании управленческих решений (для интерпретации),**
- **для поиска наиболее выгодных решений (для оптимизации).**

**8. Каким образом и параллельно с какими видами моделирования в экономике применяется эконометрическое моделирование в современных условиях?**

**В рамках экономико-математического моделирования традиционно выделяют параллельно применяемые виды: оптимизационное, имитационное, балансовое (модели математической экономики). Эконометрика представляет основу осуществления сложного моделирования всех указанных видов.**

# 9. Как принято определять понятие «эконометрика» в наше время?

**«Эконометрика-это самостоятельная научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на базе экономической теории, экономической статистики, математико-статистического инструментария придавать количественное выражение общим (качественным) закономерностям, обусловленным экономической теорией» (см [4, с 598])**

# **10. Что выступает предметом изучения эконометрики?**

**Предметом изучения эконометрики выступают социально-экономические системы (объекты, явления) в их элементарных проявлениях. То есть, прежде всего, в форме зависимостей между экономическими показателями (в частности, одного показателя от одного или нескольких других, включая предполагаемую ошибку из-за отсутствия данных о нужных показателях или вследствие стохастичности).**

# **11. Какие методы, в первую очередь, определяют содержание эконометрики?**

**В первую очередь, содержание эконометрики определяют методы выявления функциональных зависимостей одного показателя от других.**

**Во вторых, это методы анализа указанного вида зависимостей, оценок соответствующих погрешностей.**

## **12. В чем основная цель практических приложений эконометрики и чем стимулируется её развитие?**

**Основная цель практических приложений эконометрики – обеспечение возможности совмещения конструктивной сущности ряда принципиально различных дисциплин: экономики, математики, информатики. Свободная рыночная конкуренция диктует необходимость расширять приложения эконометрики**

**Тема 2. Общая**  
**характеристика**  
**эконометрического**  
**моделирования**

## 2.1. В чём основная цель применения эконометрической модели о связи между показателями?

Имеются разные экономические показатели, потенциально управляемые непосредственно и опосредованно. Основная цель применения эконометрической модели – обеспечить на основании накопленных данных прогнозирование значений зависимой переменной (*объясняемой, опосредованно управляемой*) при определённых значениях других переменных (*объясняющих, непосредственно управляемых*). *Причём, параллельно с оценкой ожидаемой*

## 2.2. Какова роль теории вероятностей, математической статистики в эконометрике?

**Эконометрическое моделирование предусматривает оперирование понятием «вероятность», предполагая идеализацию – отвлечение от измерительных погрешностей, допуская потенциальную многократную повторяемость. Это позволяет «сворачивать» таблицы данных, выявлять эконометрические зависимости параллельно с оценками ожидаемых отклонений при их применении и использовать эту форму для прогнозирования, имитации, интерпретации, оптимизации.**

## 2.3. Каков специальный математический смысл термина «регрессия», что является регрессией в статистическом смысле?

Специальный математический смысл термина «регрессия» – это зависимость среднего значения какой-либо величины от одной или нескольких других величин. Если при значении «объясняющей» переменной  $x=x_i$  наблюдается  $m$  значений  $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im}$  «объясняемой» переменной  $y$ , то зависимость математического ожидания

$$y_i^* = (y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{im})/m$$

от  $x_i$  является регрессией в статистическом понимании этого термина.

## 2.4. Как принято интерпретировать понятие «парная регрессия»?

Понятие «парная регрессия», рассматриваемое в рамках специальных дисциплин, таких как теория вероятностей, математическая статистика, эконометрика. По существу, регрессия величины  $Y$  по величине  $X$  определяется условным математическим ожиданием  $Y$  при условии, что  $X=x$ :  $E(Y|X=x) = y(x)$ .

Эконометрическая модель принимает вид:

$$Y = E(Y|X=x) + \varepsilon,$$

$\varepsilon$  – возмущение (ошибка).

## 2.5. Как принято интерпретировать понятие «парная регрессия»?

Точность, с которой уравнение регрессии величины  $Y$  по величине  $X$  отражает изменение  $Y$  в среднем при изменении  $x$ , измеряется условной дисперсией величины  $Y$ , вычисленной для каждого значения  $X=x$ :

$$D(Y|X=x) = \sigma^2(x).$$

«Регрессия» обладает следующим важным свойством: среди всех действительных функций  $y = y(x)$  минимум мат. ожидания  $E(Y - y(x))^2$  достигается для функции  $y(x) = E(Y|X=x)$ , то есть регрессия величины  $Y$  по величине  $X$  дает наилучшее, в указанном смысле, представление

величины  $Y$  по величине  $X$

## 2.6. Как связаны детерминированная и случайная величины в рамках модели парной линейной регрессии?

Типовые ситуации приложений модели парной линейной регрессии для пространственных данных («cross-sectional data») определяют гипотезы:

1.  $Y_i = a + b \cdot X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n.$
2.  $X_i$  детерминированная величина; вектор  $[X_1, \dots, X_n]$ , неколлинеарен вектору  $[1, \dots, 1]$ .
- 3а.  $E(\varepsilon_i) = 0, E(\varepsilon_i^2) = V(\varepsilon_i) = \sigma^2$  – не зависит от  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ).
- 3б.  $E(\varepsilon_j \varepsilon_i) = 0$  при  $j \neq i$  (некоррелированность ошибок при разных наблюдениях).
- 3с.  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$ , то есть  $\varepsilon_i$  – нормально распределенная случайная величина со

## 2.7. В чём специфика эконометрической модели временных рядов?

В моделях временных рядов (для «time-series data» – упорядоченных по времени данных) в аддитивной форме  $y = f_1(x_1, \dots, x_k, t, \beta_{11}, \dots, \beta_{1p}) + f_2(x_1, \dots, x_k, t, \beta_{21}, \dots, \beta_{2q}) + \varepsilon_t$  увязывают с независимыми (объясняющими) переменными дважды, выделяя так называемые «тренд» ( $f_1$ ) и «сезонность» ( $f_2$ ). Здесь  $\varepsilon_t$  – случайная компонента, зависящая от времени  $t$ . Мультипликативная форма аналогична  $y = f_1(x_1, \dots, x_k, t, \beta_{11}, \dots, \beta_{1p}) \cdot f_2(x_1, \dots, x_k, t, \beta_{21}, \dots, \beta_{2q}) + \varepsilon_t$ . Причем сезонность может включать ряд составляющих (недельную, ежемесячную, годовую тенденции).

## **2.8. Что собой представляет эконометрическая модель «система одновременных уравнений»?**

**Обобщением понятия регрессионная модель выступает модель в форме системы одновременных уравнений.**

**Принципиальное отличие в том, что рассматриваются несколько (конечное множество) регрессионных моделей в совокупности. При этом актуально одни и те же переменные рассматривать за ряд периодов обособленно (например, с так называемым «лагом»-запаздыванием).**

## **2.9. Каковы основные этапы эконометрического моделирования?**

Основные этапы вероятностно-статистического моделирования:

- 1. постановочный**, включает определение набора факторов, подразделение их на объясняющие (входные переменные) и объяснимые (выходные показатели);
- 2. априорный**, выбор связей между показателями;
- 3. информационно-статистический**, сбор информации по объясняющим факторам;
- 4. спецификация модели**, выявление структурных характеристик модели;
- 5. идентификация модели**, подбор значений параметров модели;
- 6. верификация модели**, проверка адекватности прогнозов по модельным решениям результатам применения модели к их решениям на практике

**Тема 3. Метод наименьших  
квадратов (МНК) для парной  
линейной регрессии**

**Рассмотрим задачу  
регрессионного анализа: будем  
восстанавливать линейную  
регрессионную зависимость  
величины  $Y$  от величины  $X$  в  
форме**

$$Y = a + b \cdot X + \varepsilon,$$

- $\varepsilon$ -случайная величина,  
соответствующая ожидаемой ошибке

Воспользуемся данными  
 $\{Y_i, X_i, i=1, \dots, n\}$  по  
проявлениям  
выявляемой  
зависимости в  
аналогичных условиях  
(при  $n \geq 2$ ).

**Значения параметров функции  
a, b, найдем, минимизируя  
«видимые» ошибки-отклонения  
«прогнозов по функции» от  
«факта» – по методу  
наименьших квадратов (МНК):**

$$\min_{a,b} \sum_{i=1, \dots, n} (a + b \cdot X_i - Y_i)^2$$

**Согласно необходимому  
условию экстремума  
приравняем частные  
производные нулю, получим два  
уравнения:**

$$\sum_{i=1, \dots, n} [2 \cdot (a + b \cdot X_i - Y_i) \cdot X_i] = 0,$$

$$i=1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1, \dots, n} [2 \cdot (a + b \cdot X_i - Y_i)] = 0$$

$$i=1, \dots, n$$

**Откуда следует в общем  
случае, что**

$$b = (n \cdot \sum X_i \cdot Y_i - (\sum X_i) \cdot (\sum Y_i)) / (n \cdot \sum (X_i)^2 - (\sum X_i)^2),$$

$$a = Y_0 - b \cdot X_0,$$

**где**

$$X_0 = (1/n) \cdot \sum X_i, \quad Y_0 = (1/n) \cdot \sum Y_i$$

.

**Если рассмотреть отклонения от средних  $x_i = X_i - X_0$ ,  $y_i = Y_i - Y_0$ , то нетрудно убедиться, что средние величины для новых величин равны нулю. Тангенс угла наклона при этом не меняется, а значит можно пользоваться следующими формулами для расчета коэффициентов (параметров парной линейной регрессионной модели)**

$$b = \frac{\sum (X_j - X_0) \cdot (Y_j - Y_0)}{\sum (X_j - X_0)^2},$$

$$a = Y_0 - b \cdot X_0$$

**Упражнение (контрольное задание) № 1 (см.[3, с.41, Упр. 2.9]).**  
Пусть имеется таблица данных двух показателей ( $Y, X$ ), требуется восстановить зависимость между ними в форме линейной модели регрессии 4-мя способами. Интерпретируя  $Y, X$  как «объем сбыта» и «цена», соответственно, выявить оптимальную цену для максимизации дохода, оценить границы варьирования опосредованно управляемого сбыта (оценить ожидаемые вариации и дохода при оптимальной цене).

**Здесь и ниже, N1, N2 - параметры контрольных заданий, соответствующие номеру по списку в журнале группы (цифры, равные количеству десятков и количеству единиц в номере, соответственно)**

| <b>№<br/><u>п/п</u></b> | <b>(Y)</b>              | <b>(X)</b>             |
|-------------------------|-------------------------|------------------------|
| <b>1</b>                | <b>70</b>               | <b>5+N<sub>1</sub></b> |
| <b>2</b>                | <b>65</b>               | <b>11</b>              |
| <b>3</b>                | <b>55</b>               | <b>15</b>              |
| <b>4</b>                | <b>60</b>               | <b>17</b>              |
| <b>5</b>                | <b>50</b>               | <b>20</b>              |
| <b>6</b>                | <b>35</b>               | <b>22</b>              |
| <b>7</b>                | <b>40</b>               | <b>25</b>              |
| <b>8</b>                | <b>30</b>               | <b>27</b>              |
| <b>9</b>                | <b>25</b>               | <b>30</b>              |
| <b>10</b>               | <b>32-N<sub>2</sub></b> | <b>35</b>              |

# 1)1-ый способ

|    | A  | B   | C   |
|----|----|-----|-----|
| 1  |    | (Y) | (X) |
| 2  | 1  | 70  | 5   |
| 3  | 2  | 65  | 11  |
| 4  | 3  | 55  | 15  |
| 5  | 4  | 60  | 17  |
| 6  | 5  | 50  | 20  |
| 7  | 6  | 35  | 22  |
| 8  | 7  | 40  | 25  |
| 9  | 8  | 30  | 27  |
| 10 | 9  | 25  | 30  |
| 11 | 10 | 32  | 35  |

|    |                    |  |  |  |
|----|--------------------|--|--|--|
| 14 | B12: =СУММ(B2:B11) | D12: =СУММ(D2:D11)                     |  |  |
| 15 | B13: =B12/A11      | E12: =СУММ(E2:E11)                     |  |  |
| 16 | C12: =СУММ(C2:C11) | F2: =(A11*D12-B12*C12)/(A11*E12-C12^2) |  |  |
| 17 | C13: =C12/A11      | G2: =B13-F2*C13                        |  |  |
| 18 | D2: =C2*B2 +коп.   | H2: =B2-\$B\$13 +коп.                  |  |  |
| 19 | E2: =C2^2 +коп.    | I2: =C2-\$C\$13 +коп.                  |  |  |

|    | A      | B    | C    | D    | E              | F     | G      |
|----|--------|------|------|------|----------------|-------|--------|
| 1  |        | (Y)  | (X)  | XY   | X <sup>2</sup> | a     | b      |
| 2  | 1      | 70   | 5    | 350  | 25             | -1,63 | 79,949 |
| 3  | 2      | 65   | 11   | 715  | 121            |       |        |
| 4  | 3      | 55   | 15   | 825  | 225            |       |        |
| 5  | 4      | 60   | 17   | 1020 | 289            |       |        |
| 6  | 5      | 50   | 20   | 1000 | 400            |       |        |
| 7  | 6      | 35   | 22   | 770  | 484            |       |        |
| 8  | 7      | 40   | 25   | 1000 | 625            |       |        |
| 9  | 8      | 30   | 27   | 810  | 729            |       |        |
| 10 | 9      | 25   | 30   | 750  | 900            |       |        |
| 11 | 10     | 32   | 35   | 1120 | 1225           |       |        |
| 12 | Сумма: | 462  | 207  | 8360 | 5023           |       |        |
| 13 | Ср.:   | 46,2 | 20,7 |      |                |       |        |

## 2)2-ой способ

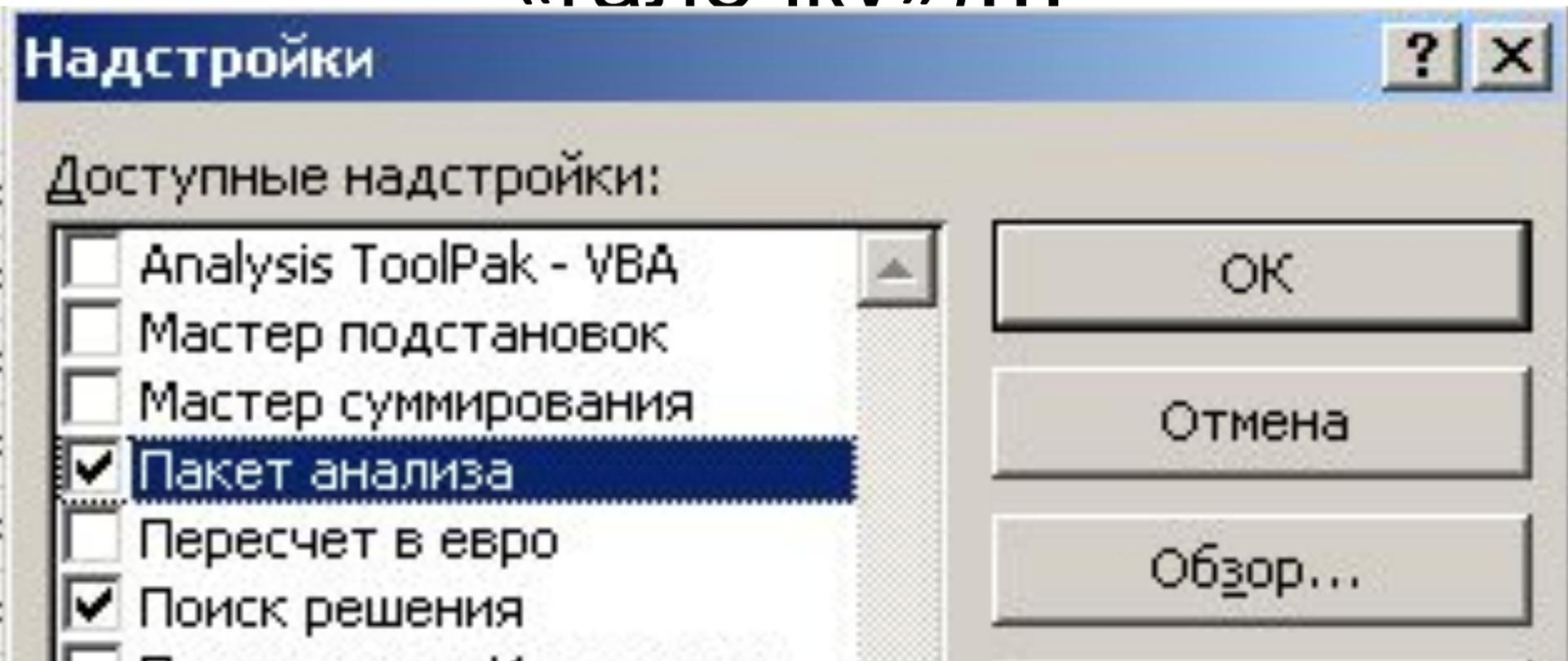
|      |               |       |  |
|------|---------------|-------|--|
| J2:  | =H2*I2        | +коп. |  |
| K2:  | =I2^2         | +коп. |  |
| J12: | =СУММ(J2:J11) |       |  |
| K12: | =СУММ(K2:K11) |       |  |
| L2:  | =J12/K12      |       |  |
| M2:  | =B13-L2*C13   |       |  |

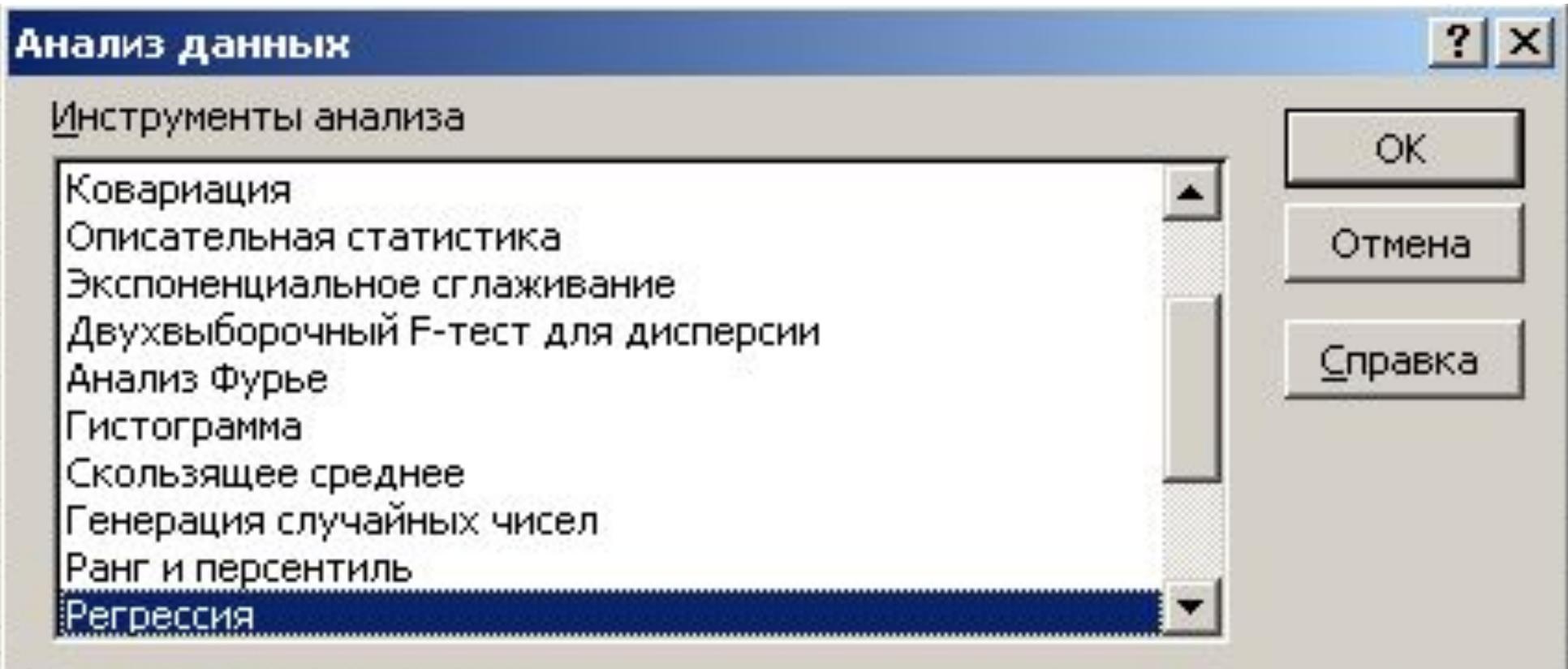
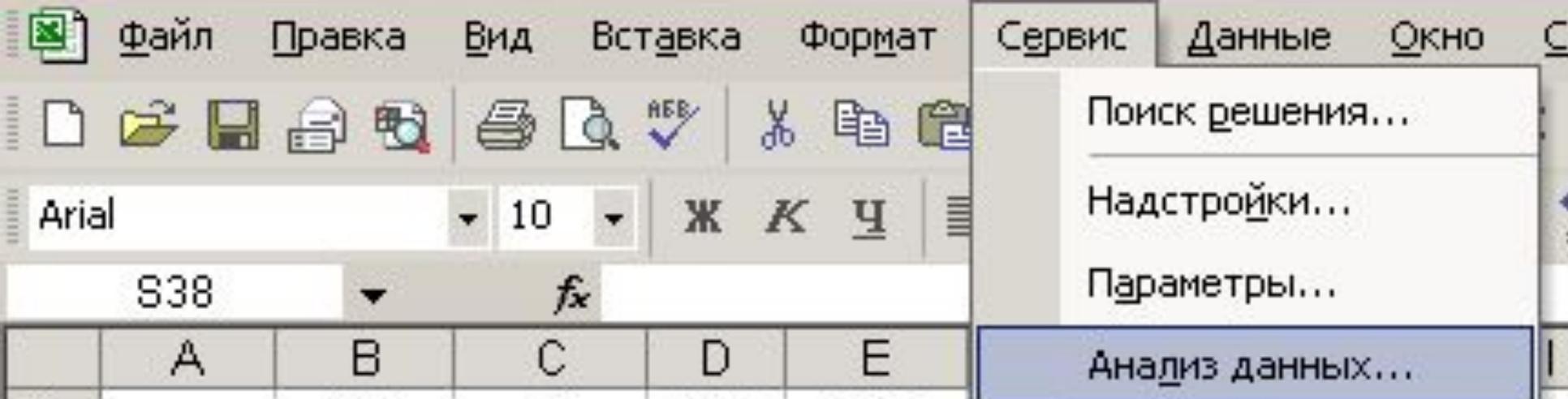
| H     | I     | J               | K          | L     | M      |
|-------|-------|-----------------|------------|-------|--------|
| Y-Y0  | X-X0  | $(Y-Y0)*(X-X0)$ | $(X-X0)^2$ | a     | b      |
| 23,8  | -15,7 | -373,66         | 246,49     | -1,63 | 79,949 |
| 18,8  | -9,7  | -182,36         | 94,09      |       |        |
| 8,8   | -5,7  | -50,16          | 32,49      |       |        |
| 13,8  | -3,7  | -51,06          | 13,69      |       |        |
| 3,8   | -0,7  | -2,66           | 0,49       |       |        |
| -11,2 | 1,3   | -14,56          | 1,69       |       |        |
| -6,2  | 4,3   | -26,66          | 18,49      |       |        |
| -16,2 | 6,3   | -102,06         | 39,69      |       |        |
| -21,2 | 9,3   | -197,16         | 86,49      |       |        |
| -14,2 | 14,3  | -203,06         | 204,49     |       |        |
|       |       | -1203,4         | 738,1      |       |        |

## 3)3-ий способ

Если раздел меню  
«Сервис/Анализ данных...» не  
нашёлся, то открываем  
(инициируем выполнение  
команды меню)  
«Сервис/Надстройки...»...

...и подключаем «Пакет анализа» (устанавливаем соответствующую «галочку»).





# Регрессия



## Входные данные

Входной интервал Y:

\$B\$2:\$B\$11



Входной интервал X:

\$C\$2:\$C\$11



Метки

Константа - ноль

Уровень надежности:

95

%

OK

Отмена

Справка

## Параметры вывода

Выходной интервал:

\$A\$20



Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

## Остатки

Остатки

График остатков

Стандартизованные остатки

График подбора

## Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

# 4)4-ый способ

| N    | O             | P        | Q          | R           |
|------|---------------|----------|------------|-------------|
| a    | b             | Y-прогн. | Y-Y-прогн. | (Y-Y-пр.)^2 |
|      |               | 0        | 70         | 4900        |
|      |               | 0        | 65         | 4225        |
|      |               | 0        | 55         | 3025        |
|      |               | 0        | 60         | 3600        |
|      |               | 0        | 50         | 2500        |
|      |               | 0        | 35         | 1225        |
|      |               | 0        | 40         | 1600        |
|      |               | 0        | 30         | 900         |
|      |               | 0        | 25         | 625         |
|      |               | 0        | 32         | 1024        |
|      |               |          | 462        | 23624       |
| P2:  | =N\$2*C2+O\$2 |          | +коп.      |             |
| Q2:  | =B2-P2        |          | +коп.      |             |
| R2:  | =Q2^2         |          | +коп.      |             |
| Q12: | =СУММ(Q2:Q11) |          |            |             |
| R12: | =СУММ(R2:R11) |          |            |             |



|    | H    | I     | J             | K        | L     | M      | N     | O      | P        | Q          | R           |
|----|------|-------|---------------|----------|-------|--------|-------|--------|----------|------------|-------------|
|    | Y-Y0 | X-X0  | (Y-Y0)*(X-X0) | (X-X0)^2 | a     | b      | a     | b      | Y-прогн. | Y-Y-прогн. | (Y-Y-пр.)^2 |
| 19 | 23,8 | -15,7 | -373,66       | 246,49   | -1,63 | 79,949 | -1,63 | 79,949 | 71,7973  | -1,7972841 | 3,23023     |
|    | 18,8 | -9,7  | -182,36       | 94,09    |       |        |       |        | 62,0149  | 2,9851198  | 8,91094     |
|    | 8,8  | -5,7  | -50,16        | 32,49    |       |        |       |        | 55,4933  | -0,4932776 | 0,243323    |
|    | 13,8 | -3,7  | -51,06        | 13,69    |       |        |       |        | 52,2325  | 7,7675237  | 60,33443    |
|    | 3,8  | -0,7  | -2,66         | 0,49     |       |        |       |        | 47,3413  | 2,6587257  | 7,068822    |

**Результаты поиска решения** [?] [X]

Поиск свелся к текущему решению. Все ограничения выполнены.

Сохранить найденное решение  
 Восстановить исходные значения

Тип отчета

Результаты  
 Устойчивость  
 Пределы

|  |          |            |          |
|--|----------|------------|----------|
|  | 44,0805  | -9,080473  | 82,45499 |
|  | 39,1893  | 0,810729   | 0,657281 |
|  | 35,9285  | -5,9284697 | 35,14675 |
|  | 31,0373  | -6,0372678 | 36,4486  |
|  | 22,8853  | 9,1147355  | 83,0784  |
|  |          | 6,16E-05   | 317,5738 |
|  | 2+\$O\$2 | +коп.      |          |
|  |          | +коп.      |          |
|  |          | +коп.      |          |

K12: =СУММ(K2:K11)

Q12: =СУММ(Q2:Q11)

L2: =J12/K12

R12: =СУММ(R2:R11)

M2: =B13-L2\*C13

# 5) оптимизация

|      |              | О  | Р      | Q     |        |
|------|--------------|----|--------|-------|--------|
| P23: | =B37*O23+B36 | Ц. | О.С.   | Доход |        |
| P24: | =P23+B26     |    | 79,949 | 0,00  |        |
| P25: | =P23-B26     |    | 86,25  | 0,00  | -макс. |
| Q23: | =O23*P23     |    | 73,649 | 0,00  | -мин.  |
| Q24: | =O23*P24     |    |        |       |        |
| Q25: | =O23*P25     |    |        |       |        |

## Поиск решения

Установить целевую ячейку:

\$Q\$23



Выполнить

Равной:  максимальному значению

значению:

0

Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки:

\$O\$23



Предположить

Ограничения:

Параметры

## Поиск решения

Установить целевую ячейку:

\$Q\$23



Выполнить

Равной:  максимальному значению

значению:

0

Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки:

\$O\$23



Предположить

Ограничения:

Параметры

соответствующую  
эконометрическую модель  
принято записывать, в  
частности, следующим  
образом (применяя  
олишакорвїй способ

$$Y = 79,95 - 1,63 \cdot X, R^2 = 0,86.$$

*(5,20) (0,23)*

|    |  |           |           |           |          |                     |         |         |         |
|----|--|-----------|-----------|-----------|----------|---------------------|---------|---------|---------|
| 19 |  |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 20 | ВЫВОД ИТОГОВ   |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 21 |  |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 22 | Дисперсионная статистика   |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 23 | Множес   | 0,92773   |           |           |          |                     |         |         |         |
| 24 | R-квадрат  | 0,86069   |           |           |          |                     |         |         |         |
| 25 | Нормир   | 0,84327   |           |           |          |                     |         |         |         |
| 26 | Стандар  | 6,30053   |           |           |          |                     |         |         |         |
| 27 | Наблюде  | 10        |           |           |          |                     |         |         |         |
| 28 |  |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 29 | Дисперсионный анализ   |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 30 |  | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>значимость F</i> |         |         |         |
| 31 | Регресс  | 1         | 1962,03   | 1962,03   | 49,4254  | 0,00011             |         |         |         |
| 32 | Остаток  | 8         | 317,574   | 39,6967   |          |                     |         |         |         |
| 33 | Итого  | 9         | 2279,6    |           |          |                     |         |         |         |
| 34 |  |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 35 | <i>Коэффициент</i> <i>артная статист</i> <i>Значение</i> <i>жние 95%</i> <i>рхние 95%</i> <i>жние 95%</i> <i>рхние 95,0%</i> |           |           |           |          |                     |         |         |         |
| 36 | Y-пересе   | 79,9493   | 5,19758   | 15,382    | 3,2E-07  | 67,9637             | 91,935  | 67,9637 | 91,935  |
| 37 | Перемен  | -1.6304   | 0.23191   | -7.0303   | 0.00011  | -2.1652             | -1.0956 | -2.1652 | -1.0956 |

Для выполнения  
индивидуального варианта  
задания требуется:

- скопировать лист Excel,  
рассмотренный выше;
- внести изменения согласно инд.  
варианту в ячейках С2, С11, В11
- возобновить процессы согласно  
п.3-6

**Тема 4. МНК для**  
**множественной линейной**  
**регрессии**

**Рассмотрим задачу  
множественного  
регрессионного анализа: будем  
восстанавливать линейную  
регрессионную зависимость  
величины  $Y$  от величин  $X_1, X_2,$   
 $\dots, X_n$  в форме**

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + \dots + b_n \cdot X_n + \varepsilon,$$

**где  $\varepsilon$ -случайная величина,  
соответствующая ожидаемой  
ошибке**

Воспользуемся данными  $\{Y_i, X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{in}, i=1, \dots, m\}$  по проявлениям выявляемой зависимости в аналогичных условиях (при  $m \geq n$ ).

Зная значения параметров функции  
 $b_0, b_1, b_2, \dots, b_n$  найдем,  
минимизируя «видимые»  
ошибки-отклонения «прогнозов  
по функции» от «факта» – по  
методу наименьших квадратов  
(МНК):

$$\min_{b_0, b_1, \dots, b_n} \sum_{i=1, \dots, m} (b_0 + \sum_{j=1, \dots, n} b_j \cdot X_{ij} - Y_i)^2$$

**Упражнение (контрольное задание) № 2 (см.[3, с.63, Упр. 3.5]).**

**Пусть имеется таблица данных трёх показателей  $S, Y, W(Y, X_1, X_2)$  следующего вида**

| <b>Семья</b> | <b>Накопл.,S<br/>(Y)</b>    | <b>Доход, Y<br/>(X1)</b> | <b>Имущество, W<br/>(X2)</b> |
|--------------|-----------------------------|--------------------------|------------------------------|
| <b>1</b>     | <b><math>3 + N_1</math></b> | <b>40</b>                | <b>60</b>                    |
| <b>2</b>     | <b>6</b>                    | <b>55</b>                | <b>36</b>                    |
| <b>3</b>     | <b>5</b>                    | <b>45</b>                | <b>36</b>                    |
| <b>4</b>     | <b>3,5</b>                  | <b>30</b>                | <b>15</b>                    |
| <b>5</b>     | <b>1,5</b>                  | <b>30</b>                | <b><math>90 - N_2</math></b> |

**Требуется восстановить зависимость между этими показателями в форме модели линейной регрессии двумя способами. Спрогнозировать значение S при заданных значениях  $Y=40, W=25$  в тех же единицах измерения, что и в таблице.**

# 1)1-ый способ

|   | А     | В                    | С                   | D                         |
|---|-------|----------------------|---------------------|---------------------------|
|   | Семья | Накопл.,<br>S<br>(Y) | Доход,<br>Y<br>(X1) | Имуще<br>ство, VV<br>(X2) |
| 1 |       |                      |                     |                           |
| 2 | 1     | 3                    | 40                  | 60                        |
| 3 | 2     | 6                    | 55                  | 36                        |
| 4 | 3     | 5                    | 45                  | 36                        |
| 5 | 4     | 3,5                  | 30                  | 15                        |
| 6 | 5     | 1,5                  | 30                  | 90                        |
| 7 |       |                      | 40                  | 25                        |
| 8 |       |                      |                     |                           |

## Регрессия

### Входные данные

Входной интервал Y:

\$B\$2:\$B\$6



Входной интервал X:

\$C\$2:\$D\$6



Метки

Константа - ноль

Уровень надежности:

95

%

### Параметры вывода

Выходной интервал:

\$A\$10



Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

### Остатки

Остатки

График остатков

Стандартизованные остатки

График подбора

### Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

|    |                                 |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
|----|---------------------------------|--------------------|------------------------|---------------------|-------------------|---------------------|--------------------|---------------------|----------------------|
| 10 | Вывод ИТОГОВ                    |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 11 |                                 |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 12 | <i>Регрессионная статистика</i> |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 13 | Множественный R                 | 0,988506199        |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 14 | R-квадрат                       | 0,977144505        |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 15 | Нормированный R-к               | 0,954289011        |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 16 | Стандартная ошибк               | 0,374915046        |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 17 | Наблюдения                      | 5                  |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 18 |                                 |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 19 | <i>Дисперсионный анализ</i>     |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 20 |                                 | <i>df</i>          | <i>SS</i>              | <i>MS</i>           | <i>F</i>          | <i>значимость F</i> |                    |                     |                      |
| 21 | Регрессия                       | 2                  | 12,0188774             | 6,009438708         | 42,75316          | 0,022855            |                    |                     |                      |
| 22 | Остаток                         | 2                  | 0,28112258             | 0,140561292         |                   |                     |                    |                     |                      |
| 23 | Итого                           | 4                  | 12,3                   |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 24 |                                 |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |
| 25 |                                 | <i>Коэффициент</i> | <i>стандартная ош.</i> | <i>t-статистика</i> | <i>P-Значение</i> | <i>нижние 95%</i>   | <i>верхние 95%</i> | <i>нижние 95,0%</i> | <i>верхние 95,0%</i> |
| 26 | Y-пересечение                   | 0,278738656        | 0,89444036             | 0,311634704         | 0,784804          | -3,56973            | 4,127205           | -3,569727583        | 4,1272049            |
| 27 | Переменная X 1                  | 0,122879127        | 0,01836339             | 6,691528387         | 0,021612          | 0,043868            | 0,20189            | 0,043867849         | 0,2018904            |
| 28 | Переменная X 2                  | -0,029407252       | 0,00679846             | -4,325577101        | 0,04951           | -0,05866            | -0,00016           | -0,058658653        | -0,0001559           |
| 29 |                                 |                    |                        |                     |                   |                     |                    |                     |                      |

$$S = 0,279 + 0,123 \cdot Y - 0,029 \cdot W, R^2 = 0,989.$$

$$(0,894) \quad (0,018) \quad (0,007)$$

## 2)2-ой способ

| E     | F     | G     | H            | I              | J               | K                               | L | M | N                  | O |
|-------|-------|-------|--------------|----------------|-----------------|---------------------------------|---|---|--------------------|---|
| b0    | b1    | b2    | Y-<br>прогн. | Y-Y-<br>прогн. | (Y-Y-<br>пр.)^2 |                                 |   |   |                    |   |
| 0,279 | 0,123 | -0,03 | 3,4295       | -0,429         | 0,1844          | H2: =\$E\$2+\$F\$2*C2+\$G\$2*D2 |   |   | +коп. в блок H3:H7 |   |
|       |       |       | 5,9784       | 0,022          | 0,0005          | I2: =B2-H2                      |   |   | +коп. в блок I3:I6 |   |
|       |       |       | 4,7496       | 0,25           | 0,0627          | J2: =I2^2                       |   |   | +коп. в блок J3:J6 |   |
|       |       |       | 3,524        | -0,024         | 0,0006          | I7: =СУММ(I2:I6)                |   |   |                    |   |
|       |       |       | 1,3185       | 0,182          | 0,033           | J7: =СУММ(J2:J6)                |   |   |                    |   |
|       |       |       | 4,4587       | -1E-05         | 0,2811          |                                 |   |   |                    |   |

### Поиск решения

Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению

значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:

# Второй способ прогнозирования

$$V_7 := b_{26} + b_{27} * c_7 + b_{28} * d_7$$

Оценка погрешности-в  $b_{16}$

Для выполнения контрольного варианта задания требуется:

- скопировать лист Excel, рассмотренный выше;
- внести изменения согласно инд. варианту в ячейках B2, C6(31 для гр.402), D6
- возобновить процессы согласно п.1-2