

# Цифровая обработка изображений

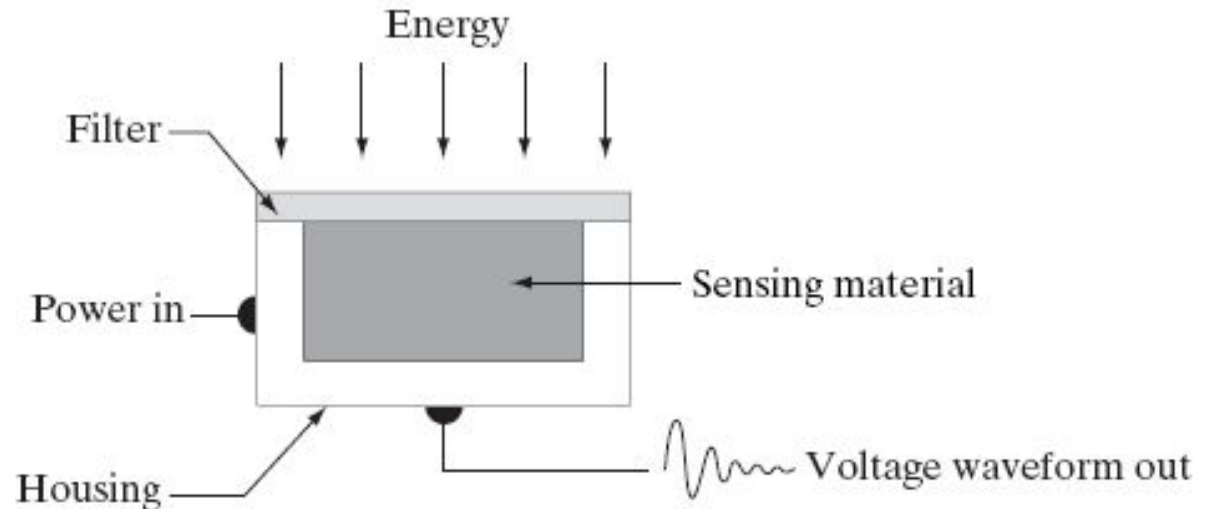
Нгуен Ныы Ман  
ngnhuman@mail.ru

# ЛЕКЦИЯ 1

# Формирование изображения

- Подавляющее большинство цифровых изображений получено на основе энергии излучения электромагнитных волн.
- Энергия освещения либо отражается от сцены, либо проходит сквозь нее.
- Энергия освещения фиксируется с помощью сенсора (ЧЭ), чувствительного к излучаемой энергии.

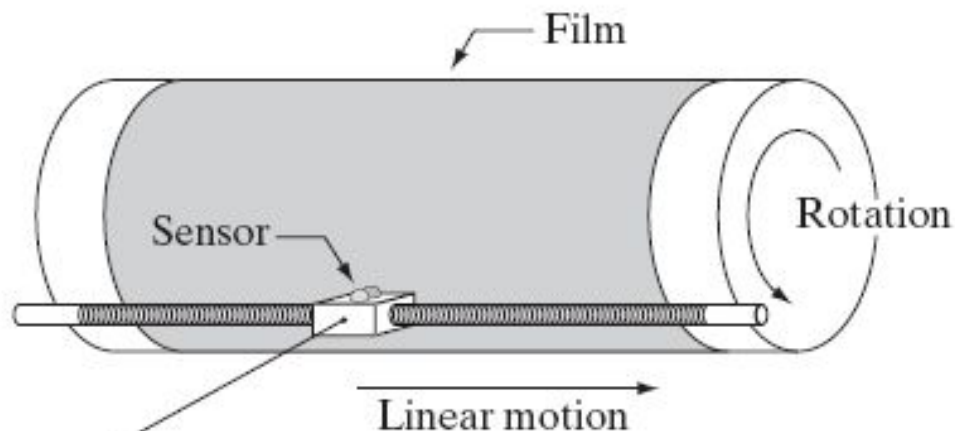
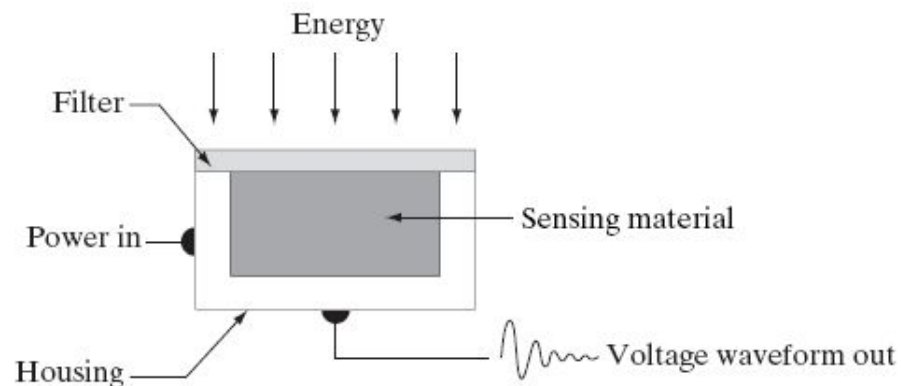
# Формирование изображения



- Материал ЧЭ чувствителен к некоторому интересующему виду излучения
- Преобразование основано на следующем принципе: энергия освещения, подающая на ЧЭ, преобразуется в напряжение благодаря сочетанию материала ЧЭ и приложенной к нему электрической энергии

# Формирование изображения

## Одиночный ЧЭ



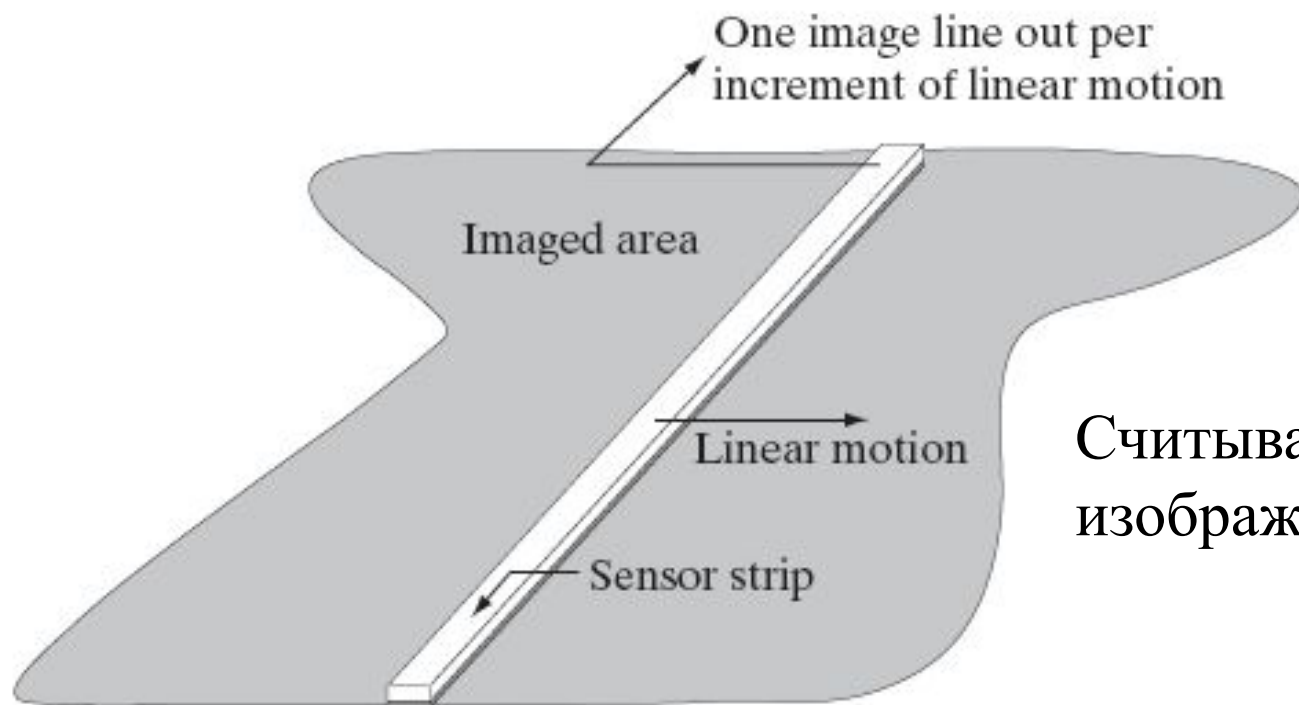
One image line out  
per increment of rotation  
and full linear displacement  
of sensor from left to right.

Перемещение сенсора  
при регистрации  
двумерного изображения

# Формирование изображения

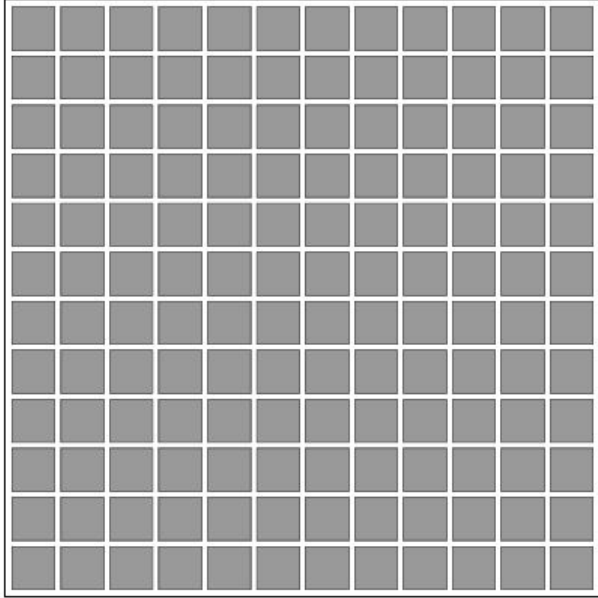


Линейка ЧЭ



Считывание двумерного изображения

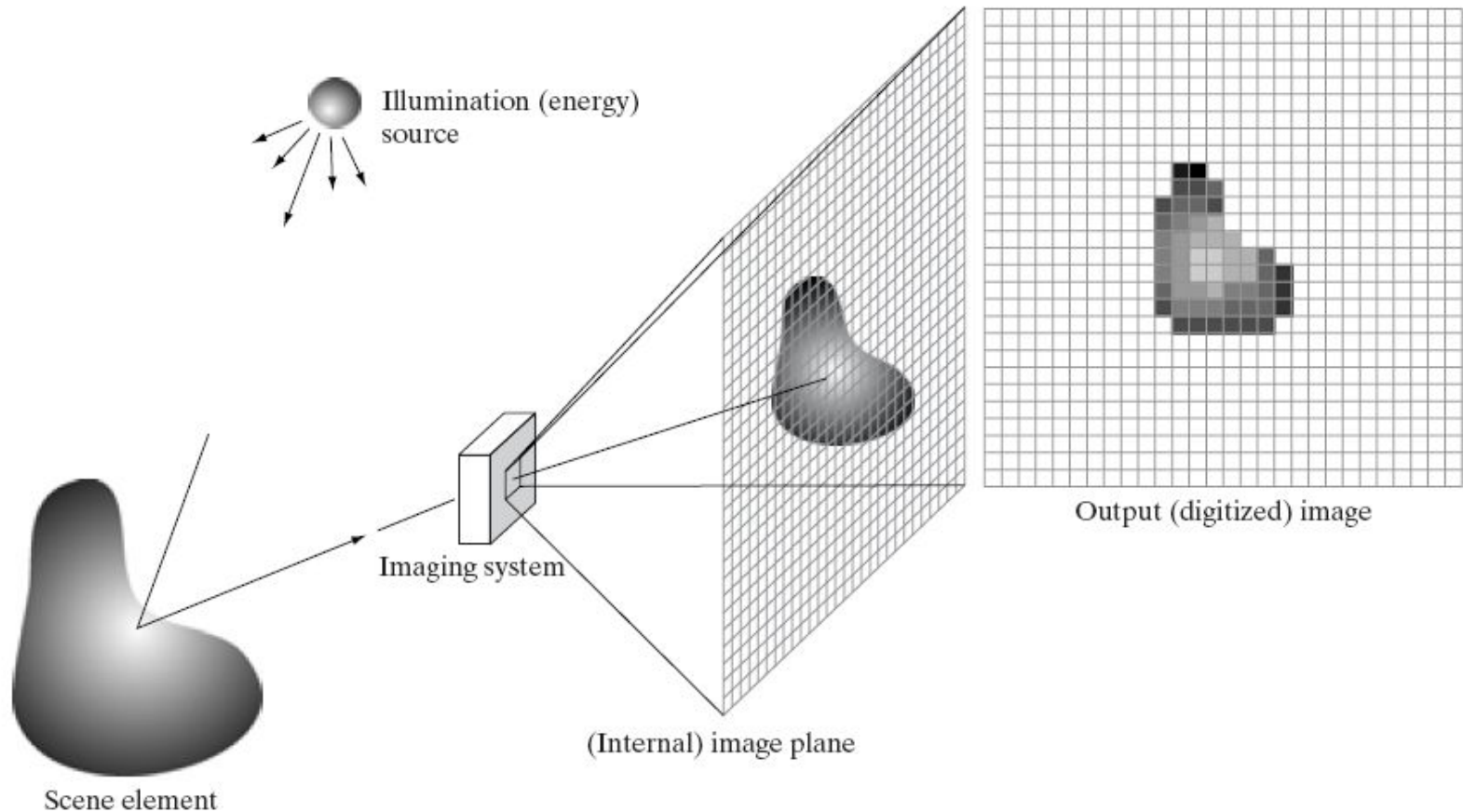
# Формирование изображения



Матрица ЧЭ

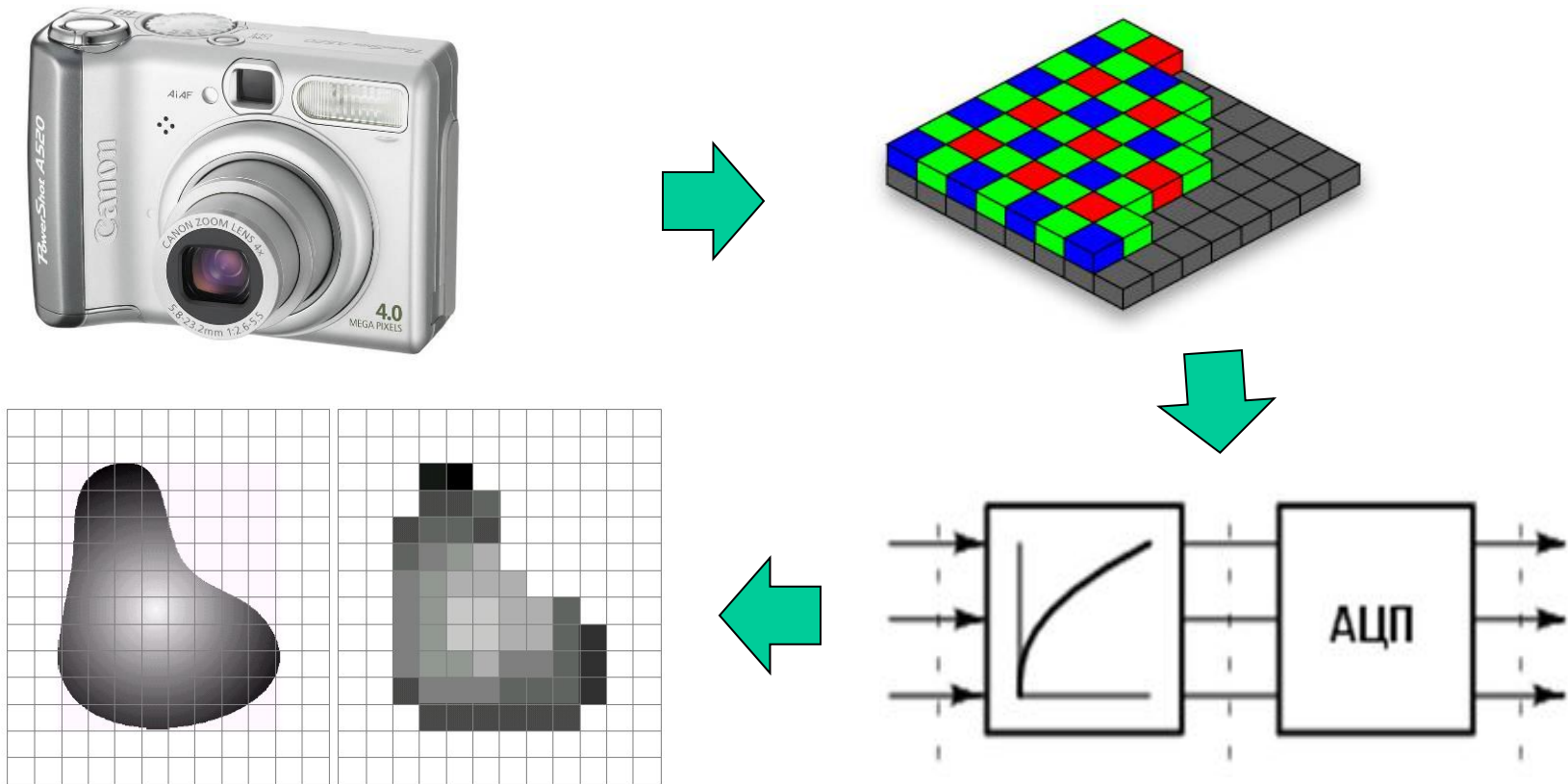
- Матрица сенсоров выпускается в виде монолитной конструкции, объединяющей 4000x4000 элементов (и более) с широким диапазоном чувствительных свойств.
- Выходной сигнал пропорционален интегралу световой энергии за время экспозиции.

# Формирование изображения



Первая функция, выполняемая системой формирования изображения, состоит в том, чтобы собрать поступающую энергию и сфокусировать ее на плоскости изображения.



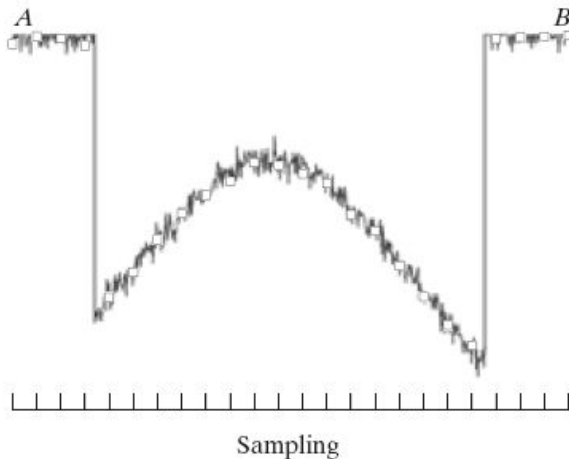
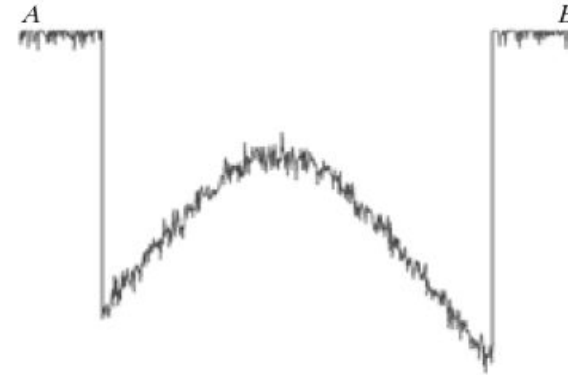
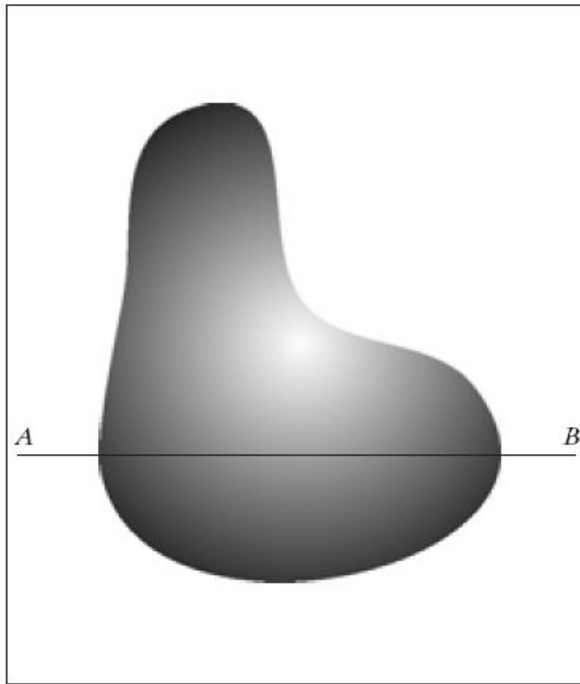


- Выходные сигналы преобразуются в комплексный видеосигнал с помощью цифровой и аналоговой электроники (например АЦП).
- Регистрация изображения таким образом осуществляется дискретно расположенными на матрице сенсорами.

# Дискретизация и квантование изображения

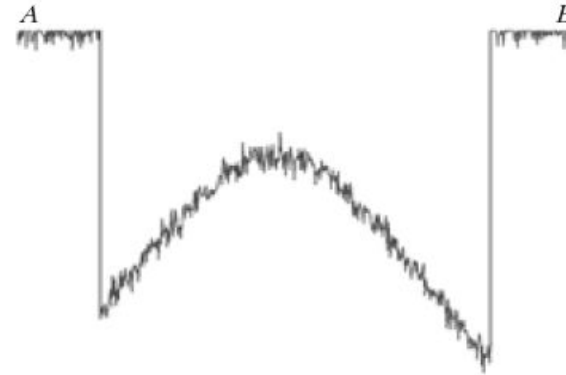
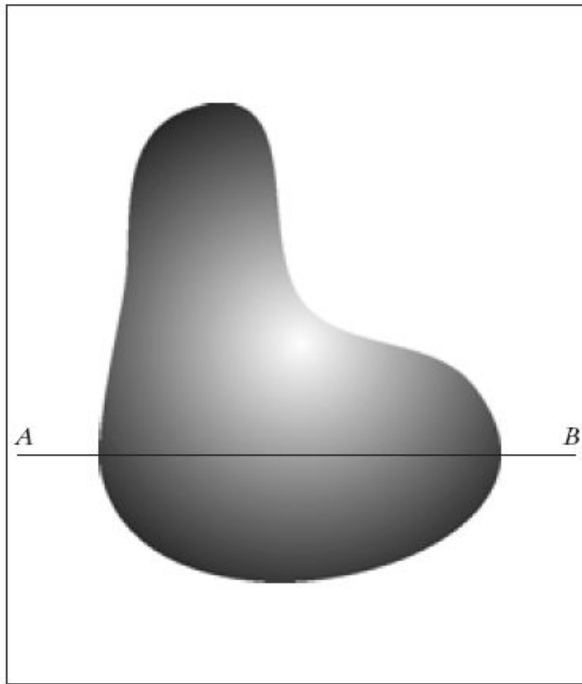
- сформировать цифровое изображение на основе данных, полученных как выходные сигналы матрицы сенсоров.
- выходной сигнал сенсора - аналоговый сигнал в форме непрерывного изменяющегося напряжения.
- преобразовать эти непрерывные выходные сигналы в цифровую форму.

# Дискретизация и квантование изображения

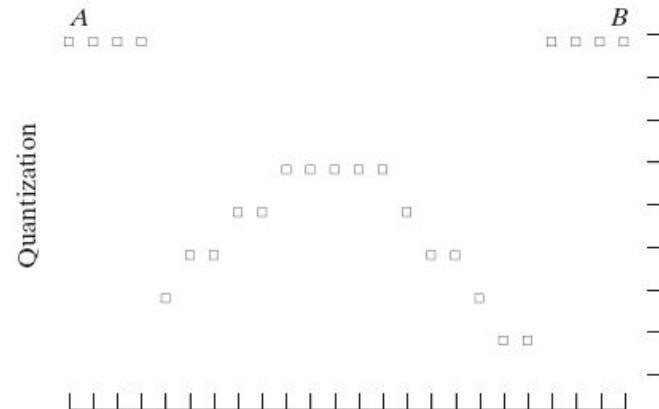


Дискретизация - замена  
реального непрерывного  
изображения набором  
отсчетов в дискретные  
моменты времени

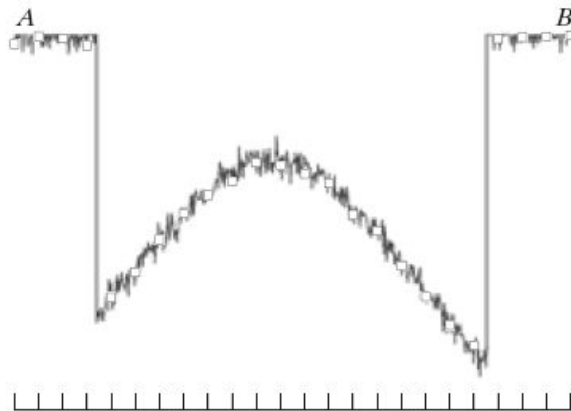
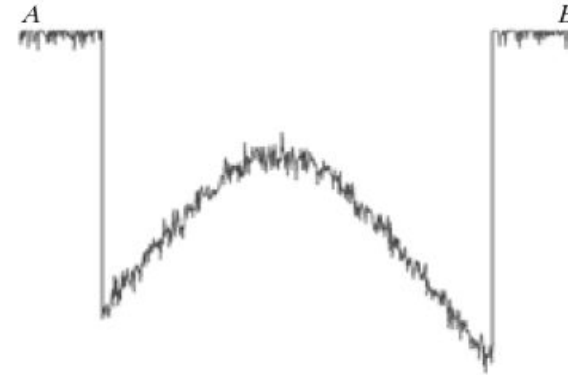
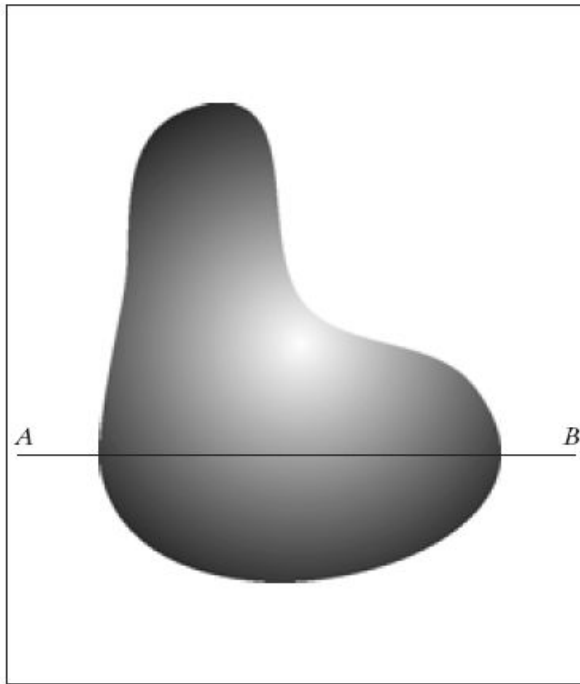
# Дискретизация и квантование изображения



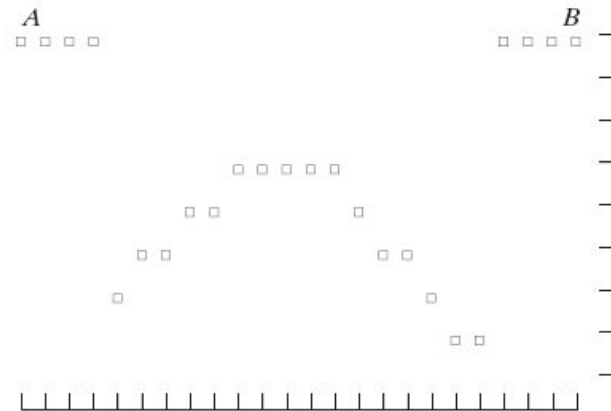
Квантование -  
преобразование  
непрерывного множества  
значений сигнала  
изображения в множество  
квантованных значений



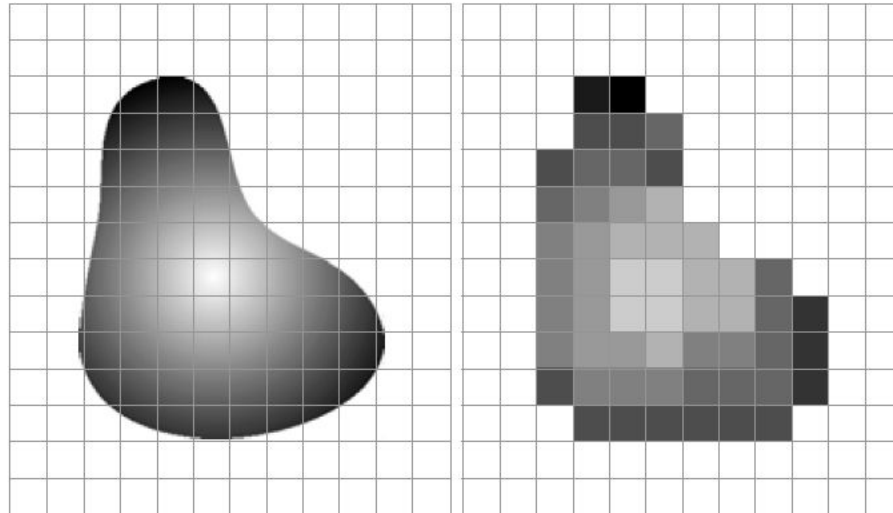
# Дискретизация и квантование изображения



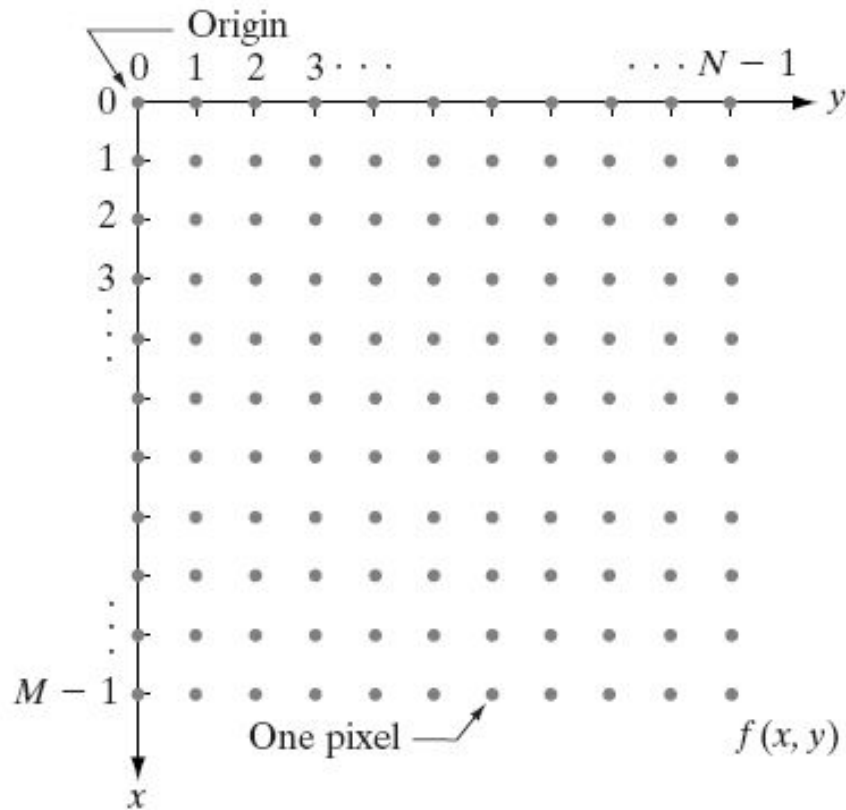
Sampling



# Дискретизация и квантование изображения



# Представление цифрового изображения



Элемент матрицы  $f(x, y)$  называется элементом изображения или пикселем

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \cdots & f(0, N - 1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \cdots & f(1, N - 1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M - 1, 0) & f(M - 1, 1) & \cdots & f(M - 1, N - 1) \end{bmatrix}$$

# Число градаций яркости изображения

- Число градаций:

$$L=2^k$$

- Уровни яркости расположены с постоянным шагом и принимают целые значения в динамическом диапазоне:  $[0, L-1]$
- Высокий контраст : уровни яркости занимают значительную часть всего динамического диапазона.
- Количество битов:  
$$b=M \times N \times k$$
- $k$ -битное изображение



# Число градаций яркости изображения

$N/k$	1 ( $L = 2$ )	2 ( $L = 4$ )	3 ( $L = 8$ )	4 ( $L = 16$ )	5 ( $L = 32$ )	6 ( $L = 64$ )	7 ( $L = 128$ )	8 ( $L = 256$ )
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152
1024	1,048,576	2,097,152	3,145,728	4,194,304	5,242,880	6,291,456	7,340,032	8,388,608
2048	4,194,304	8,388,608	12,582,912	16,777,216	20,971,520	25,165,824	29,369,128	33,554,432
4096	16,777,216	33,554,432	50,331,648	67,108,864	83,886,080	100,663,296	117,440,512	134,217,728
8192	67,108,864	134,217,728	201,326,592	268,435,456	335,544,320	402,653,184	469,762,048	536,870,912

# ЛЕКЦИЯ 2

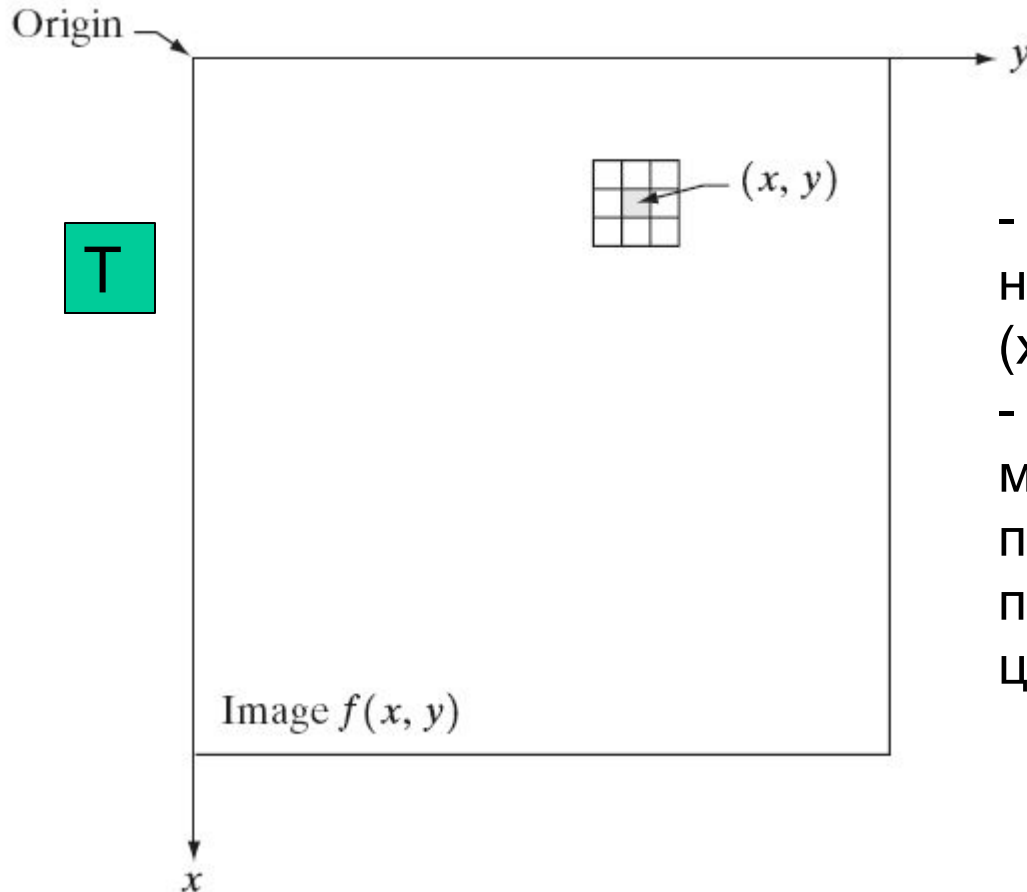
# Методы улучшения изображения

- Улучшение изображения: обработка изображения, чтобы получить более подходящее изображение с точки зрения конкретного применения.
- 2 категории:
  - методы обработки в пространственной области (пространственные методы): прямое манипулирование пикселями;
  - методы обработки в частотной области (частотные методы): модификация сигнала, формируемого путем применения преобразования Фурье.
- комбинация методов из данных двух категорий

# Пространственные методы

Процедуры, оперирующие непосредственно значениями пикселей:

$$g(x,y)=T[f(x,y)]$$

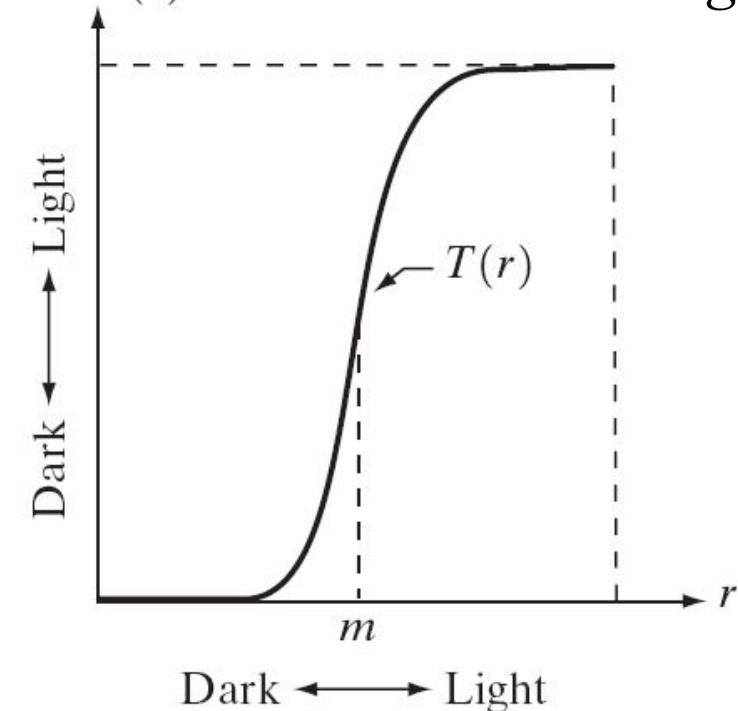


- Оператор  $T$  определяется в некоторой окрестности точки  $(x,y)$
- Окрестностью точки  $(x,y)$  могут быть квадратная или прямоугольная области - подмножества изображения, centered in the point  $(x,y)$

# Поэлементная обработка

- Окрестность имеет размер 1x1
- $g$  зависит от  $f$  только в точке  $(x,y)$
- $T$  – функция градационного преобразования (функция преобразования интенсивности, функция отображения)
- $s = T(r)$

$$s = T(r)$$

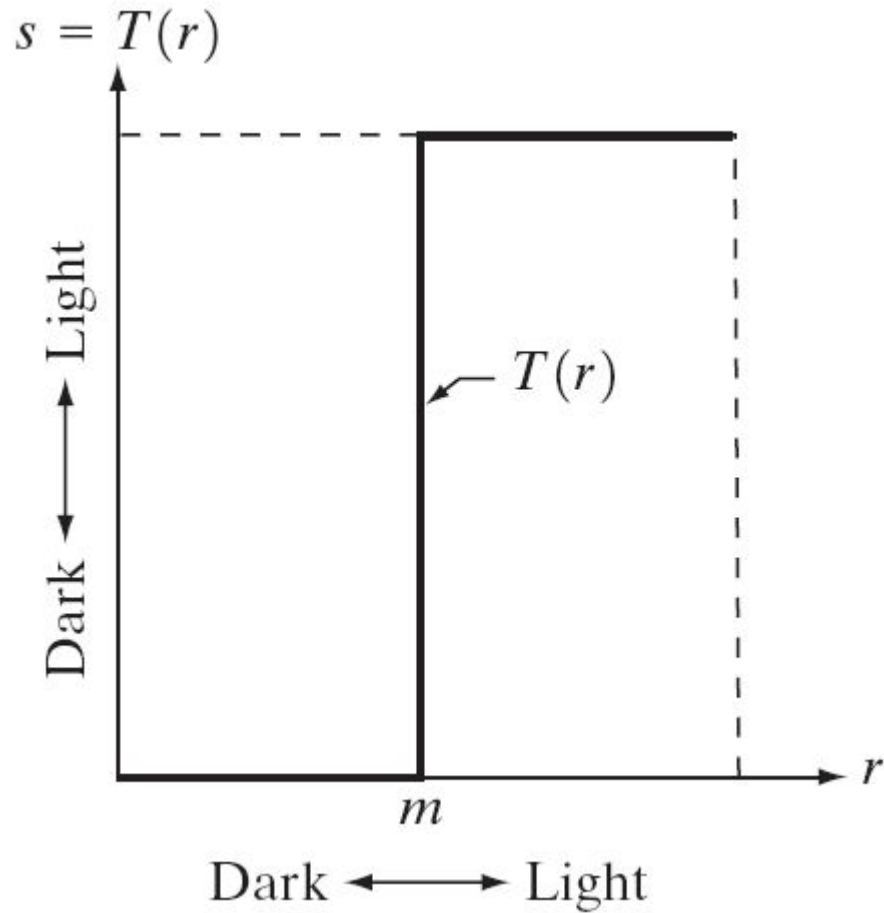


$$g = 1. / (1 + (m / (double(f) + esp))). ^ E$$

## Усиление контраста

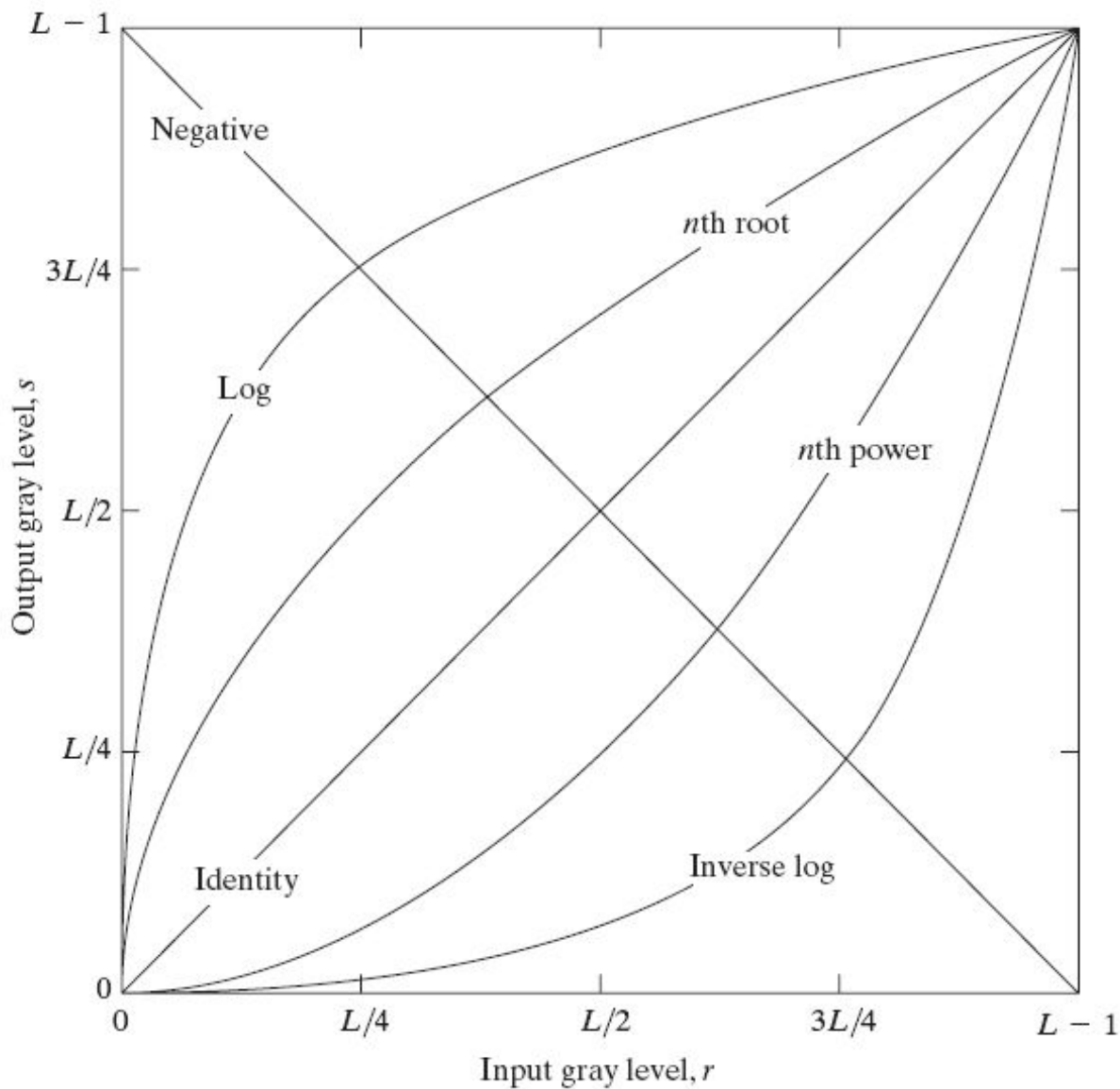
- Получить изображение более высокого контраста;
- Затемнить пиксели со значением  $< m$ ;
- Повысить яркость пикселей со значением  $> m$

- Пороговая функция



- Двухградационное  
(бинарное) изображение

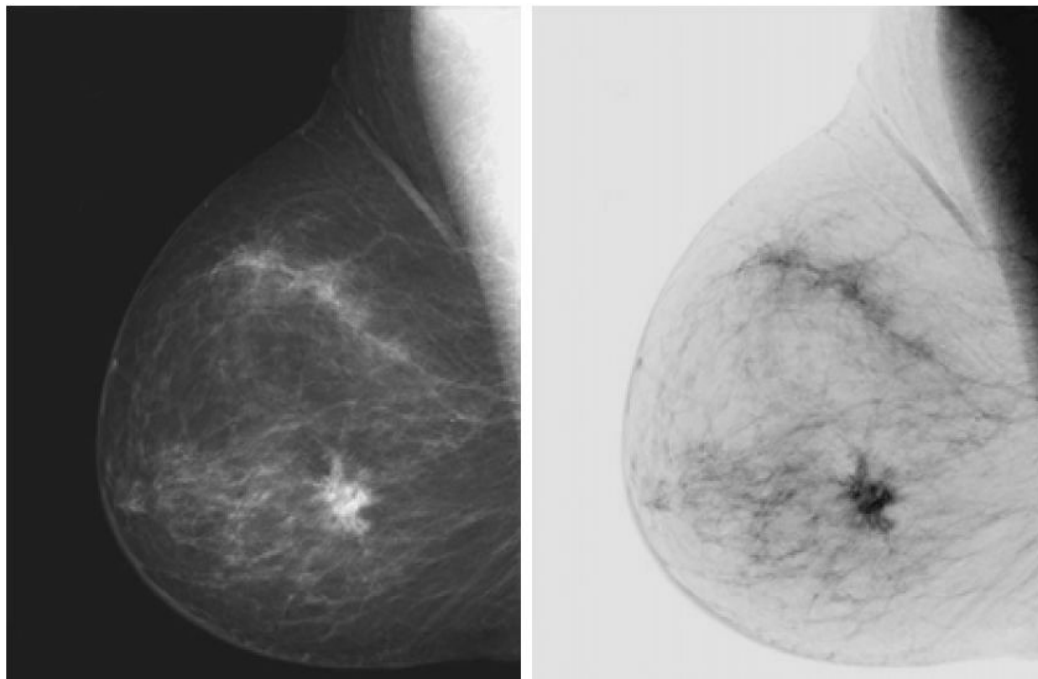
# Основные градационные преобразования



- Линейное
- Логарифмическое
- Степенное

# Линейное преобразование

- Тождественное
- Негатив  $s=L-1-r$



Рентгенограмма молочной железы

$g=\text{imcomplement}(f)$

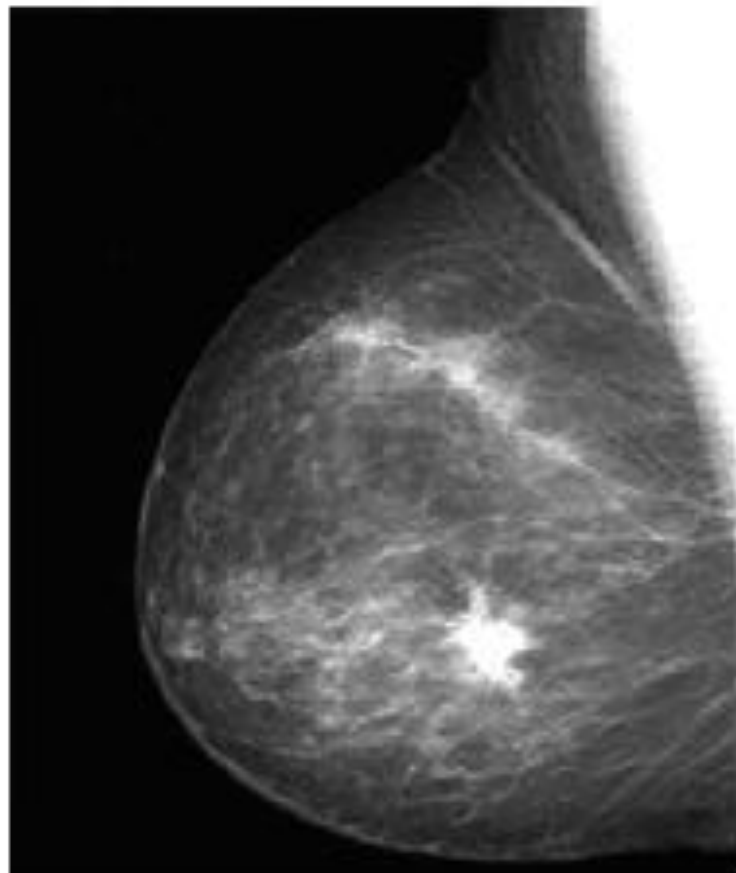
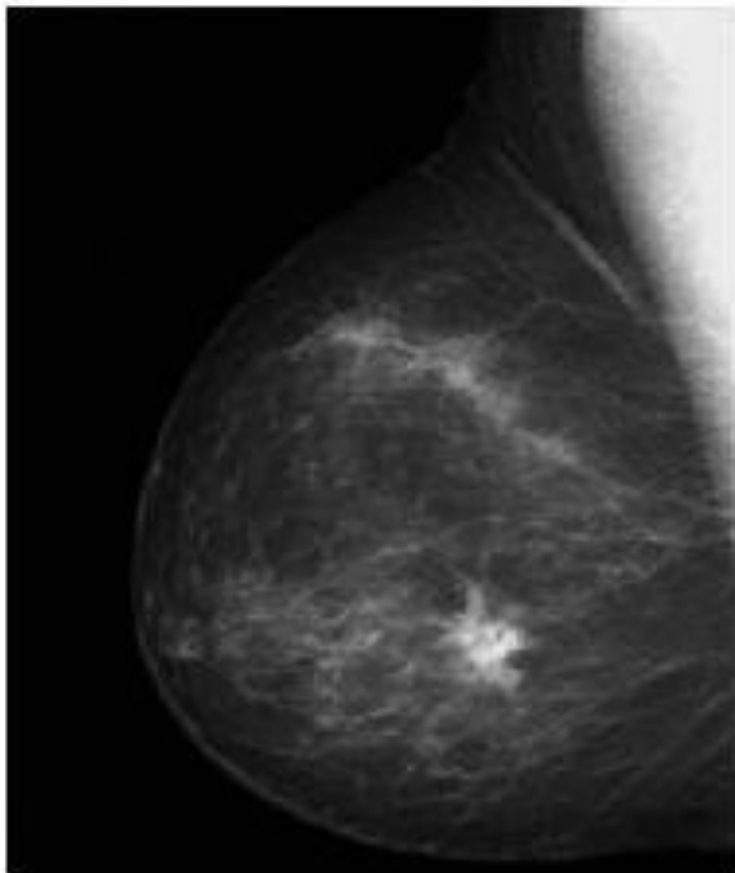
- Переворот уровней яркости.
- Усиление белых или серых деталей на фоне темных областей, особенно когда темные области имеют преобладающие размеры.



# Логарифмическое преобразование

- $s = \text{clog}(1+r)$

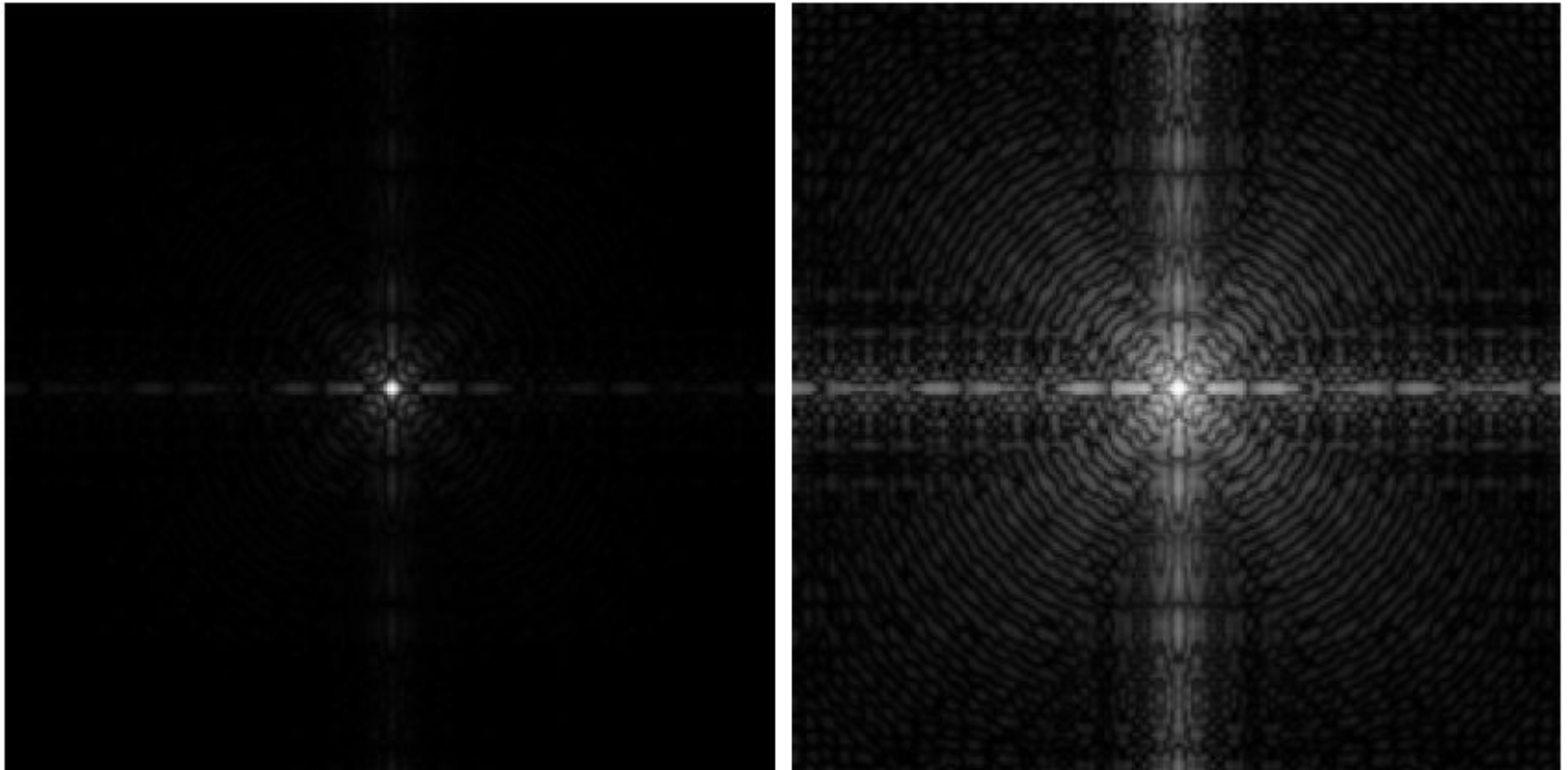
$$g = \text{im2uint8}(\text{mat2gray}(\log(1+f)))$$



- Увеличить диапазон малых значений яркости (узкий  широкий)
- Уменьшить диапазон больших значений яркости
- Растяжение диапазона значений темных пикселей
- Сжатие диапазона ярких пикселей

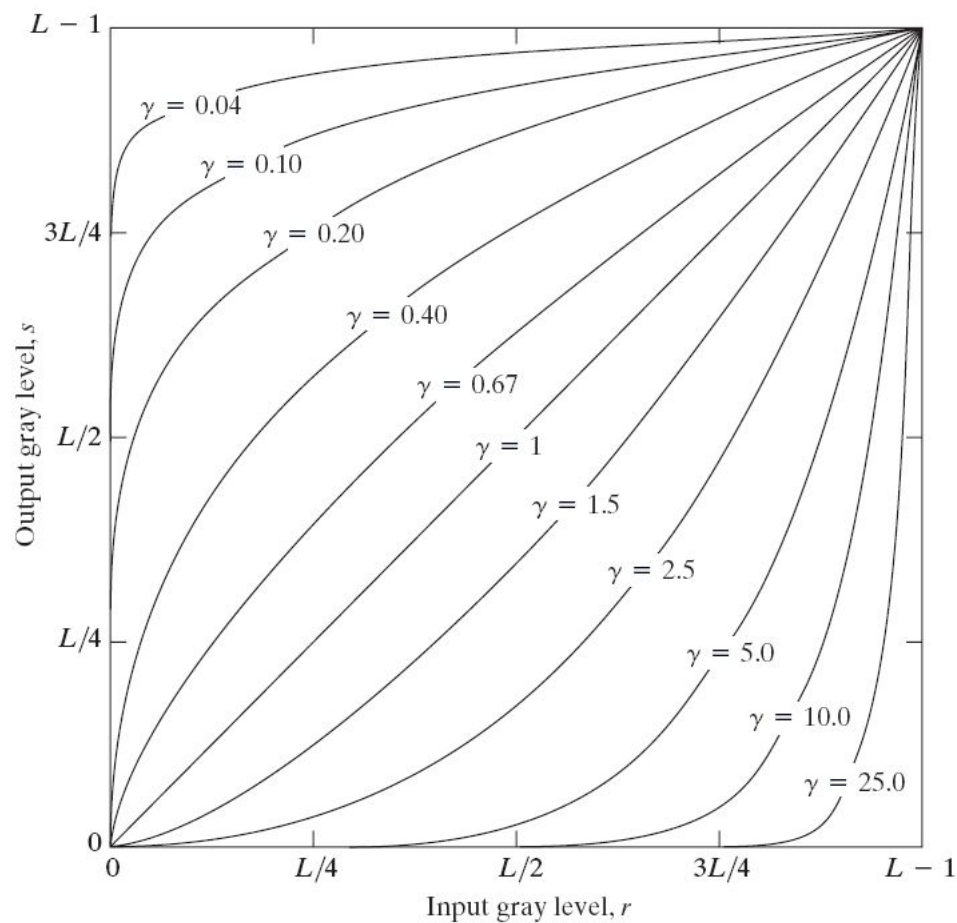
# Логарифмическое преобразование

- Спектр преобразования Фурье:  $0-10^6$
- Выразить в 8-битной системе воспроизведения (256 градаций) □ наиболее яркие пиксели будут доминировать над слабыми □ теряются много менее ярких деталей



Диапазон уменьшается от  $10^6$  до примерно 14

# Степенное преобразование



$$s = cr^\gamma$$

- Увеличить диапазон малых значений яркости (узкий  широкий)
- Уменьшить диапазон больших значений яркости

# Электронно-лучевая трубка (ЭЛТ) $r=k.U^{2.5}$

Image as viewed on monitor

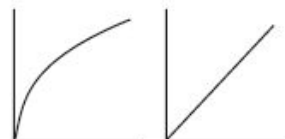
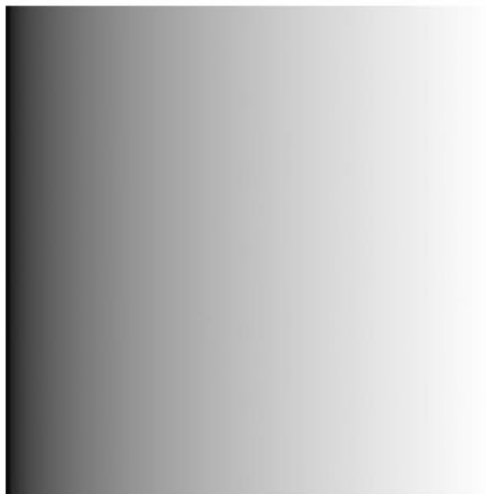
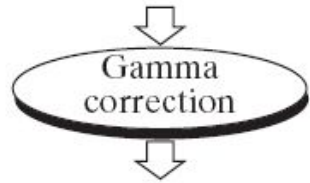
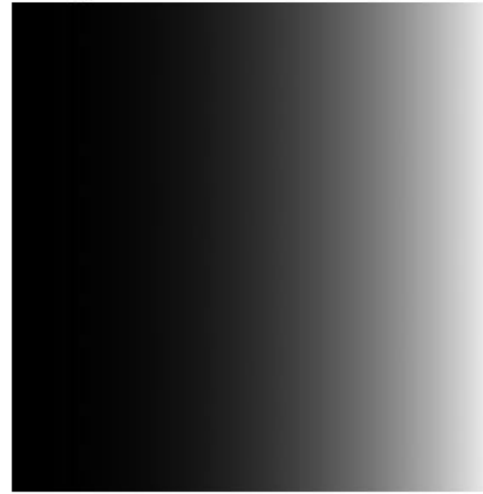
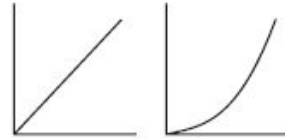
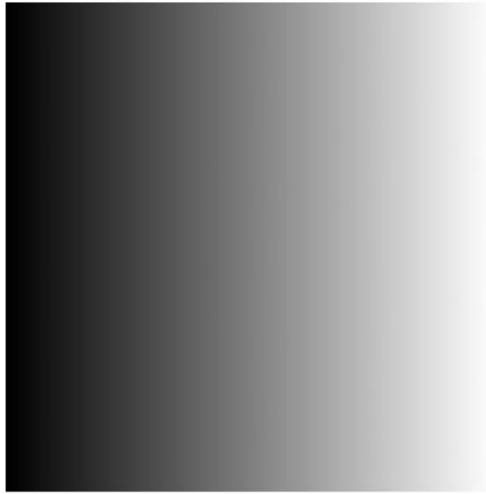


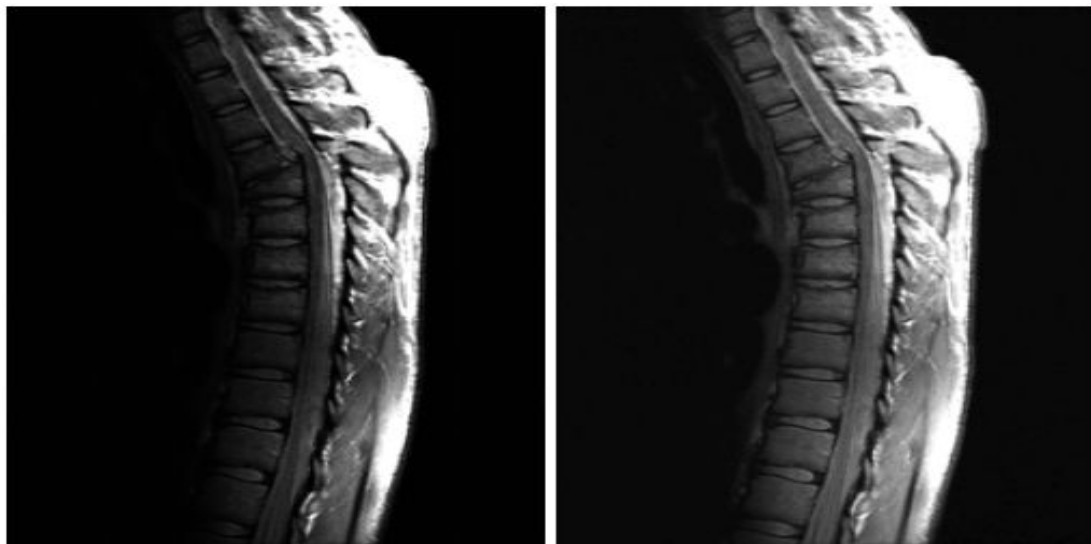
Image as viewed on monitor



Гамма-  
коррекция:  
 $s=c.r^{1/2.5}$

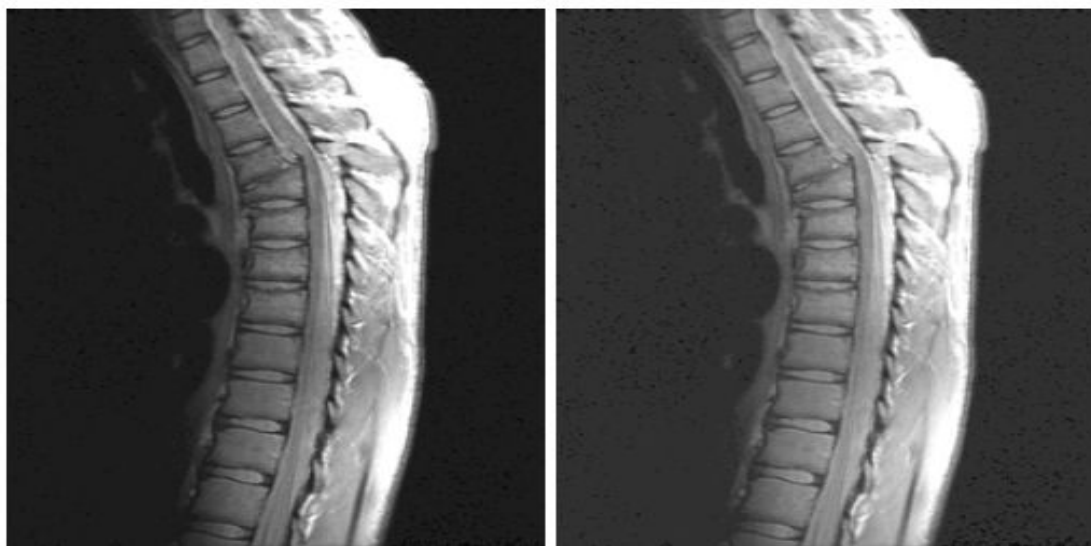
- компьютер,  
сканер,  
принтер и т.д...
- коррекция  
соотношения  
между  
цветами

Снимок позвоночника с переломом, получен с помощью ЯМР-томографа (ядерный магнитный резонанс). Результаты преобразования с  $s=1$ ,  $v=0.6$ ,  $0.4$ ,  $0.3$



$v=0.6 \square 0.4$ : более контрастно

$v=0.4 \square 0.3$ : контраст снижается  
(вылинявший вид)

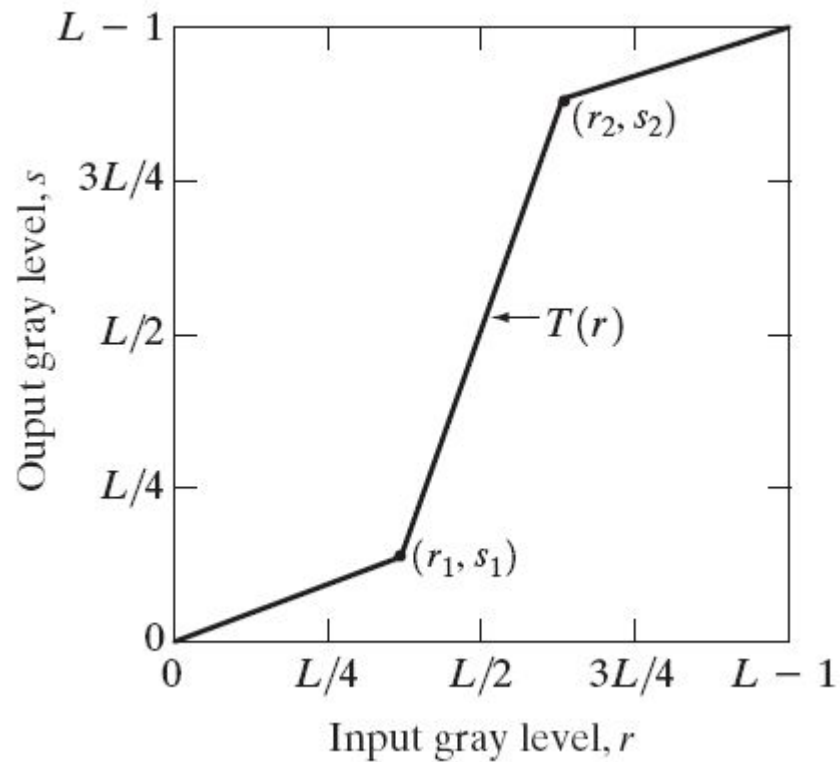


Аэрофотоснимок. Результаты преобразования с  $s=1$ ,  $v=3,4,5$ .



# Кусочно-линейные функции преобразования

- Преимущество:
  - форма почти произвольная
- Недостаток:
  - Много параметров

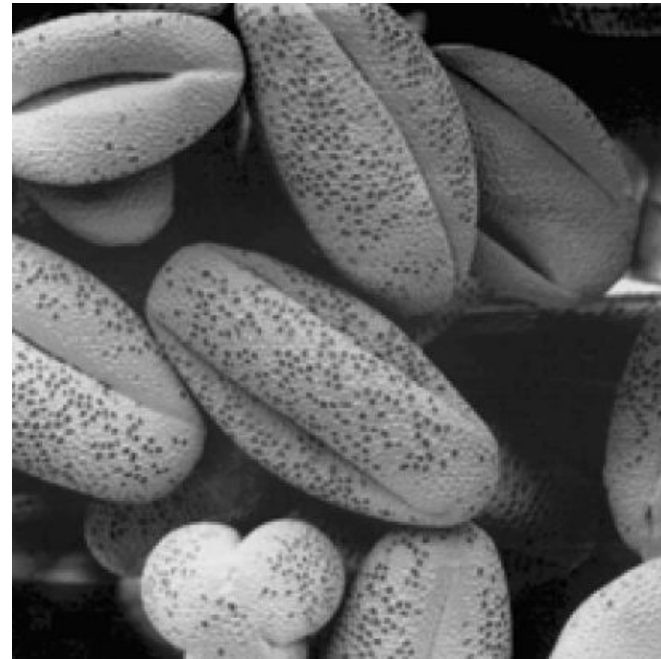
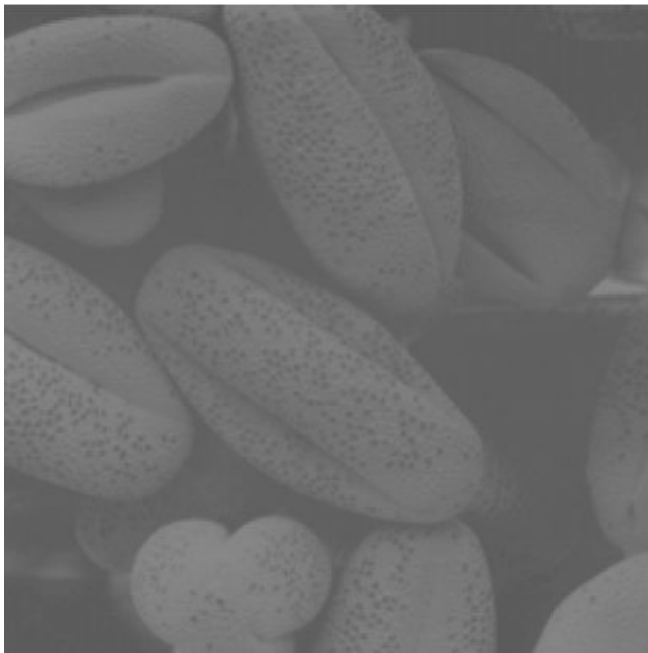


Усиление контраста:

-  $r_1=s_1$ ,  $r_2=s_2$

-  $r_1=r_2, s_1=0, s_2=L-1$

.....



$$(r1,s1)=(rmin,0)$$
$$(r2,s2)=(rmax,L-1)$$



Пороговое преобразование  
 $r1=r2=m$ ,  $m=(rmin+rmax)/2$

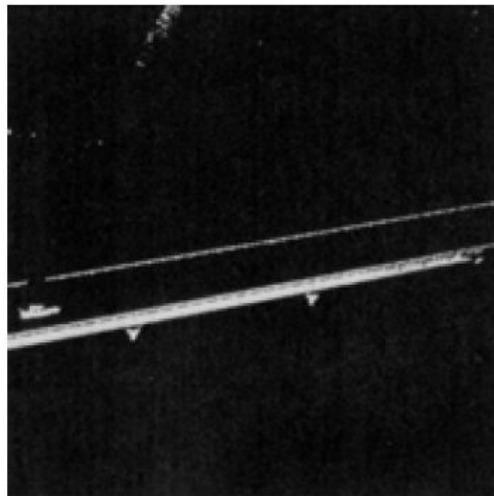
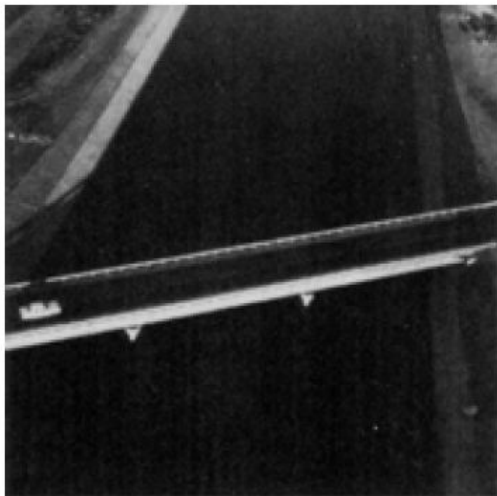
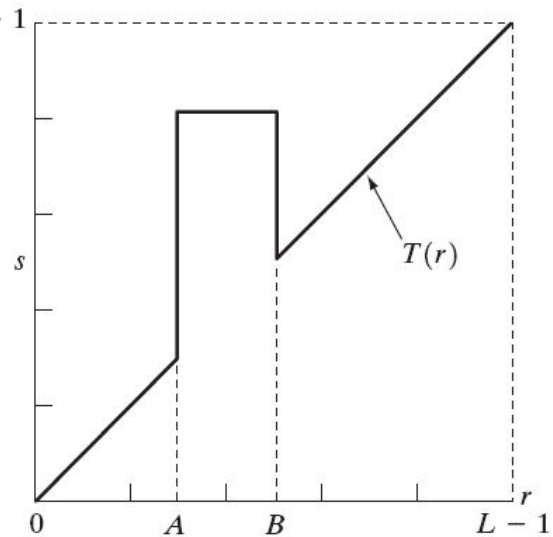
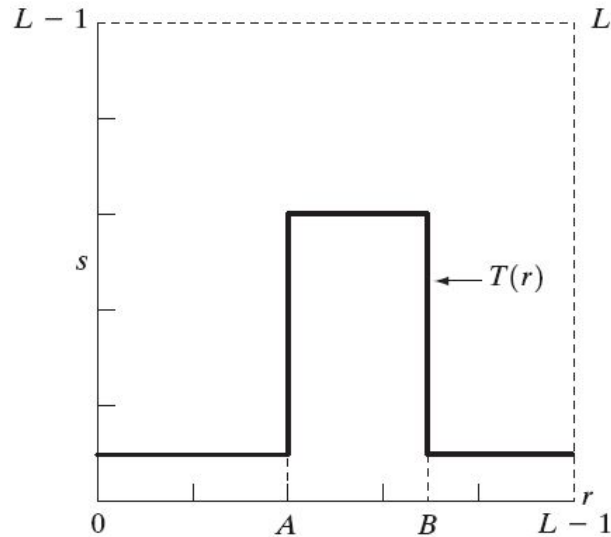


Улучшить контраст отдельных деталей:

-участков воды на спутниковых изображениях

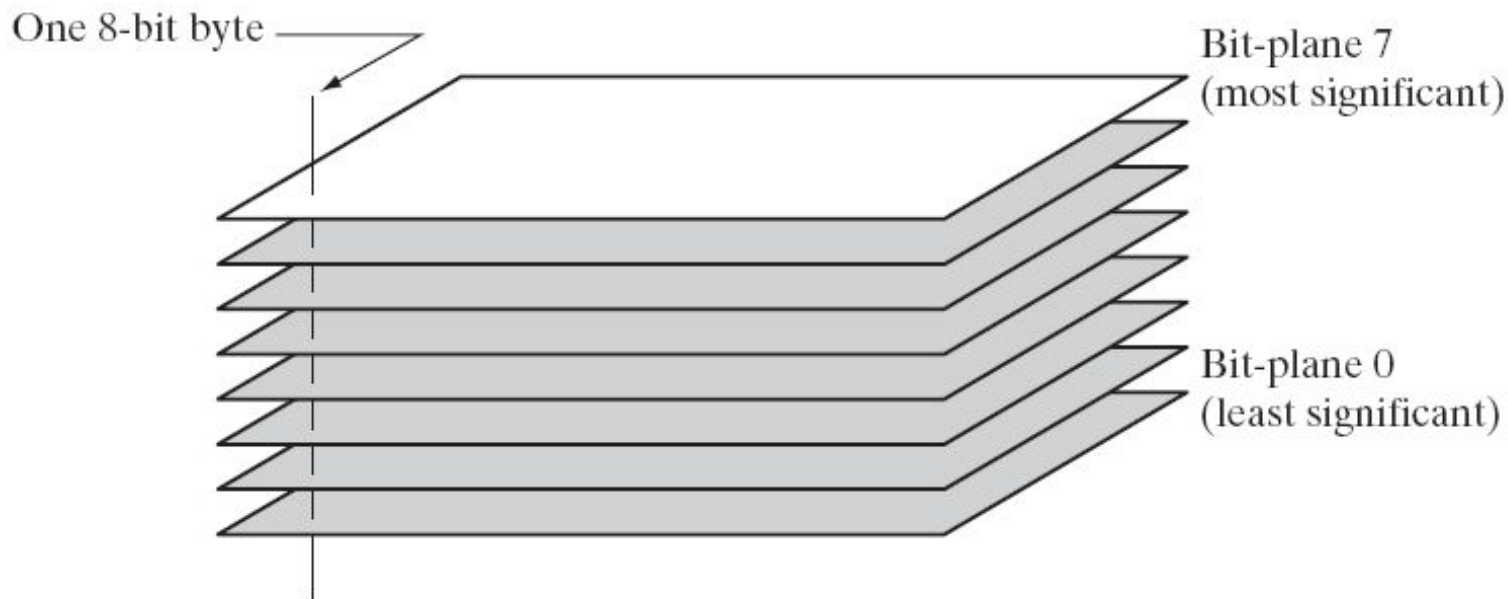
-дефектов изделий на рентгеновских изображениях

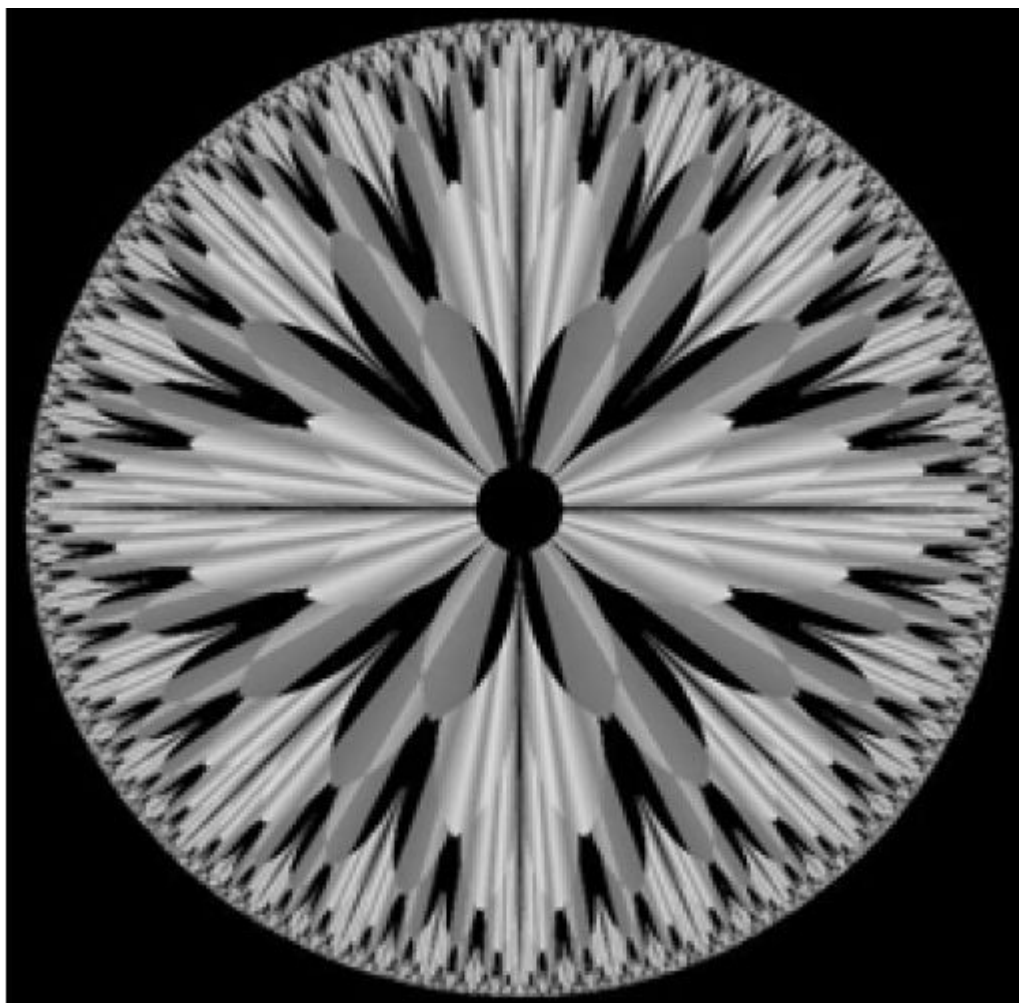
### □ Вырезание диапазона яркостей



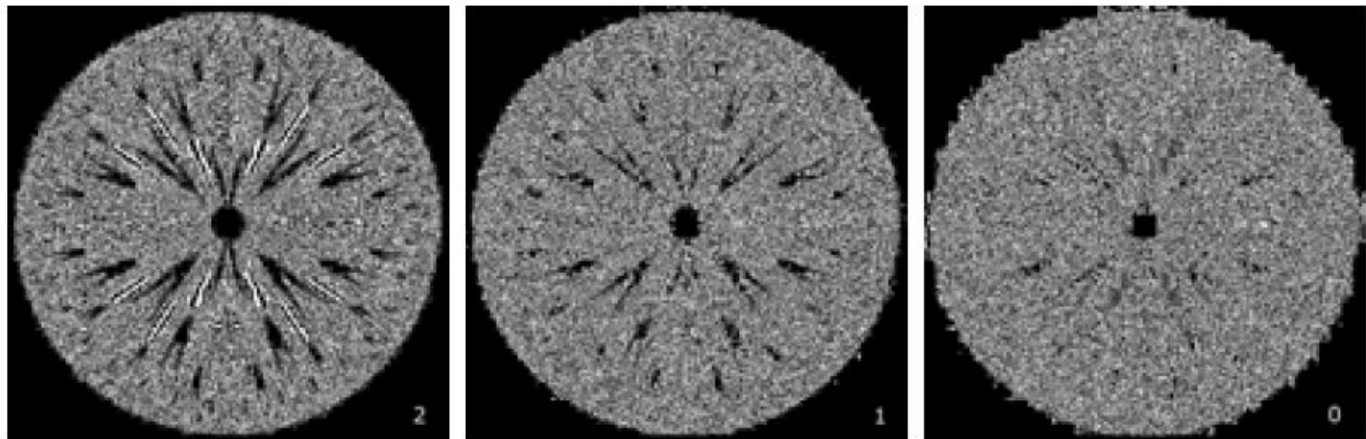
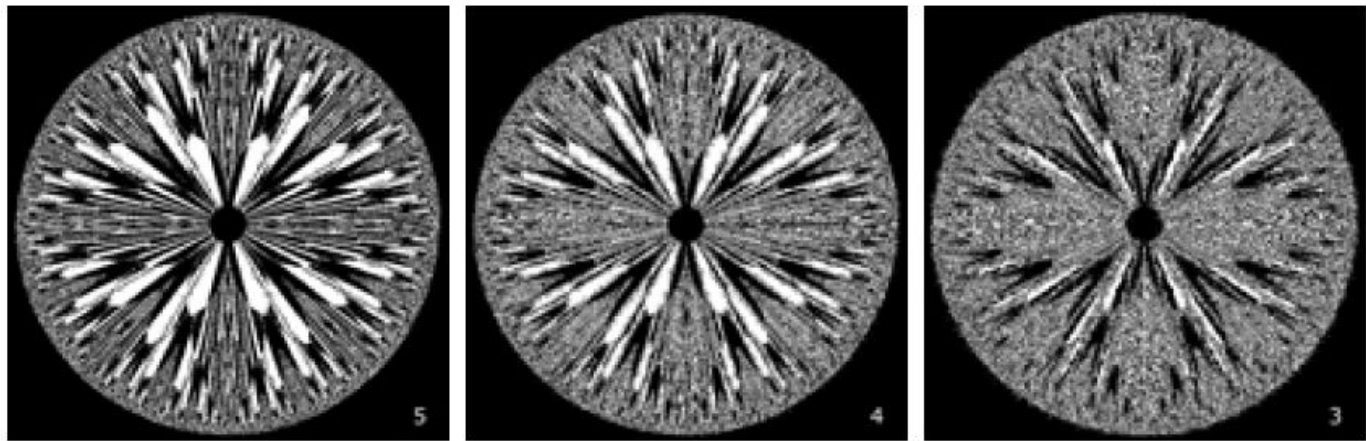
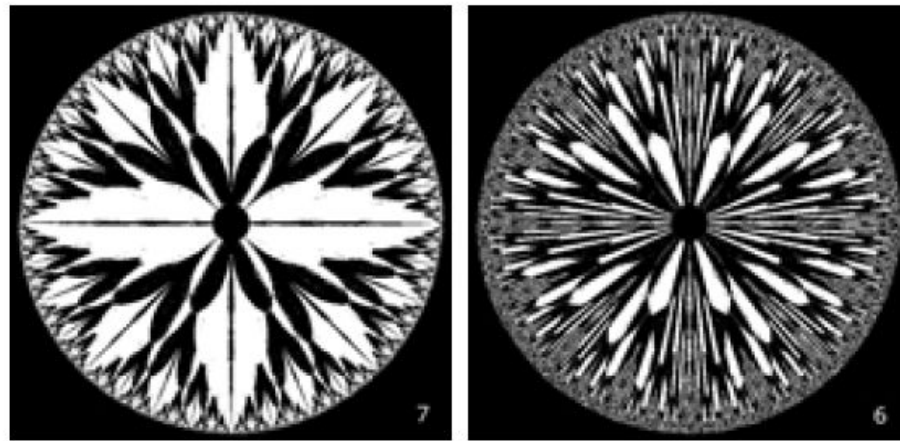
# Вырезание битовых плоскостей

- Каждый пиксель представлен 8 битами.
- Изображение представлено в виде восьми битовых плоскостей.
- Для получения 7-ой плоскости:
  - Отображать все уровни от 0 до 127 в 0
  - Отображать все уровни от 128 до 255 в 255





8-битовое  
фрактальное  
изображение



# ЛЕКЦИЯ 3

# Гистограмма

*Гистограмма* – это график распределения яркостей на изображении. На горизонтальной оси - шкала яркостей тонов от белого до черного, на вертикальной оси - число пикселей заданной яркости.

$$h(r_k) = n_k$$

$r_k$  уровень яркости (градации)

$n_k$  число пикселей данной яркости

***Нормализация гистограммы:***

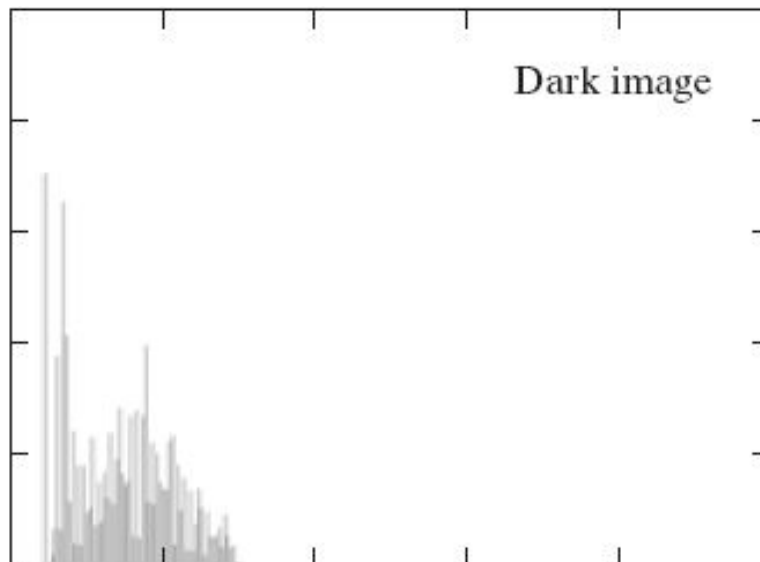
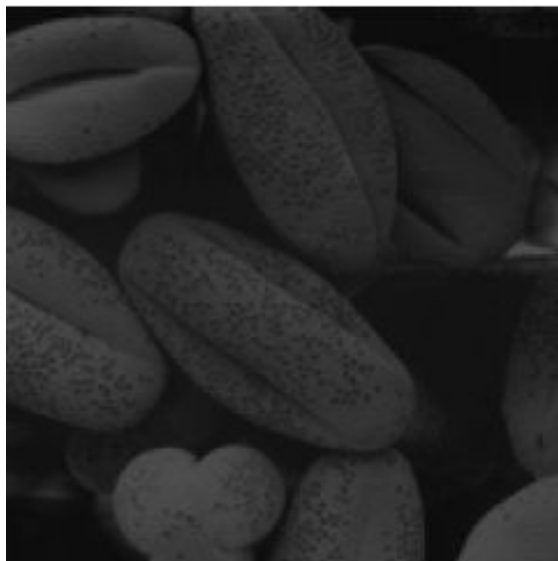
$$p(r_k) = n_k / N$$

$p(r_k)$  оценка вероятности появления

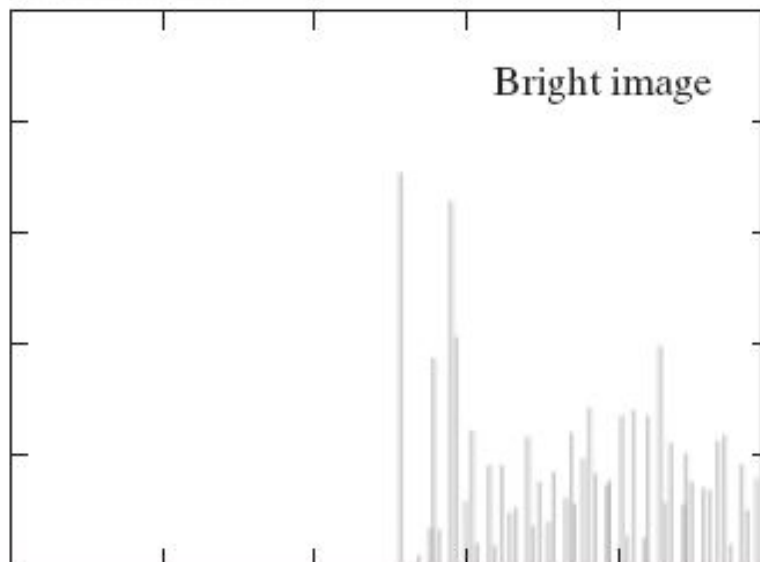
пикселя со значением яркости  $r_k$

$$\sum_k p(r_k) = 1$$

# Видноизменение гистограммы

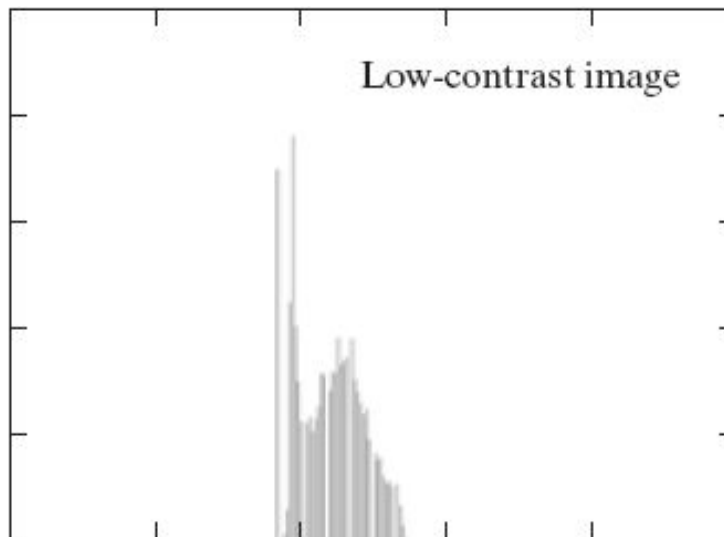
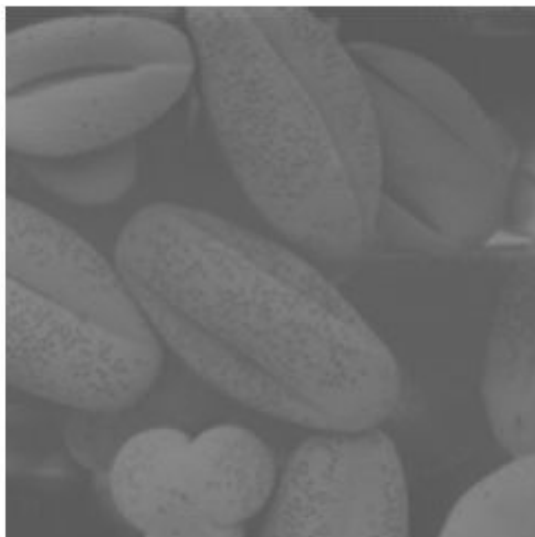


Сдвиг в  
темный  
диапазон

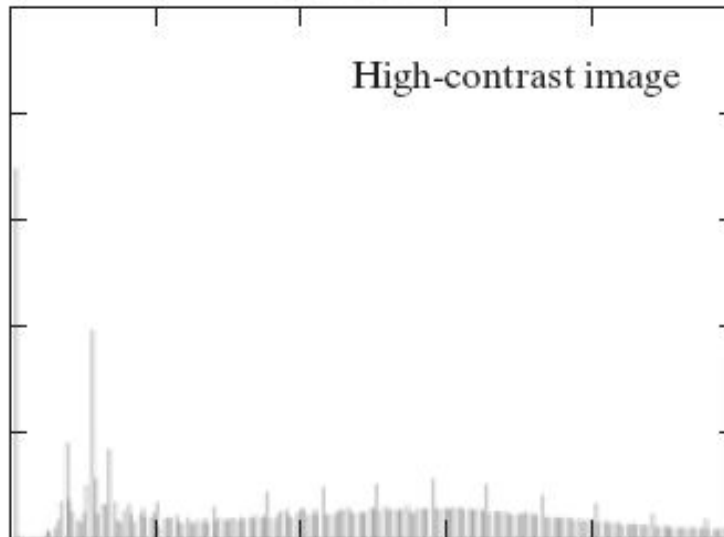
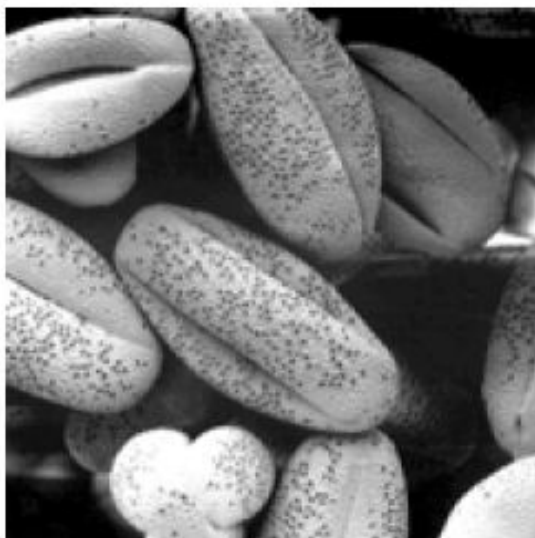


Сдвиг в  
яркий  
диапазон

# Видноизменение гистограммы



Вылинявший  
серый вид

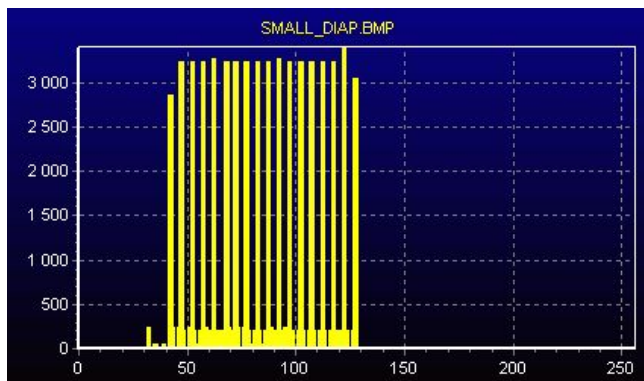


Равномерное  
распределение



# Видноизменение гистограммы

Компенсация узкого диапазона яркостей –  
линейное растяжение:



$$f^{-1}(y) = (y - y_{\min}) * \frac{(255 - 0)}{(y_{\max} - y_{\min})}$$

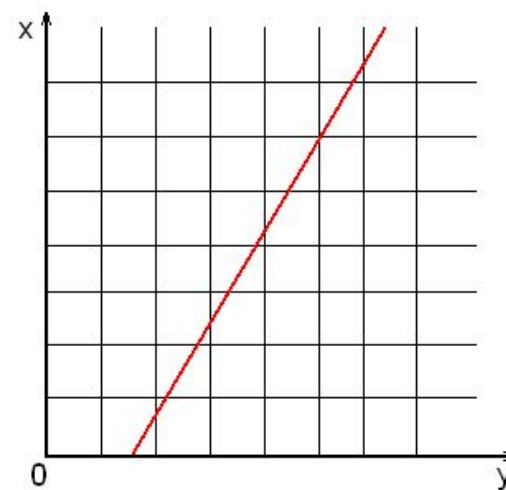
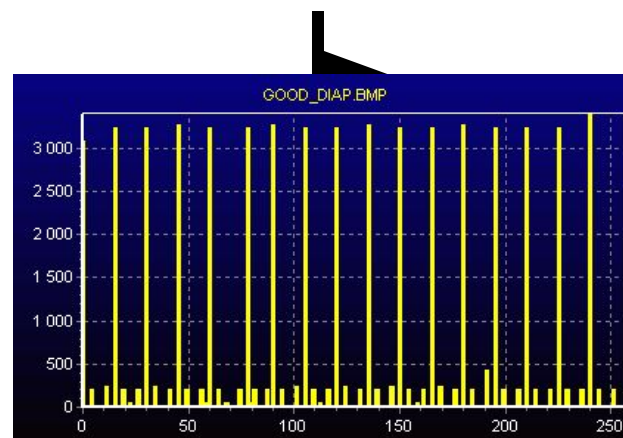
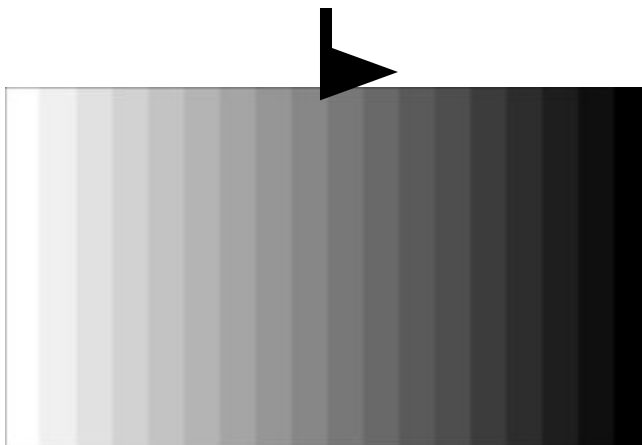
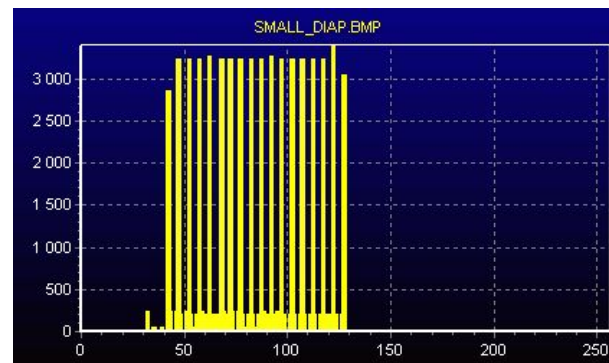


График функции  $f^{-1}(y)$

Компенсация узкого диапазона яркостей – линейное растяжение:



# Видноизменение гистограммы

Линейное растяжение – «как AutoContrast в Photoshop»



Линейная коррекция помогает не всегда!



# Видноизменение гистограммы

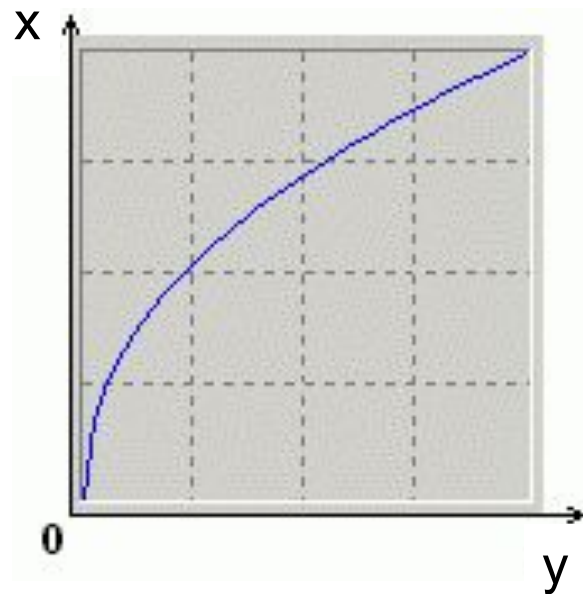
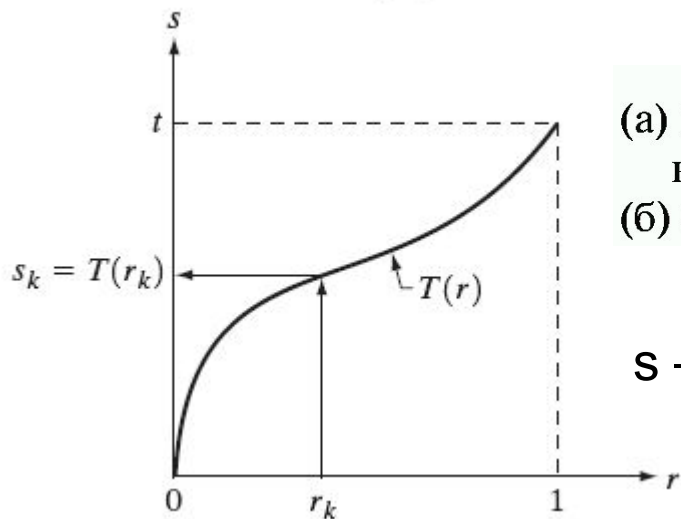


График функции  $f^{-1}(y)$

# Эквализация гистограммы

$$s = T(r) \quad 0 \leq r \leq 1$$



- (а)  $T(r)$  является однозначной и монотонно возрастающей на интервале  $0 \leq r \leq 1$ ;
- (б)  $0 \leq T(r) \leq 1$  при  $0 \leq r \leq 1$ .

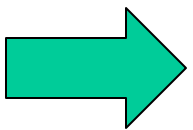
$s$  – случайная величина в  $[0,1]$  с плотностью:

$$p_s(s) = p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right|.$$

Функция преобразования:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dr} &= \frac{dT(r)}{dr} \\ &= \frac{d}{dr} \left[ \int_0^r p_r(w) dw \right] \\ &= p_r(r). \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} p_s(s) &= p_r(r) \left| \frac{dr}{ds} \right| \\ &= p_r(r) \left| \frac{1}{p_r(r)} \right| \\ &= 1 \quad 0 \leq s \leq 1. \end{aligned}$$

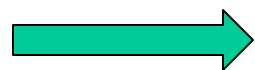
## Эквализация гистограммы

В дискретном виде:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$$

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$

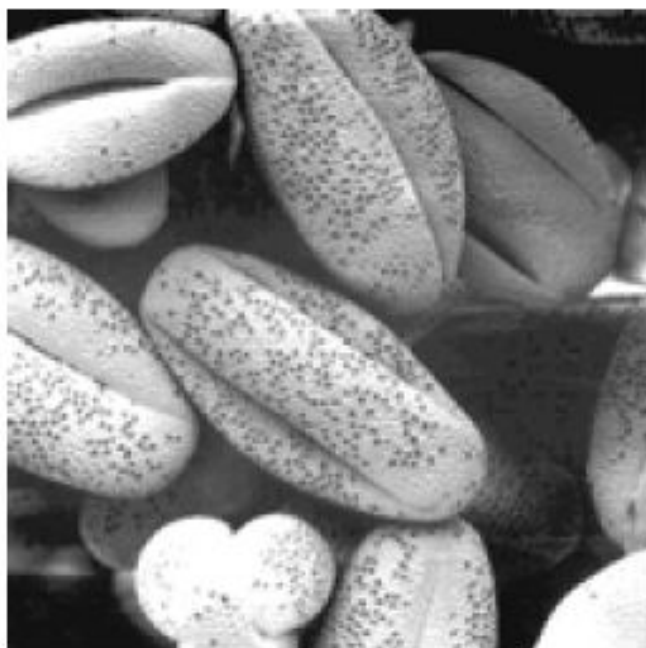
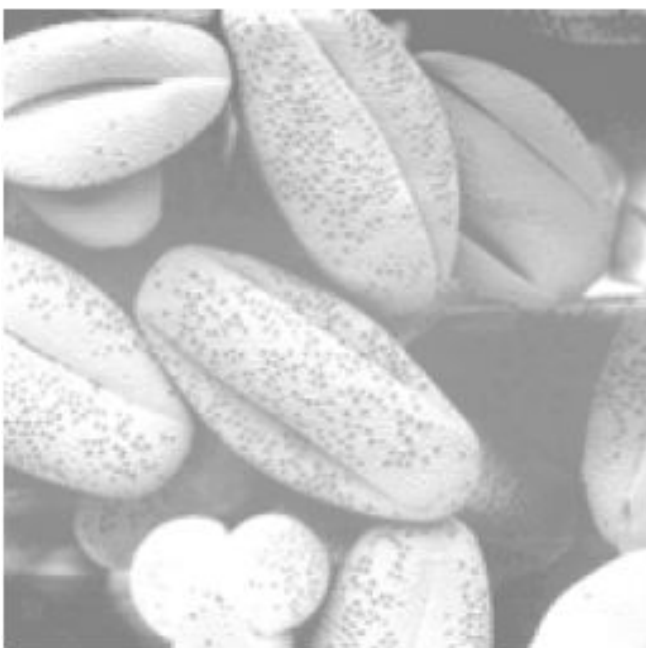
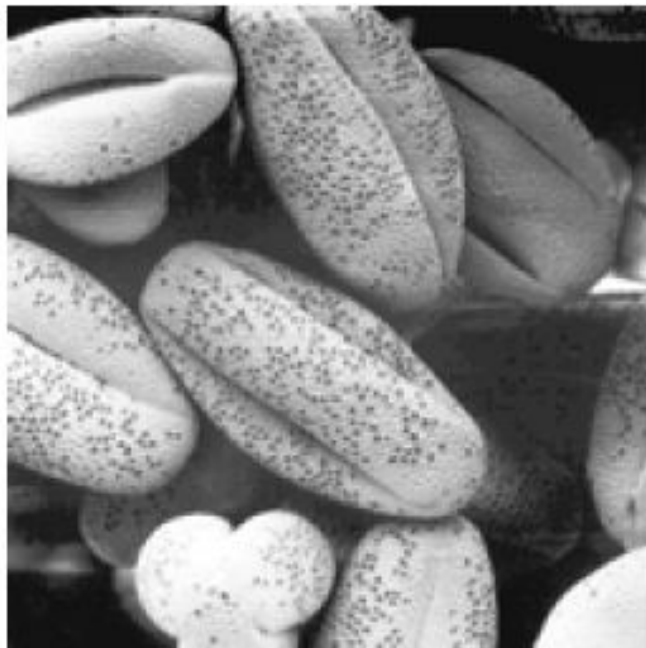
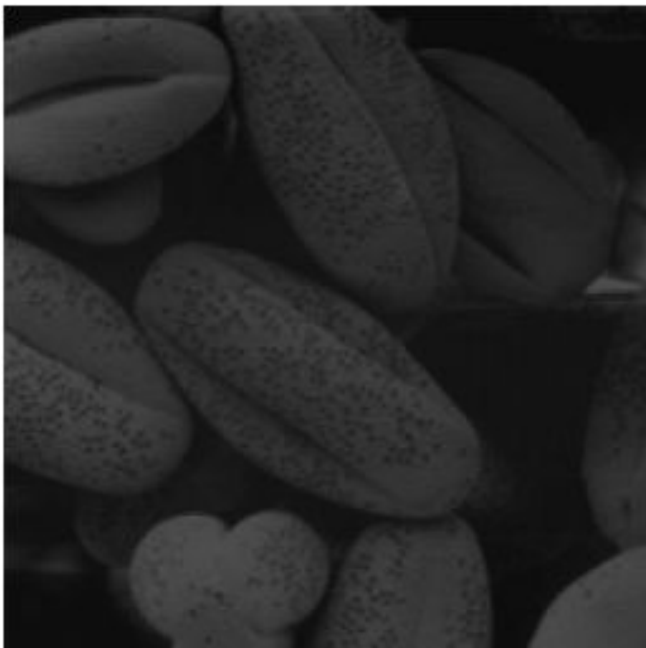
$$= \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1.$$



**Растяжение гистограммы**

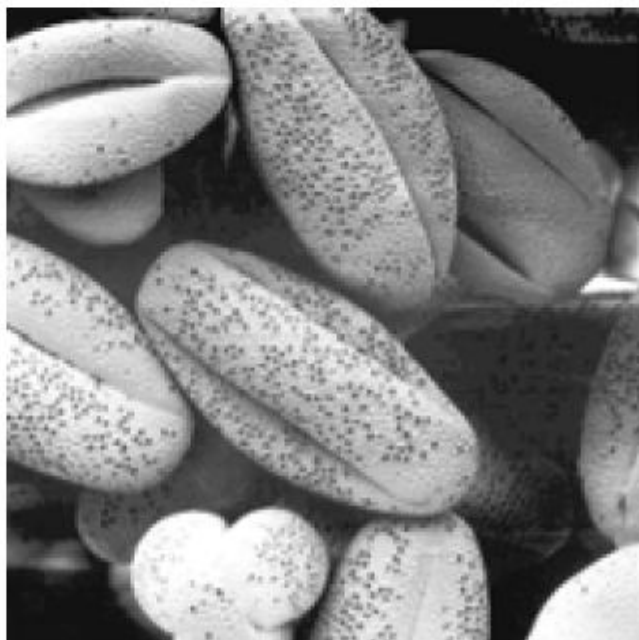
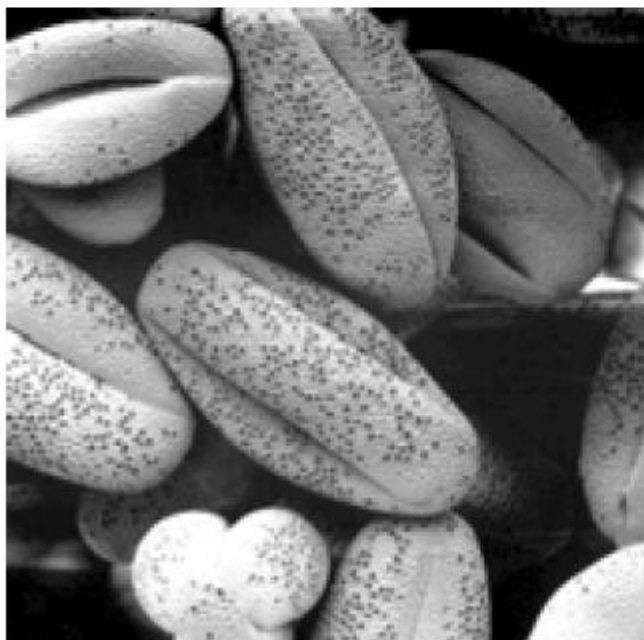
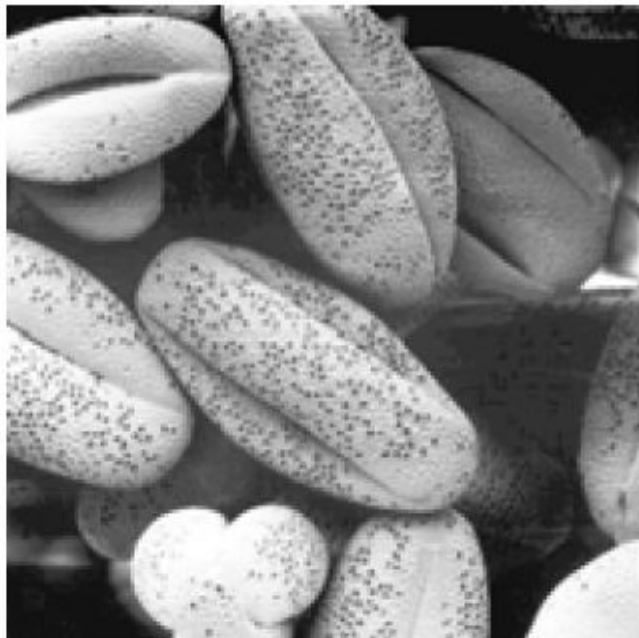
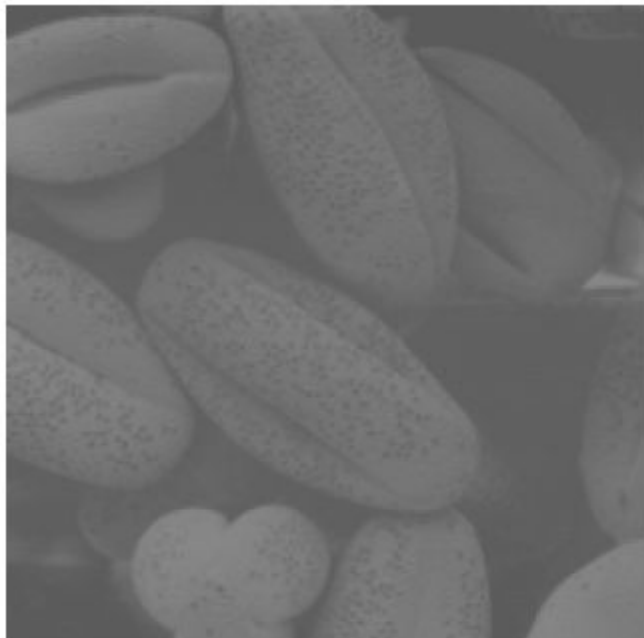


# Видноизменение гистограммы

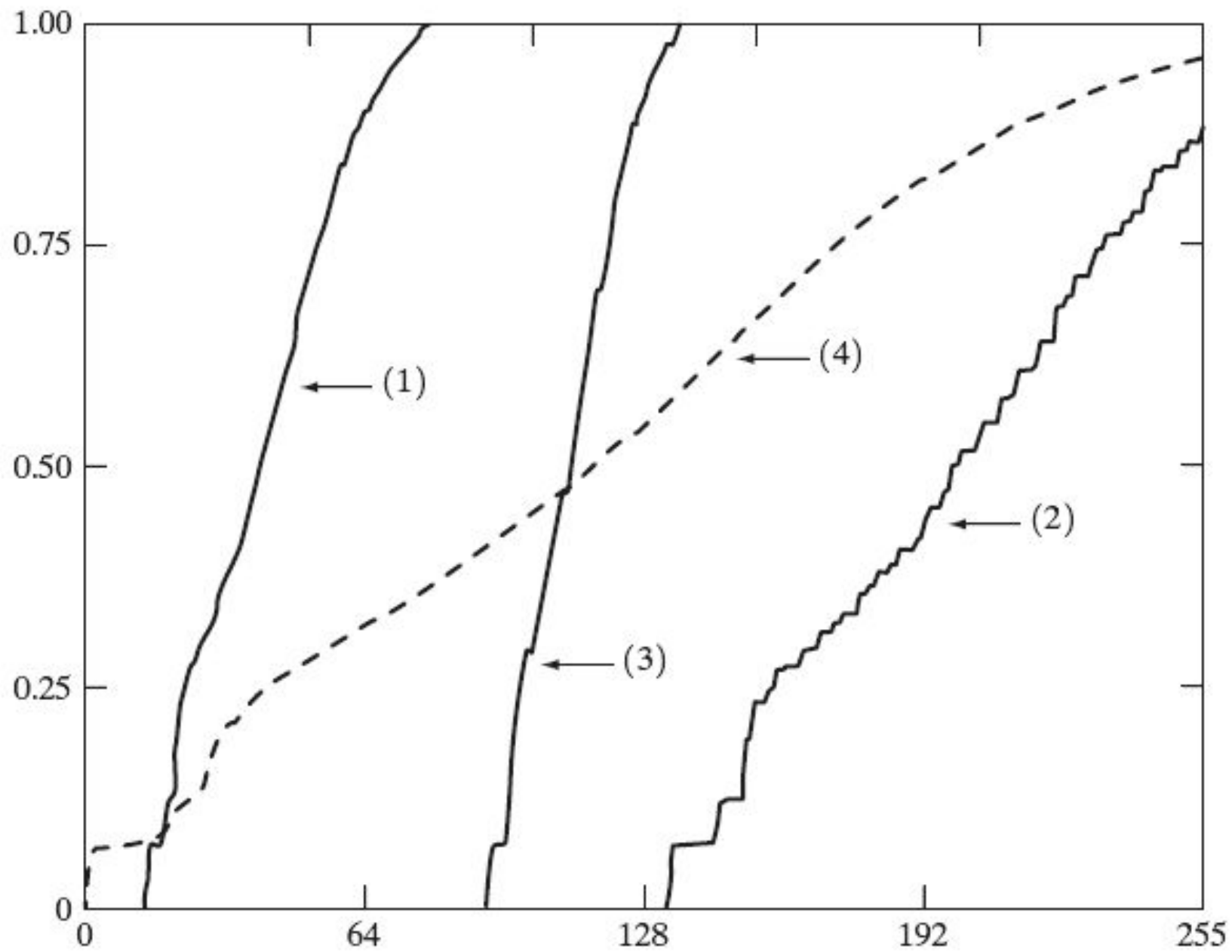




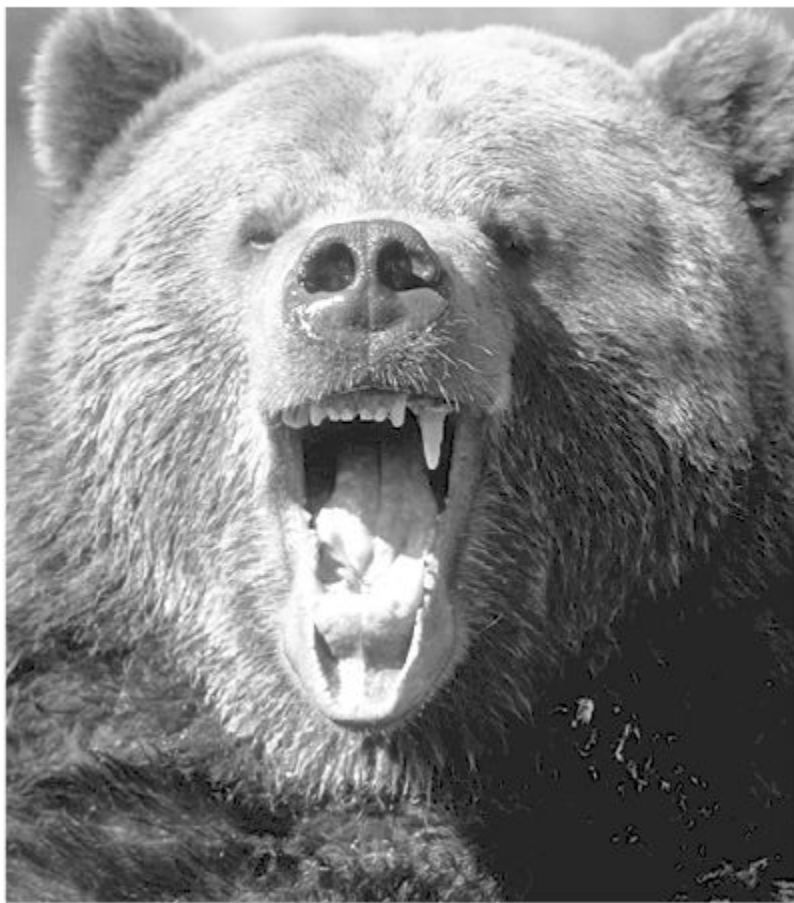
# Видноизменение гистограммы



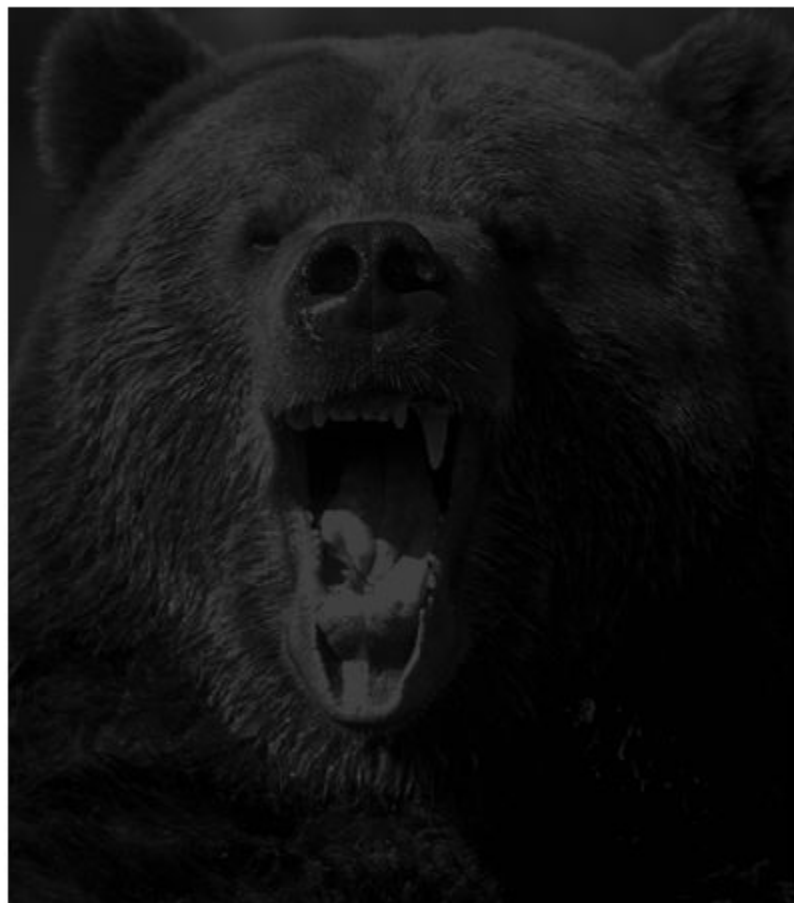
# Видноизменение гистограммы

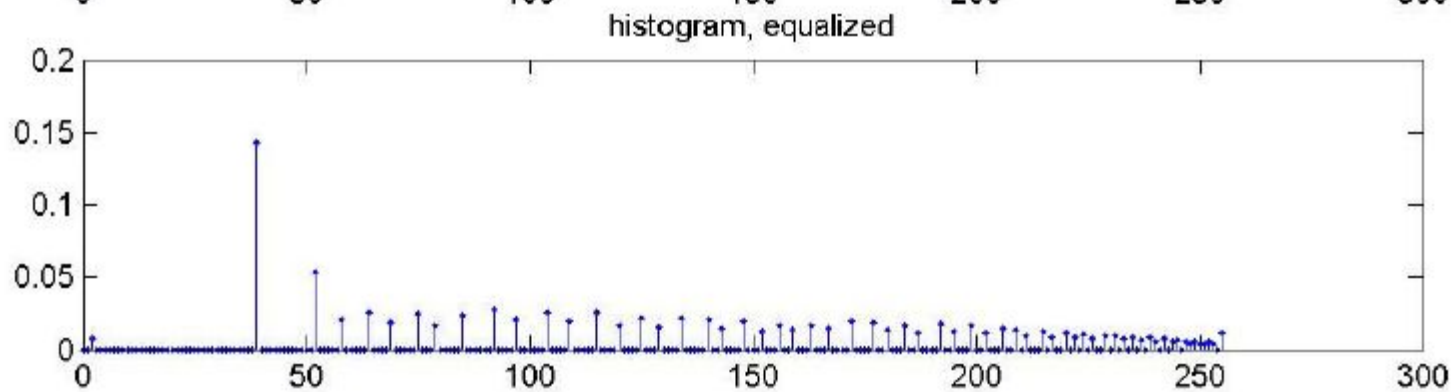
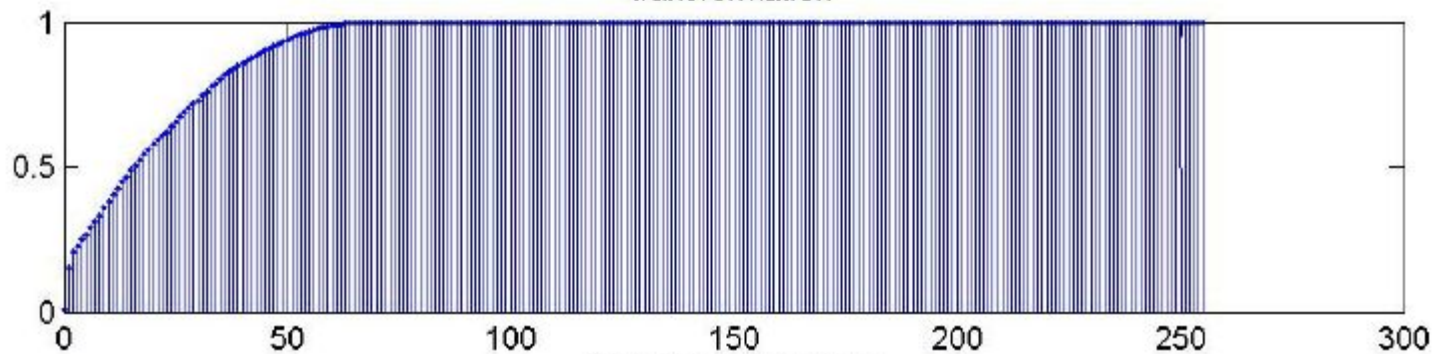
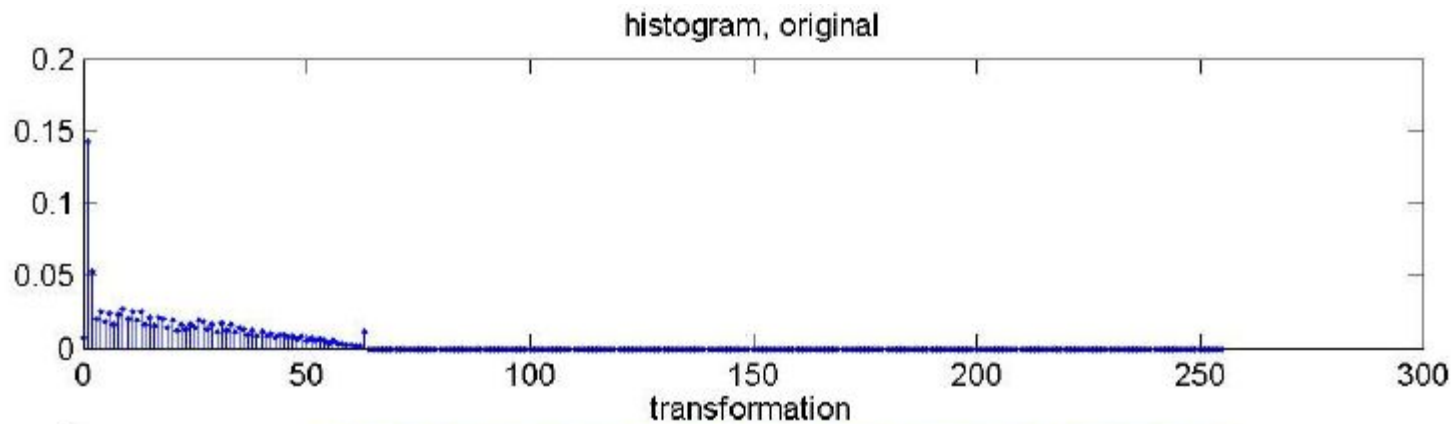


*Output Image:*



*Input Image:*





# ЛЕКЦИЯ 4

- Эквиализация гистограммы
  - Автоматическое нахождение функции преобразования для улучшения изображения
  - Простота в реализации
  - Результаты предсказуемы
- Но
  - иногда не является наилучшим подходом!!!

# Задание гистограммы

- Задано исходное изображение
- Задана желаемая гистограмма
- Найти функцию преобразования, позволяющую перевести исходное изображение в новое, гистограмма которого равна желаемой

# Задание гистограммы

$r, z$  – яркости исходного и выходного изображений,

$p_r, p_z$  – плотности распределения вероятности  $r$  и  $z$ .

$p_z$  – заданная (требуемая) плотность выходного изображения.

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw \quad (1)$$

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]. \quad (2)$$

$$G(z) = \int_0^z p_z(t) dt = s \quad (3)$$

**z имеет плотность, равную  $p(z)$**



## ***4 шага:***

1. Получение функции преобразования  $T(r)$
2. Получение функции преобразования  $G(z)$
3. Вычисление обратной функции  $G^{-1}(z)$
4. Получение выходного изображения

1. Первый шаг:

$$\begin{aligned} s_k &= T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \\ &= \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1 \end{aligned}$$

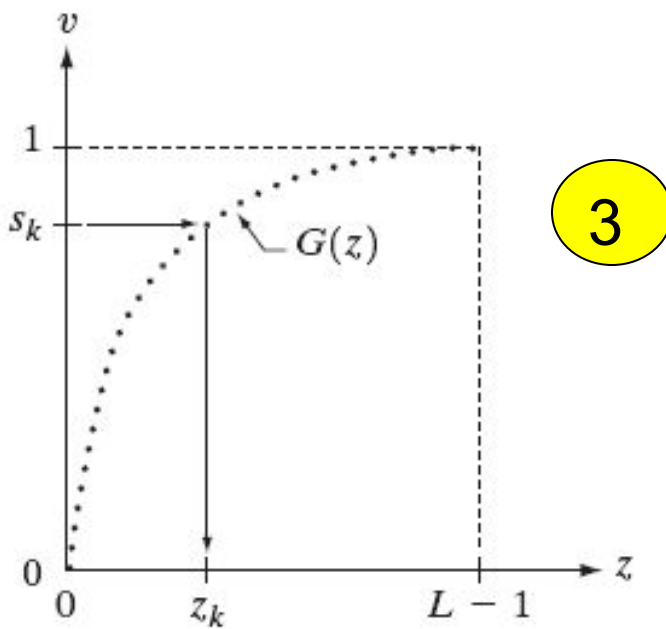
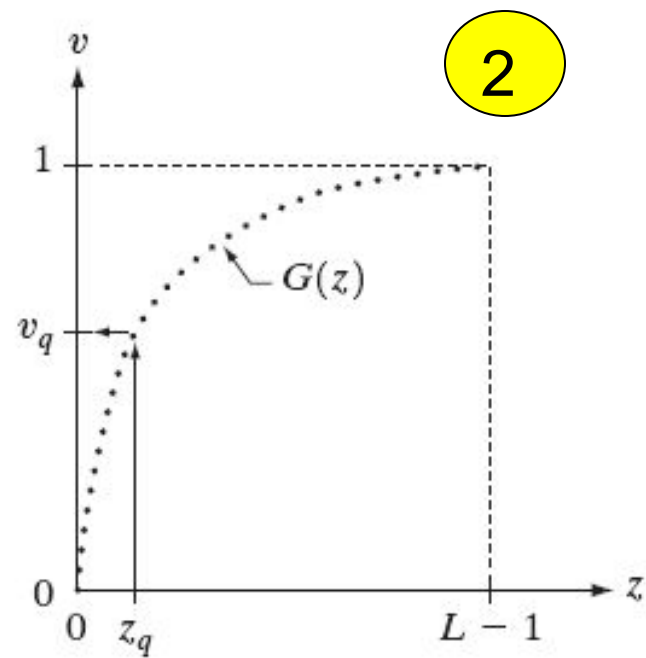
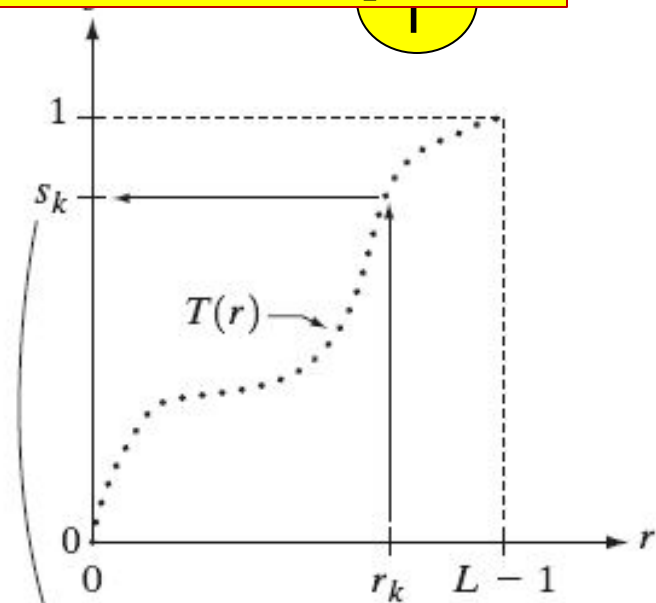
2. Второй шаг:

$$v_k = G(z_k) = \sum_{i=0}^k p_z(z_i) = s_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1.$$

3. Третий + четвертый шаги:

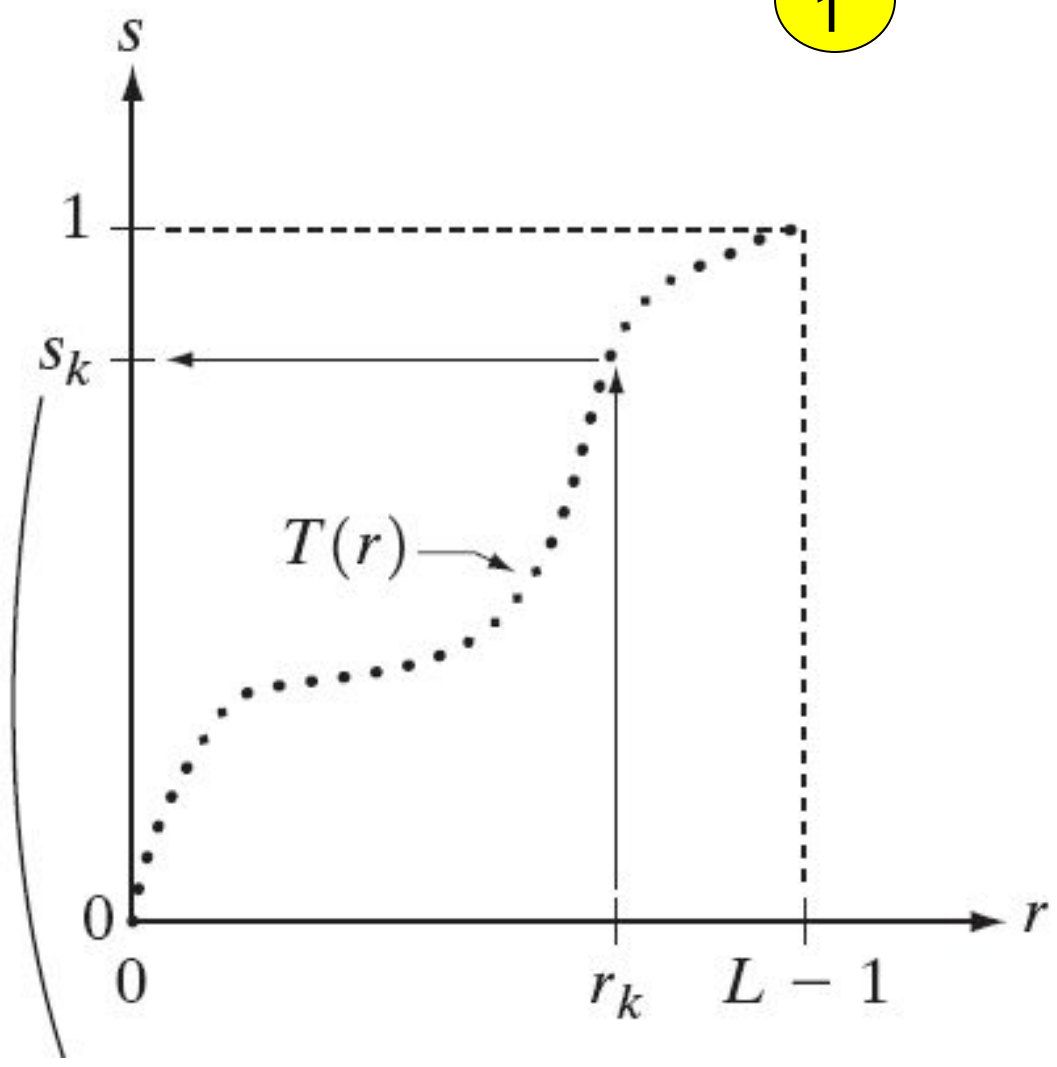
$$z_k = G^{-1}(s_k) \quad k = 0, 1, 2, \dots, L - 1.$$

# Видноизменение гистограммы



# Видноизменение гистограммы

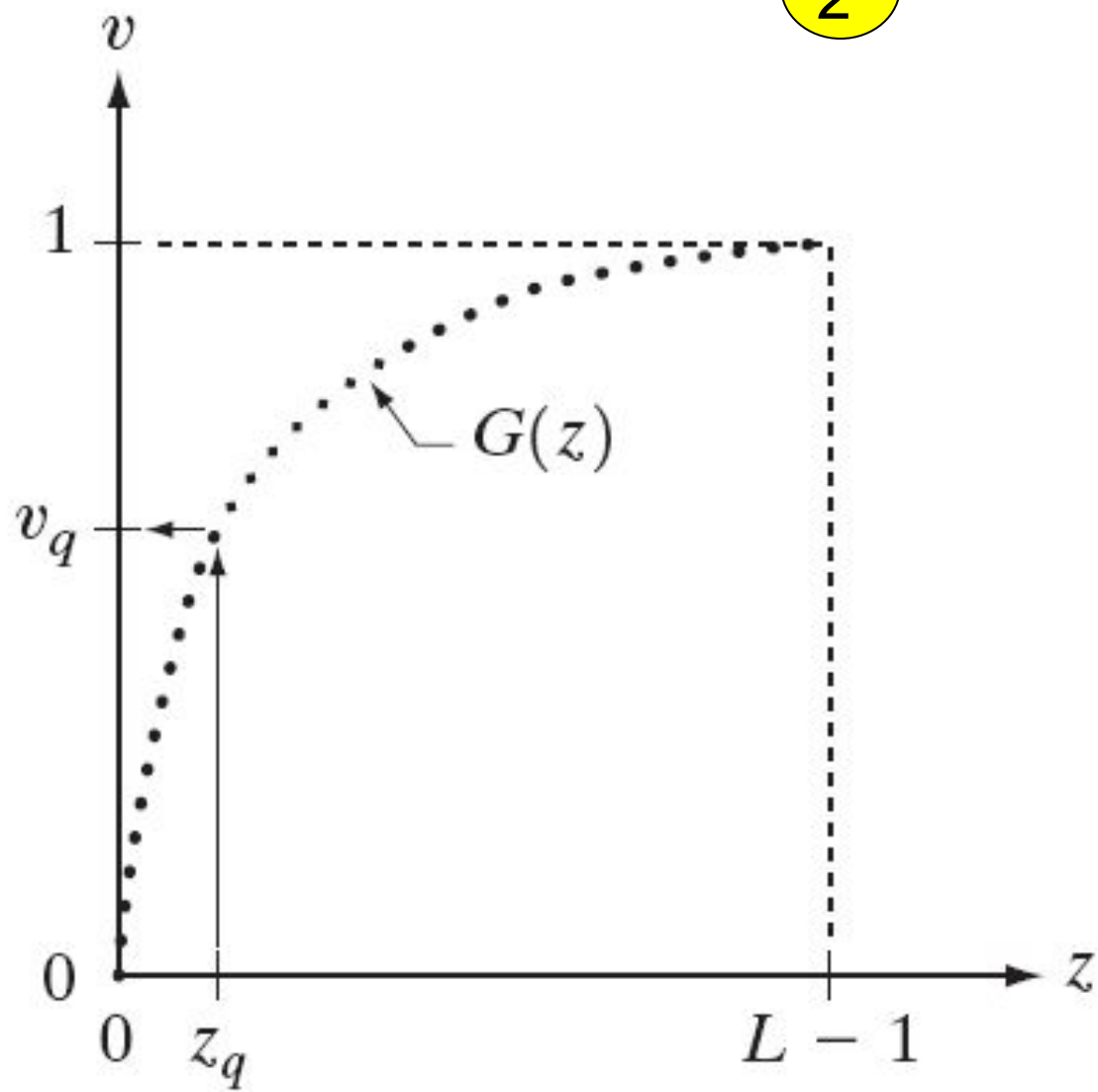
1



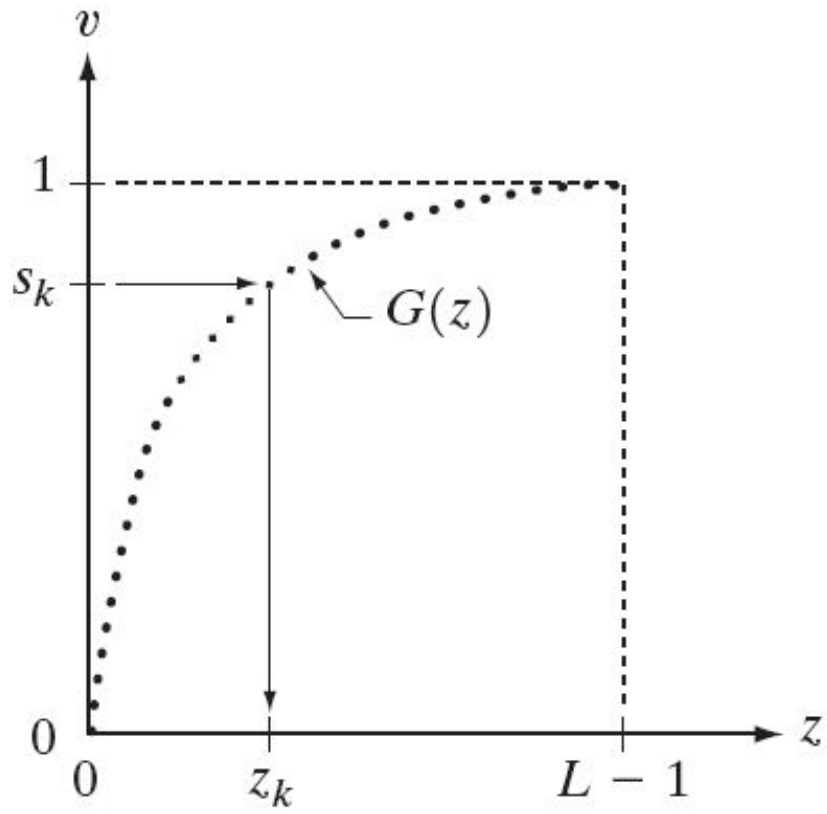
<b>k</b>	<b>r<sub>k</sub></b>	<b>s<sub>k</sub></b>
0	r <sub>0</sub>	s <sub>0</sub>
1	r <sub>1</sub>	s <sub>1</sub>
...	...	...
L-1	r <sub>L-1</sub>	s <sub>L-1</sub>

# Видноизменение гистограммы

2

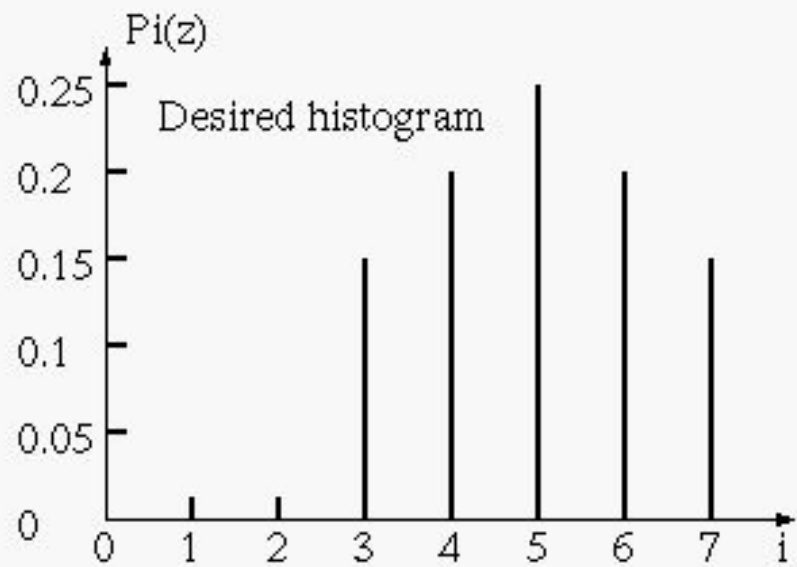
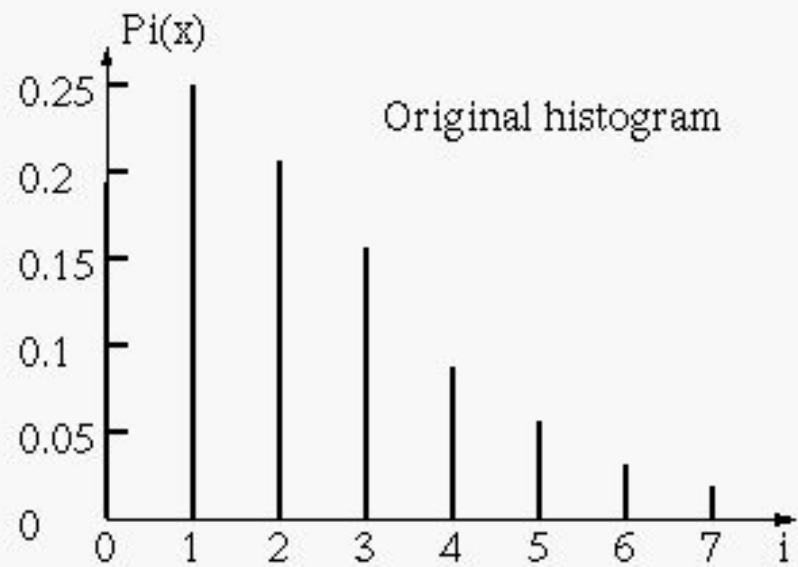


$k$	$z_k$	$v_k$
0	$z_0$	$v_0$
1	$z_1$	$v_1$
...	...	...
$L-1$	$z_{L-1}$	$v_{L-1}$



<b>k</b>	<b><math>z_k</math></b>	<b><math>v_k - s_k</math></b>
0	$z_0$	$< 0$
1	$z_1$	$< 0$
...	...	...
i	$z_i$	$< 0$
i+1	$z_{i+1}$	$\geq 0$

$z(r_k) = z_{i+1}$



## Шаг 1

$r_k$	$n_k$	$h_k$	$s_k$
0	790	0.19	0.19
1	1023	0.25	0.44
2	850	0.21	0.65
3	656	0.16	0.81
4	329	0.08	0.89
5	245	0.06	0.95
6	122	0.03	0.98
7	81	0.02	1.00

## Шаг 2

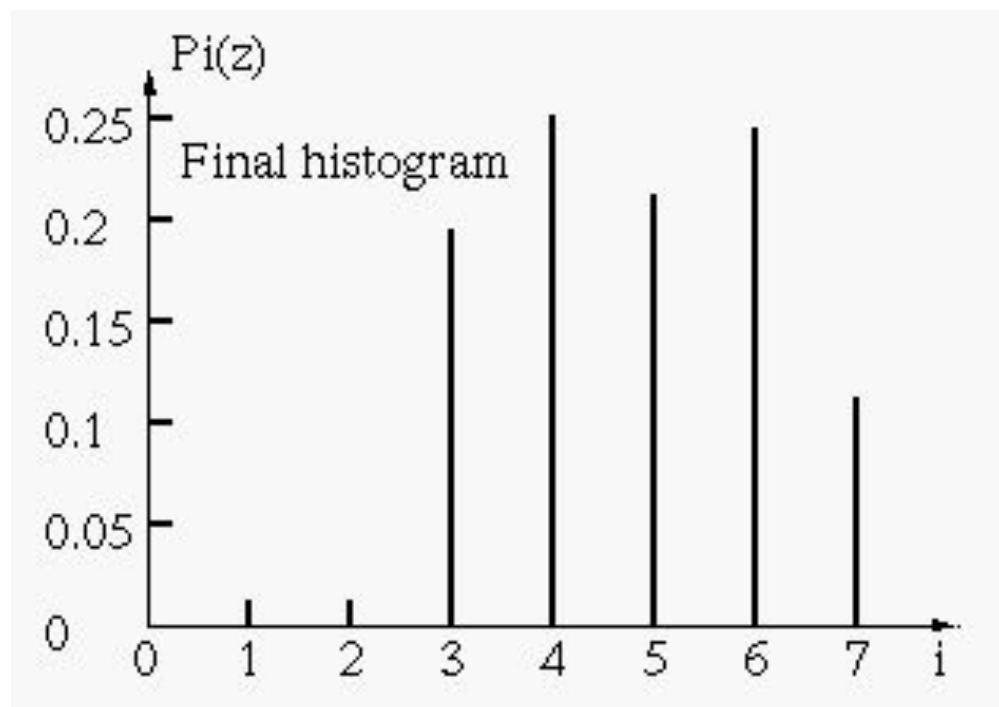
$z_k$	$p_z$	$v_k$
0	0.0	0.0
1	0.0	0.0
2	0.0	0.0
3	0.15	0.15
4	0.20	0.35
5	0.30	0.65
6	0.20	0.85
7	0.15	1.0

## Шаг 3

$r_k$	$s_k$	$v_k$	$z_k$
0	0.19	0.0	3
1	0.44	0.0	4
2	0.65	0.0	5
3	0.81	0.15	6
4	0.89	0.35	6
5	0.95	0.65	7
6	0.98	0.85	7
7	1.0	1.0	7

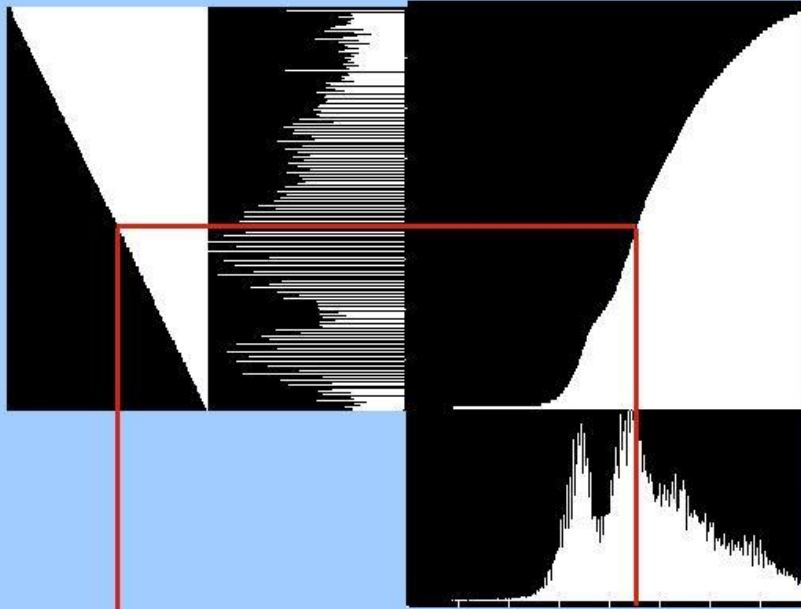
$r_k$	0	1	2	3	4	5	6
$z_k$	3	4	5	6	6	7	7







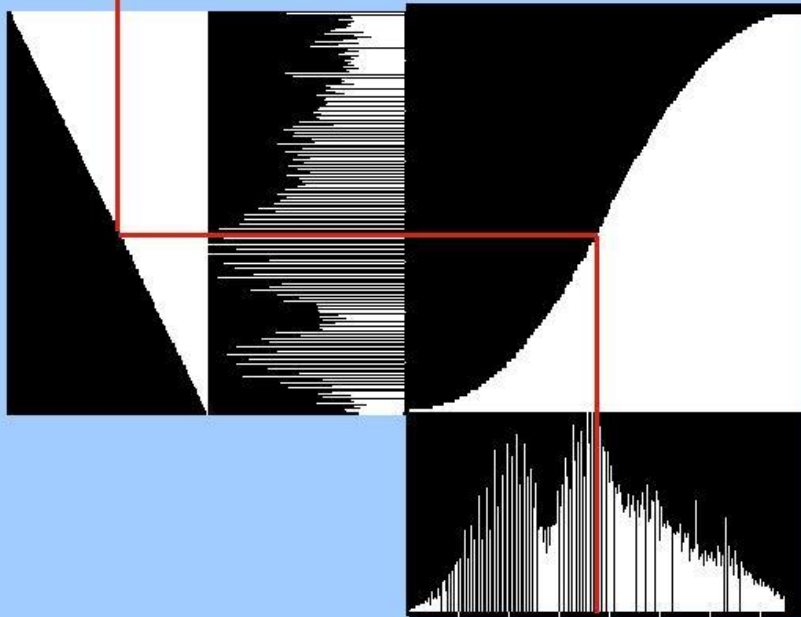
Equalized histogram



Histogram of riginal image

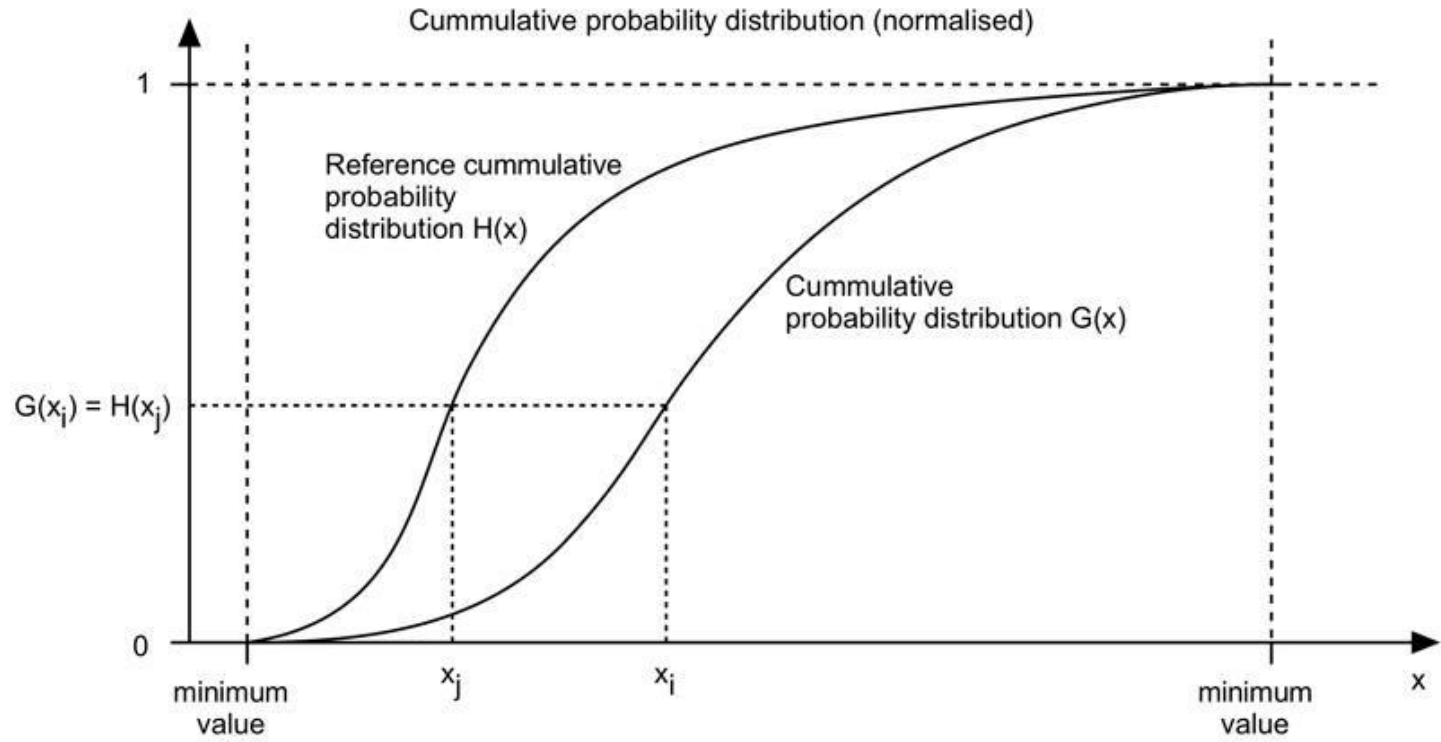
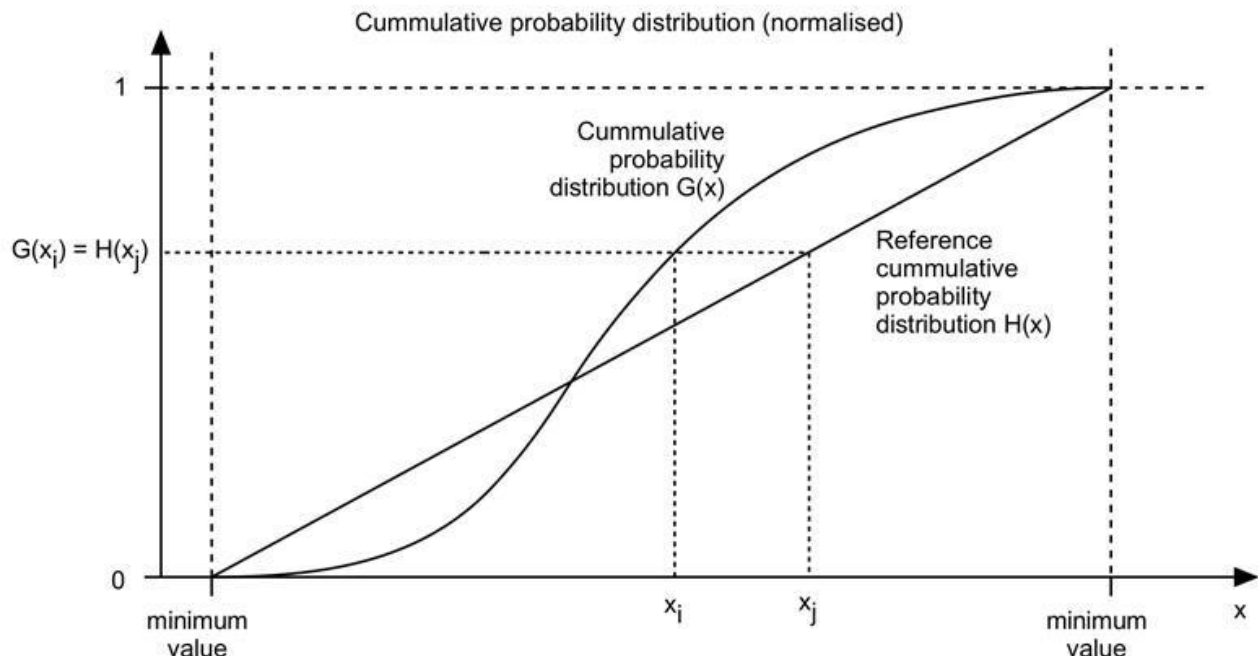


Equalized histogram



Desired histogram

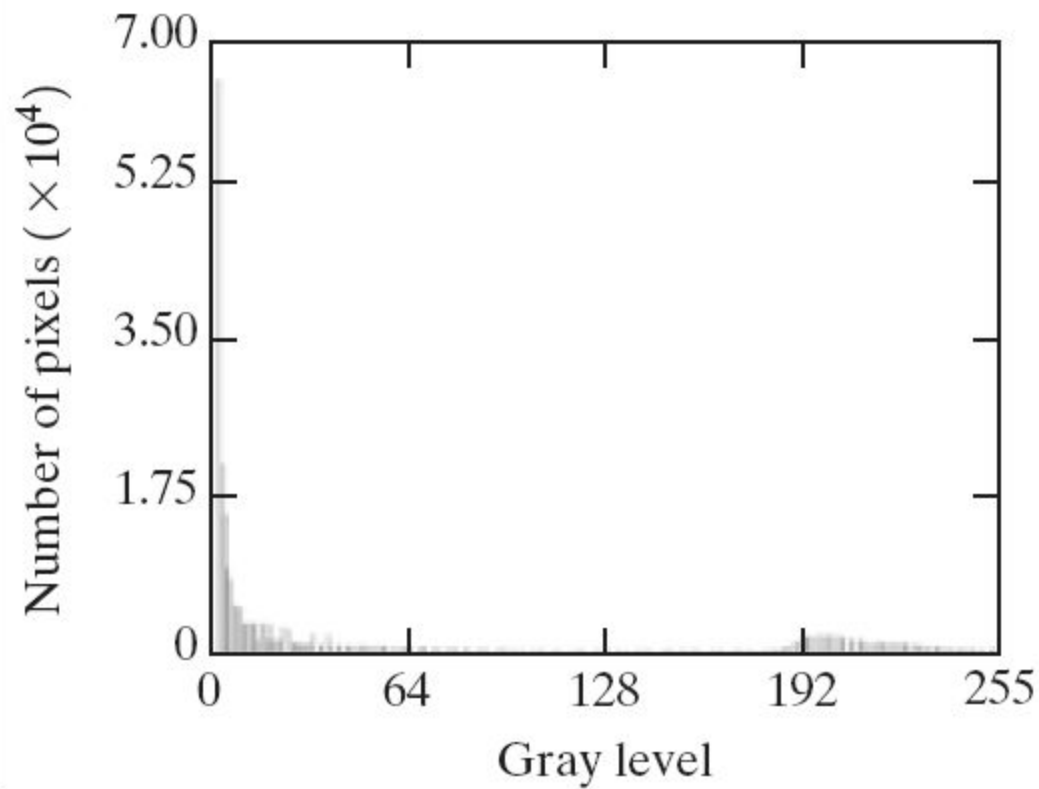
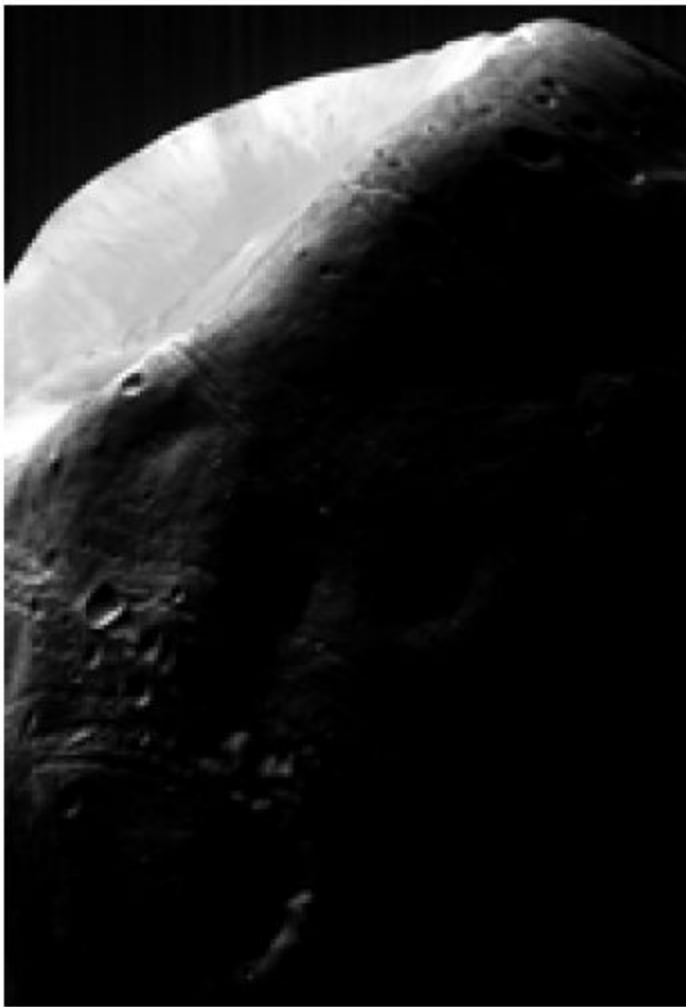




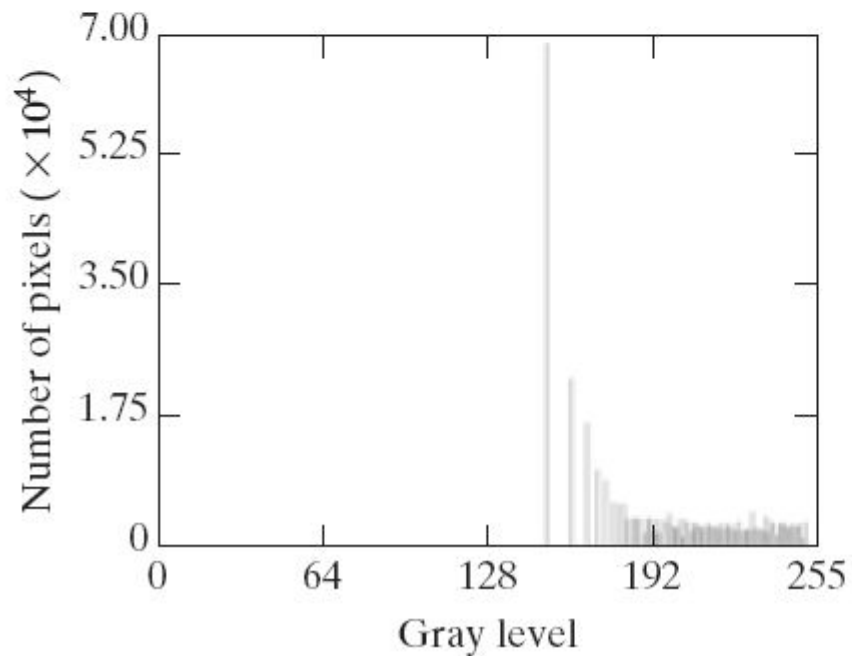
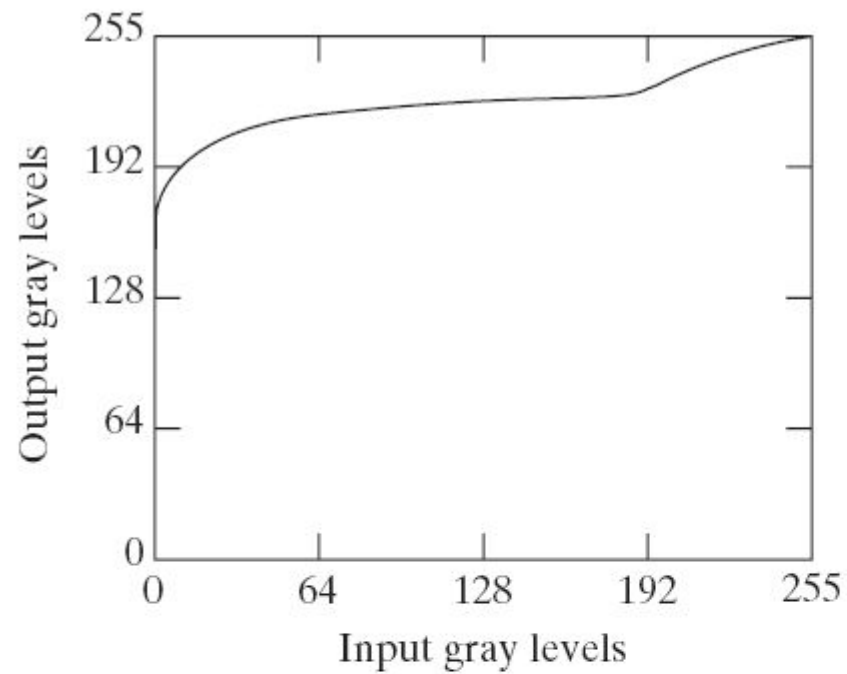
## Алгоритм реализации

1. Получить гистограмму исходного изображения.
2. С помощью уравнения (3.3-13) вычислить значения отображений  $r_k$  в  $s_k$ .
3. На основе заданных значений  $p_z(z)$  с помощью уравнения (3.3-14) вычислить функцию преобразования  $G$ .
4. Итеративным путем с использованием неравенства (3.3-17) вычислить значения  $z_k$  для каждого  $s_k$ .
5. Для каждого пикселя исходного изображения, имеющего значение  $r_k$ , отобразить  $r_k$  в соответствующее значение  $s_k$ , а затем отобразить  $s_k$  в результирующее значение  $z_k$ . Для отображений использовать (табличные) значения, предварительно вычисленные на шагах (2) и (4).

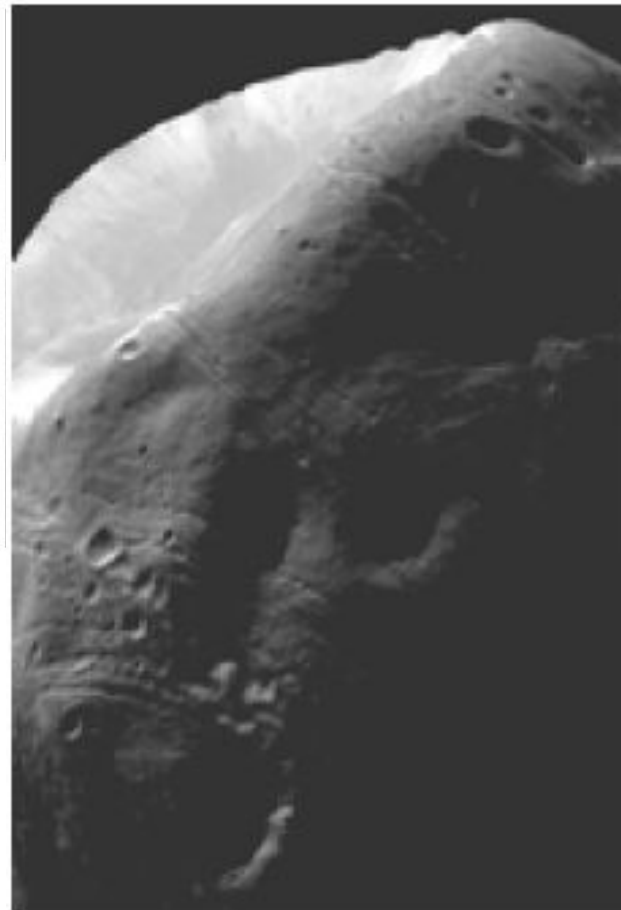
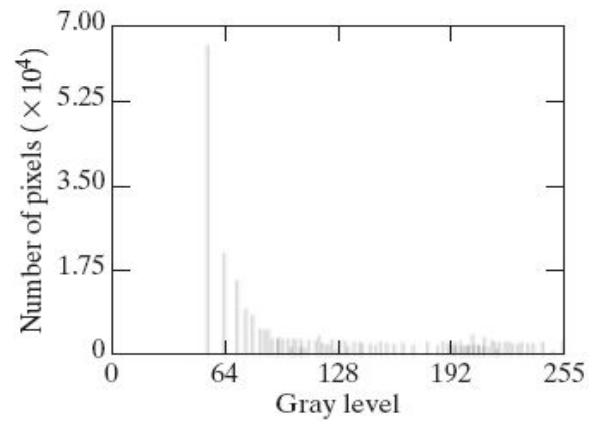
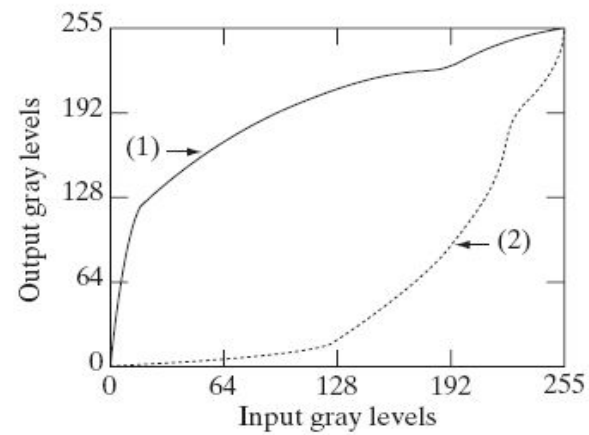
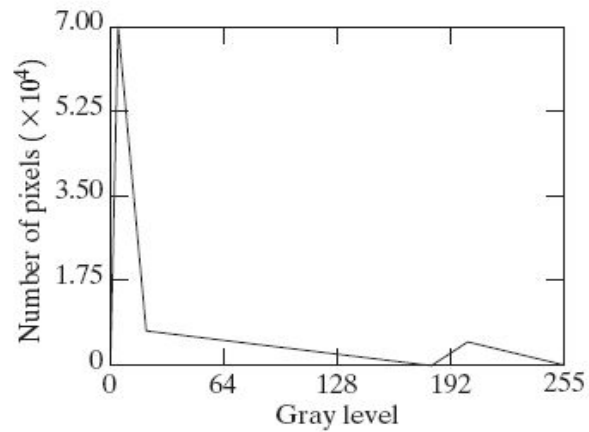
# Видноизменение гистограммы



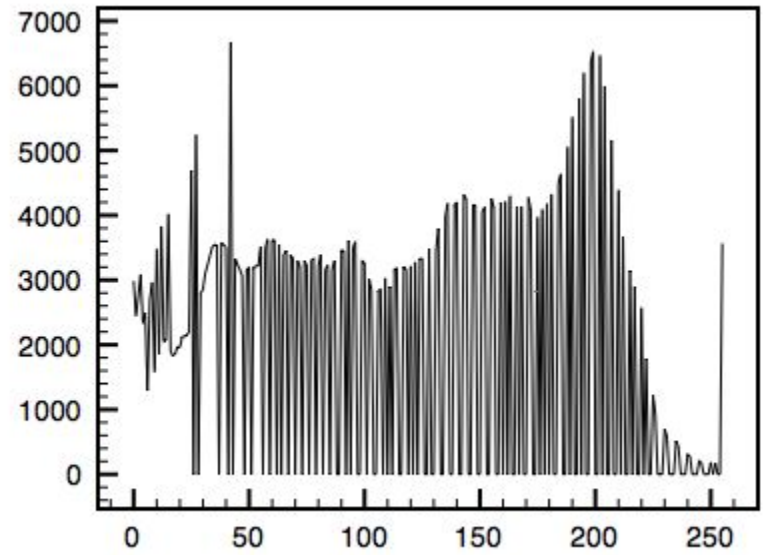
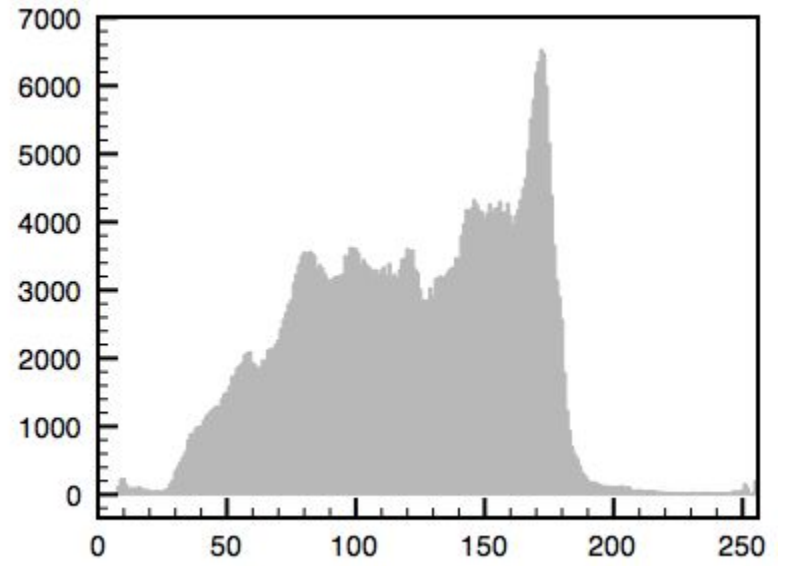
# Видноизменение гистограммы



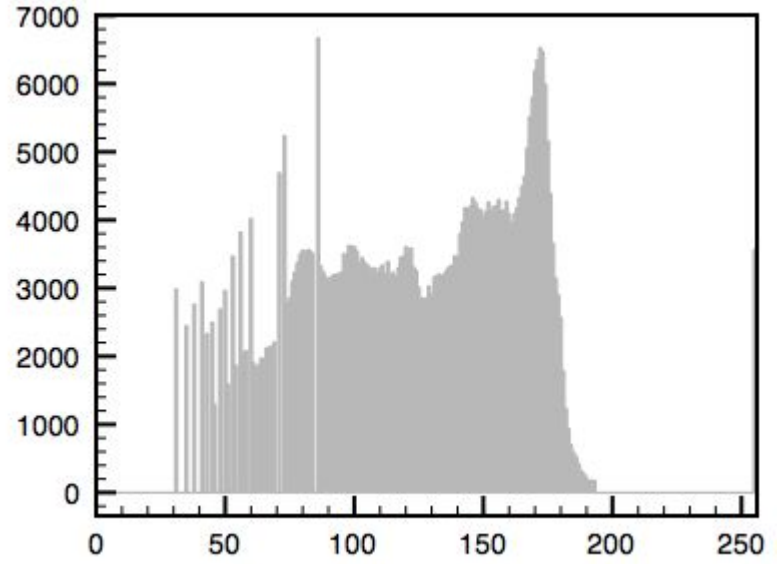
# Видноизменение гистограммы











# Функция вычисления гистограммы

```
function [ h,r ] = histg( f )
%уровни градаций
r=0:255;
%пустый вектор
h=[];
%цикл вычисления гистограммы
for i=1:256
    %найти пиксели уровня i-1
    [p,q]=find(f==r(i));
    %присвоение элементу гистограммы найденное число
    h(i)=length(p);
end;
```

# Функция вычисления гистограммы

```
function [ h,r ] = histg( f )
%размер исходного изображения
[M,N]=size(f);
%уровни градаций
r=0:255;
%пустый вектор
h=[];
%кумулятивная сумма
sum=0;
%цикл вычисления гистограммы
for k=1:256
    for i=1:M
        for j=1:N
            %найти пиксели уровня i-1
            if f(i,j)==r(k)
                %увеличить кумулятивную сумму на 1
                sum=sum+1;
            end;
        end;
    end;
    %присваивать элементу вектора h найденное значение
    h(k)=sum;
    %обнулить sum
    sum=0;
end;
end
```

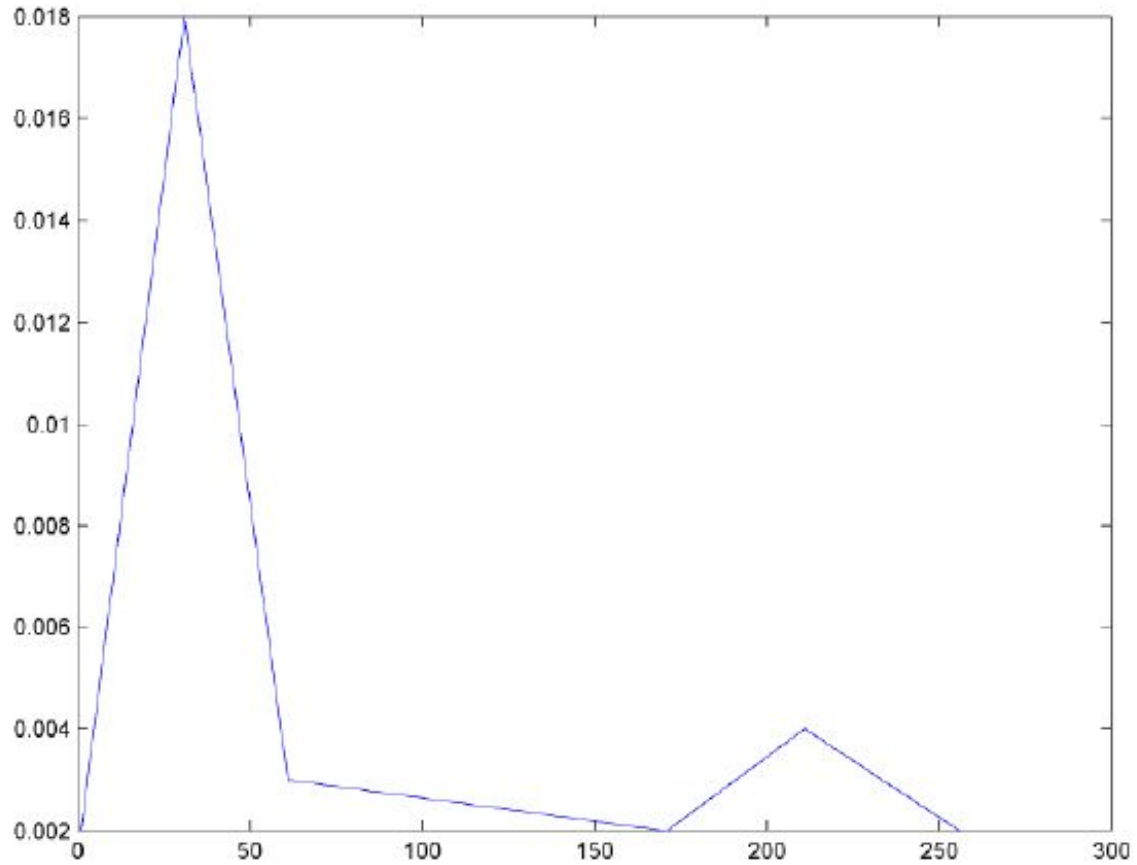
# Преобразование $\text{Tr}(r_k)$

```
function [ s ] = Tr( h, r )  
%инициализация выходной яркости  
s=0;  
%преобразование  
for i=1:r+1  
    s=s+h(i);  
end;
```

# Функция эквализации гистограммы

```
function [ g ] = ekvhist( f )
%инициализация векторов гистограммы и градаций
h=[];r=[];
%нахождение гистограммы
[h,r]=histg(f);
%размер исходного изображения
[M,N]=size(f);
%нормализация гистограммы
h=h/(M*N);
%инициализация выходного изображения
g=f;
%цикл преобразования
for i=1:M
    for j=1:N
        g(i,j)=Tr(h,f(i,j))*255;
    end;
end;
```

# Заданная гистограмма $p_z$



# Заданная гистограмма $p_z$

```
function [ p ] = bimod()
%UNTITLED7 Summary of this function goes here
% Detailed explanation goes here
p=[];
for i=0:255
    if i<30
        [a,b]=linia(0,0.002,30,0.018);
        p(i+1)=a*i+b;
    else if i<60
        [a,b]=linia(30,0.018,60,0.003);
        p(i+1)=a*i+b;
    else if i<170
        [a,b]=linia(60,0.003,170,0.002);
        p(i+1)=a*i+b;
    else if i<210
        [a,b]=linia(170,0.002,210,0.004);
        p(i+1)=a*i+b;
    else if i<=255
        [a,b]=linia(210,0.004,255,0.002);
        p(i+1)=a*i+b;
    end
end
end
end
end
end;
end
```

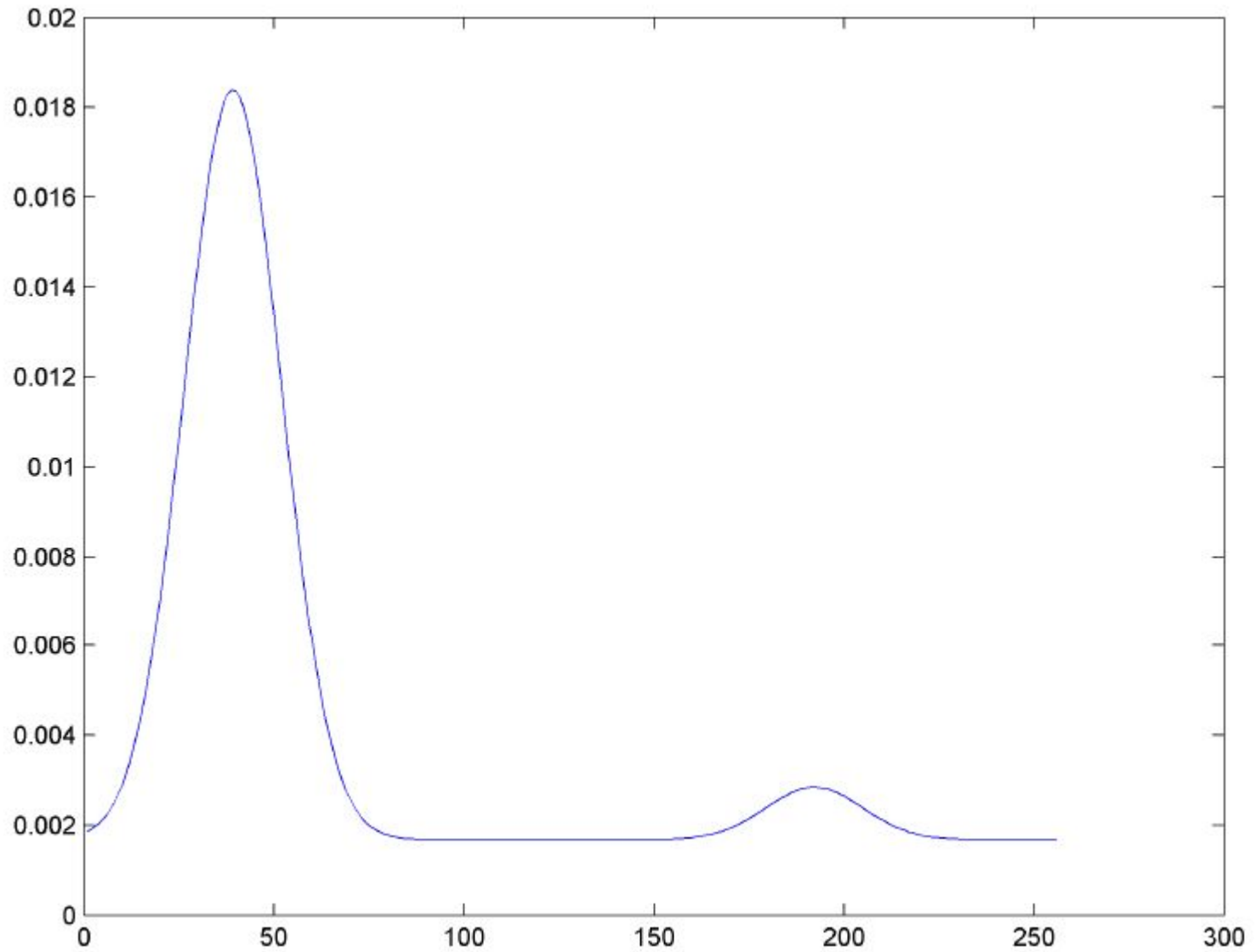


# Заданная гистограмма $p_z$

```
function p = twomodegauss(m1,sig1,m2,sig2,A1,A2,k)
%TWOMODEGAUSS Generates a two-mode Gaussian function.
% P = TWOMODEGAUSS(M1, SIG1, M2, SIG2, A1, A2, K) generates a
% two-mode, Gaussian-like function in the interval [0,1]. P is a
% 256-element vector normalized so that SUM(P) equals 1. The mean
% and standard deviation of the modes are (M1, SIG1) and (M2,
% SIG2), respectively. A1 and A2 are the amplitude values of the
% two modes. Since the output is normalized, only the relative
% values of A1 and A2 are important. K is an offset value that
% raises the "floor" of the function. A good set of values to try
% is M1=0.15, S1=0.05, M2=0.75, S2=0.05, A1=1, A2=0.07, and
% K=0.002.
% Copyright 2002-2004 R. C. Gonzalez, R. E. Woods, & S. L. Eddins
% Digital Image Processing Using MATLAB, Prentice-Hall, 2004
% $Revision: 1.6 $ $Date: 2003/10/13 00:54:47 $
c1 = A1 * (1 / ((2 * pi) ^ 0.5) * sig1);
k1 = 2 * (sig1 ^ 2);
c2 = A2 * (1 / ((2 * pi) ^ 0.5) * sig2);
k2 = 2 * (sig2 ^ 2);
z = linspace(0, 1, 256);
p = k + c1 * exp(-((z - m1) .^ 2) ./ k1) + c2 * exp(-((z - m2) .^ 2) ./ k2);
p = p ./ sum(p(:));
end
```



# Заданная гистограмма $p_z$



# Функция видоизменения гистограммы

```
function [ g ] = givenhist( f,pz )
%инициализация векторов
h=[];r=[];g=f;
% размер исходного изображения
[M,N]=size(f);
%гистограмма исходного изображения
[h,r]=histg(f);
%нормализация гистограммы
h=h/(M*N);
%уровни градаций z
zk=0:255;
%преобразование G(zk);
for k=0:255
    sp(k+1)=round(Tr(pz,zk(k+1))*255);
end
%главный цикл преобразования
for i=1:M
    for j=1:N
        %преобразование T(rk)
        sr=round(Tr(h,f(i,j))*255);
        %сравнение найденного с табличными значениями sp
        for k=0:255
            if sr>=sp(k+1)
                %яркость выходного изображения
                g(i,j)=zk(k+1);
            end;
            %пропустить остальные операции текущего цикла
            continue;
        end;%for k
    end;%for j
end;%for i
end
```