Тема. Плотность распределения вероятностей НСВ

Контрольные вопросы

1. Какую случайную величину называют непрерывной?
2. Что называют плотностью распределения НСВ?
3. Как вычислить вероятность того, что непрерывная случайная величина примет значение, принадлежащее заданному интервалу?
4. Что называют математическим ожиданием НСВ?
5. Что называют дисперсией НСВ?

Контрольные вопросы (продолжение)

6. Что называют средним квадратичным отклонением?
7. Какое распределение вероятностей НСВ называю нормальным?
8. Как влияют параметры нормального распределения на форму нормальной кривой?
9. Как вычислить вероятность попадания в заданный интервал НСВ?
10. Сформулируйте правило трех сигм и поясните, как его применять на практике

План:

1. Плотность распределения и ее свойства.
2. Числовые характеристики НСВ.

1. Плотность распределения и ее свойства

Плотностью распределения вероятностей или **плотностью распределения** $f\,(x)$ непрерывной случайной величины $\boldsymbol{X}$ называется производная ее функции распределения $F\,(x)$

Ее также называют **дифференциальной функцией распределения.**

$$f(x) = F'(x)$$

Теорема. Вероятность того, что непрерывная случайная величина X примет значение, принадлежащее интервалу (a ; b), равна определенному интегралу от плотности распределения, взятому в пределах от a до b:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$$

2. Числовые характеристики НСВ

Математическим ожиданием непрерывной случайной величины X, возможные значения которой принадлежат отрезку от a до b, называют определенный интеграл:

$$M(X)=\int_a^b x\cdot f(x)dx$$

Дисперсией непрерывной случайной величины называют математическое ожидание квадрата ее отклонения.

$$D(X)=\int_a^b (x-M(X))^2 f(x)dx$$

Среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины определяется равенством

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Замечание 1.

Свойства математического ожидания и дисперсии дискретных случайных величин сохраняются и для непрерывных величин.

Замечание 2.

Для вычисления дисперсии НСВ Х можно использовать формулу:

$$D(X)=\int_a^b x^2 f(x)dx-\left(M(X)\right)^2$$

Пример. Найти плотность распределения и числовые характеристики случайной величины X заданной интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & npu \quad x \le 3; \\ \dfrac{x^2 - 9}{27}, & npu \quad 3 < x \le 6; \\ 1, & npu \quad x > 6. \end{cases}$$

Решение.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0, & \text{при} \quad x \le 3; \\ \dfrac{2}{27}x, & \text{при} \quad 3 < x \le 6; \\ 0, & \text{при} \quad x > 6. \end{cases}$$

$$M(X)=\int_{3}^{6}\frac{2}{27}x^{2}dx=$$

$$M(X)=\int_3^6 \frac{2}{27}x^2dx=\frac{2}{27}\int_3^6 x^2dx=$$

$$M(X)=\int_3^6 \frac{2}{27}x^2dx=\frac{2}{27}\int_3^6 x^2dx=$$

$$=\frac{2}{27}\cdot\frac{x^3}{3}\Bigg|_3^6=$$

$$M(X)=\int_3^6 \frac{2}{27}x^2dx=\frac{2}{27}\int_3^6 x^2dx=$$

$$=\frac{2}{81}\left(6^3-3^3\right)=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3};$$

$$D(X)=\int_3^6 x^2\,\frac{2}{27}x\,dx-\left(\frac{14}{3}\right)^2=$$

$$=\int_3^6 \frac{2}{27}x^3dx-\left(\frac{14}{3}\right)^2=\frac{2}{27}\int_3^6 x^3dx-\left(\frac{14}{3}\right)^2=$$

$$=\frac{13}{18}\approx 0{,}72;$$

$$\sigma(X) = \sqrt{0{,}72} \approx 0{,}85$$