

Лекция 4

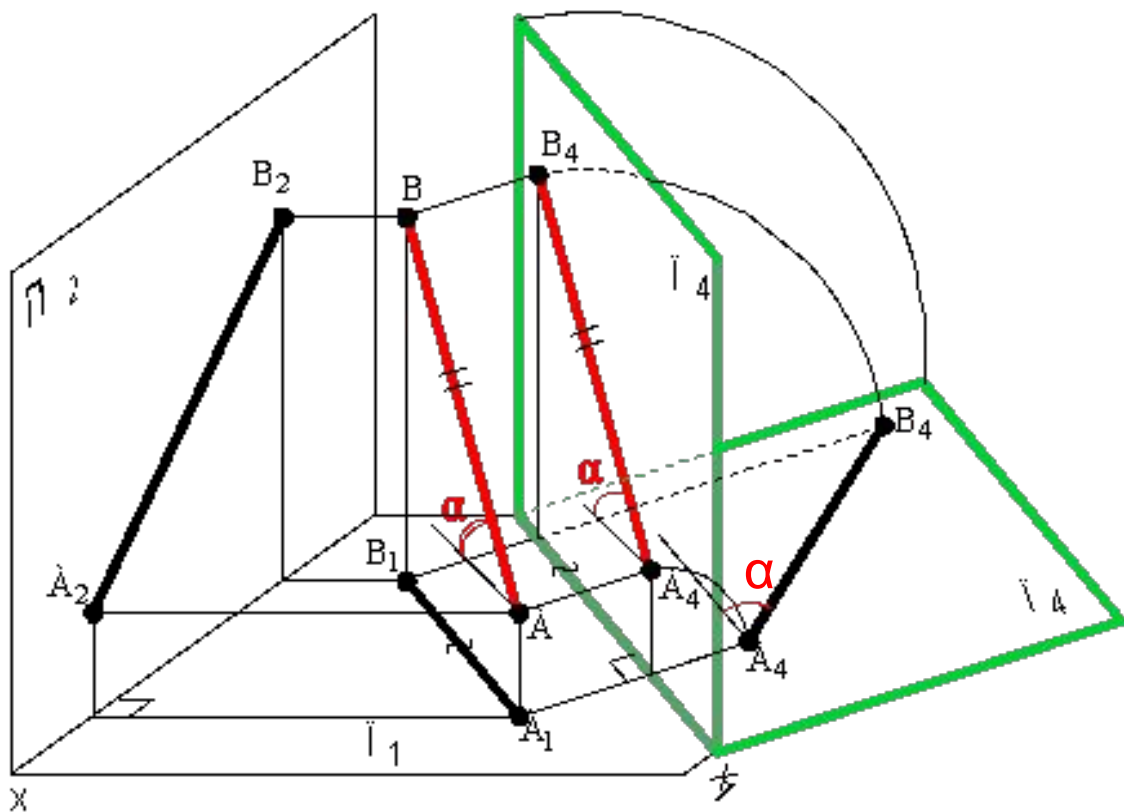
Методы преобразования плоскостей проекций.

- Замена плоскостей проекций.
- Вращение вокруг проецирующих осей.
- Плоско-параллельное перемещение.
- Вращение вокруг линии уровня

Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости Π_1 методом замены плоскостей проекций

Отрезок проецируется в натуральную величину в том случае, если он параллелен плоскости проекций.

$$[AB] \parallel \Pi_4$$



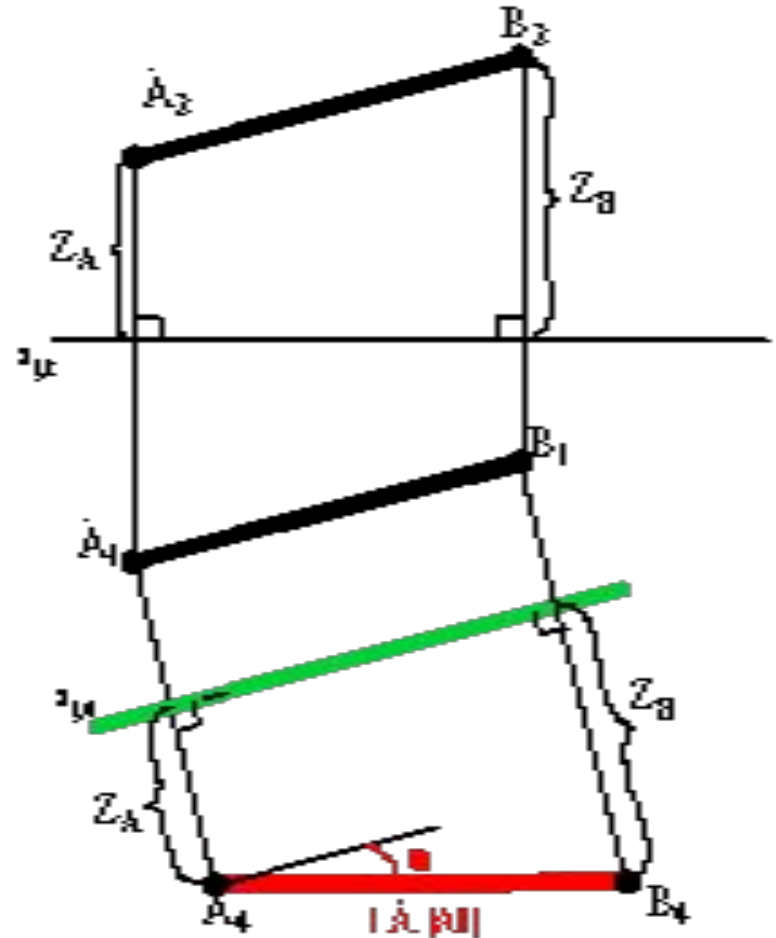
Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости Π_1

$[AB] \parallel \Pi_4 \rightarrow [A_1 B_1] \parallel X_{14}$

$[A_4 B_4] \rightarrow$

натуральная величина $[AB]$

$\alpha = [AB] \wedge \Pi_1$



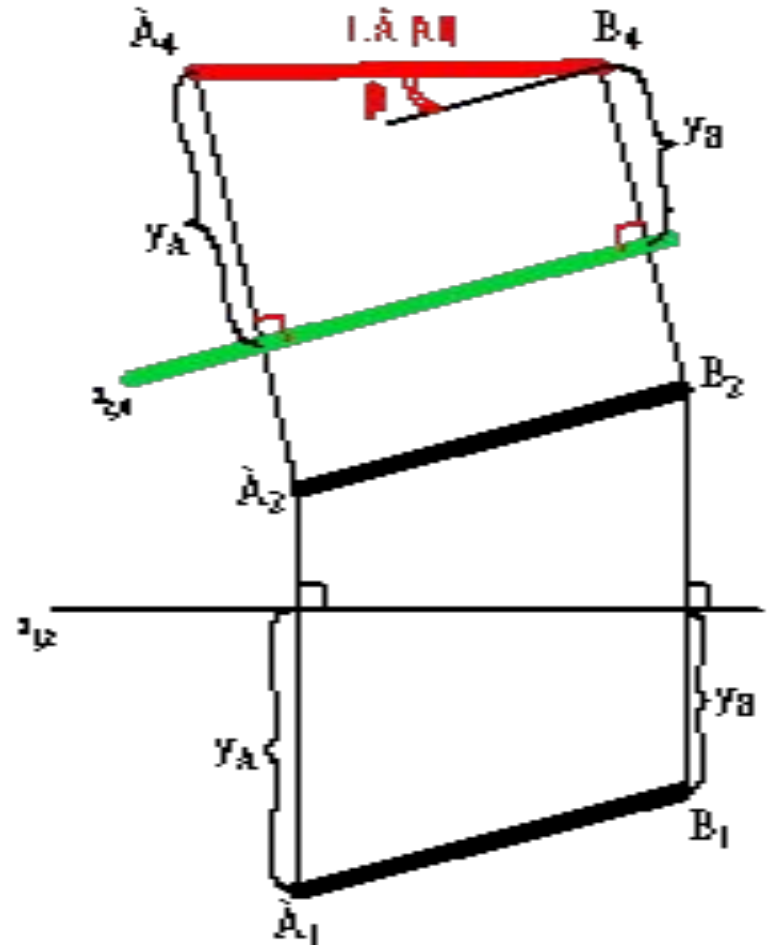
Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к плоскости Π_2

$$[AB] \parallel \Pi_4 \rightarrow [A_1 B_1] \parallel x_{14}$$

$$[A_4 B_4] \rightarrow$$

натуральная величина $[AB]$

$$\beta = [AB] \wedge \Pi_2$$

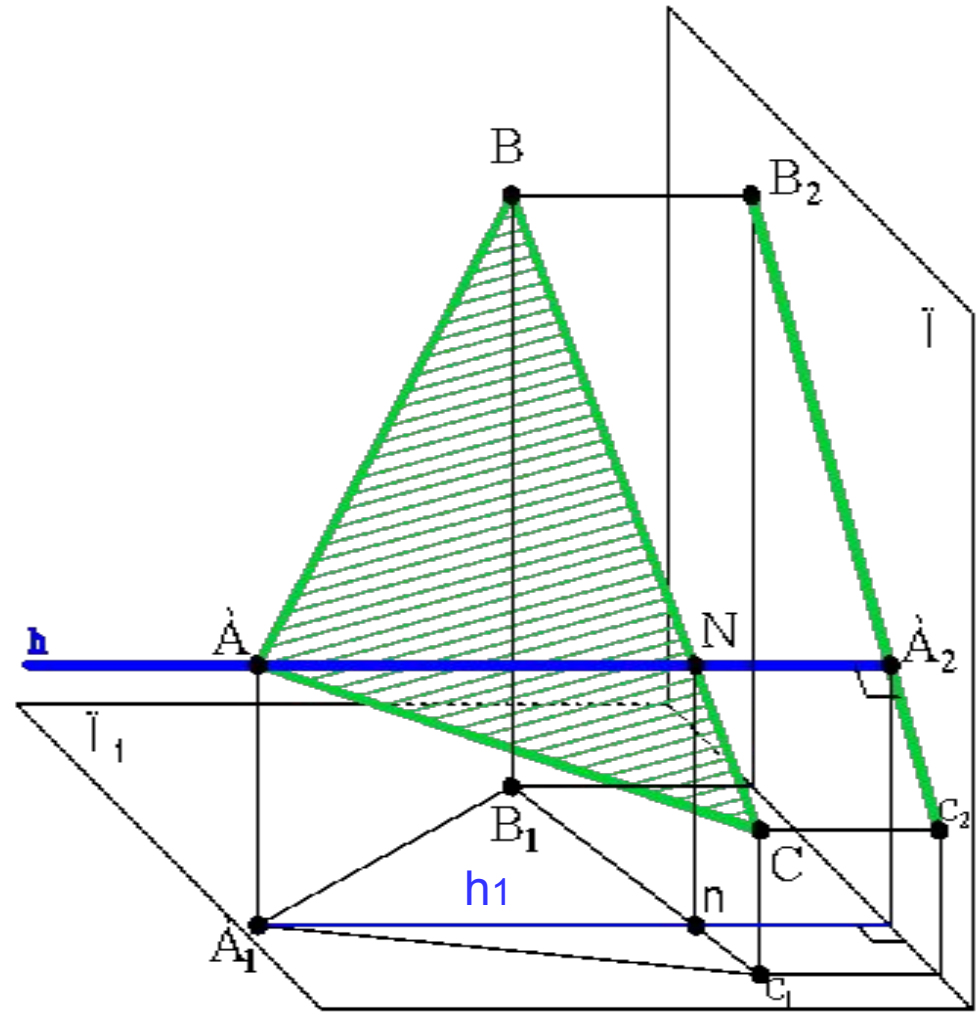


Преобразование плоскости общего положения в проецирующую

Плоскость общего положения перпендикулярна другой плоскости, в том числе плоскости проекций в том случае, если она содержит в себе прямую, перпендикулярную этой плоскости.

$$h \subset \triangle ABC$$

$$h \perp \Pi_2 \rightarrow \triangle ABC \perp \Pi_2$$

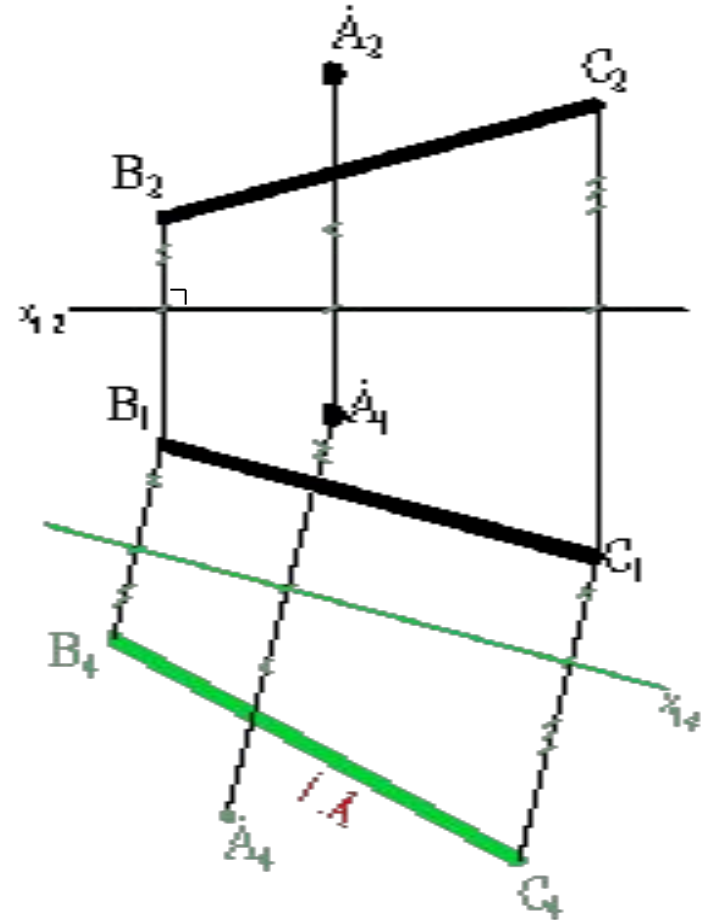


Определение расстояния от точки до прямой

Задача решается в два действия.

1. Отрезок прямой общего положения преобразовывают в прямую уровня. Точка A в построениях следует за прямой.

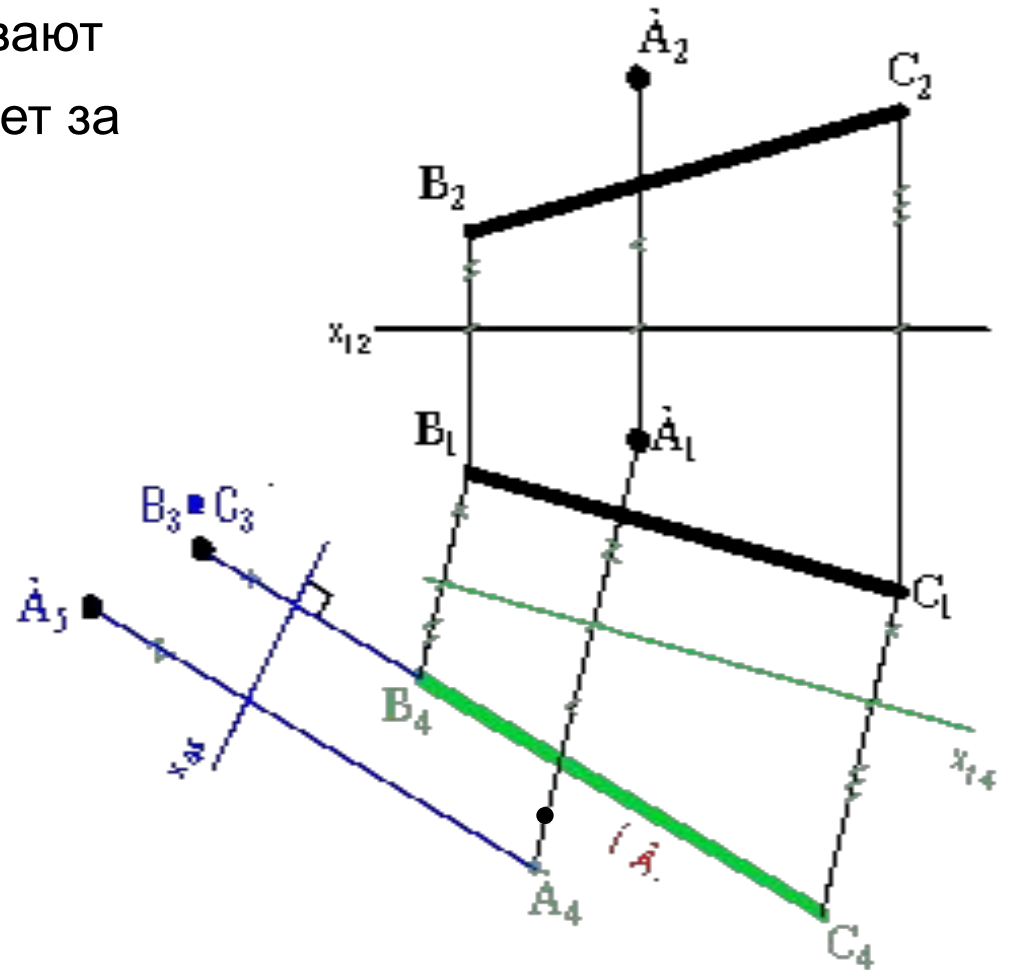
$x_{14} \parallel [B_1C_1] \rightarrow [B_4C_4] - \text{н.в.}$



Определение расстояния от точки до прямой

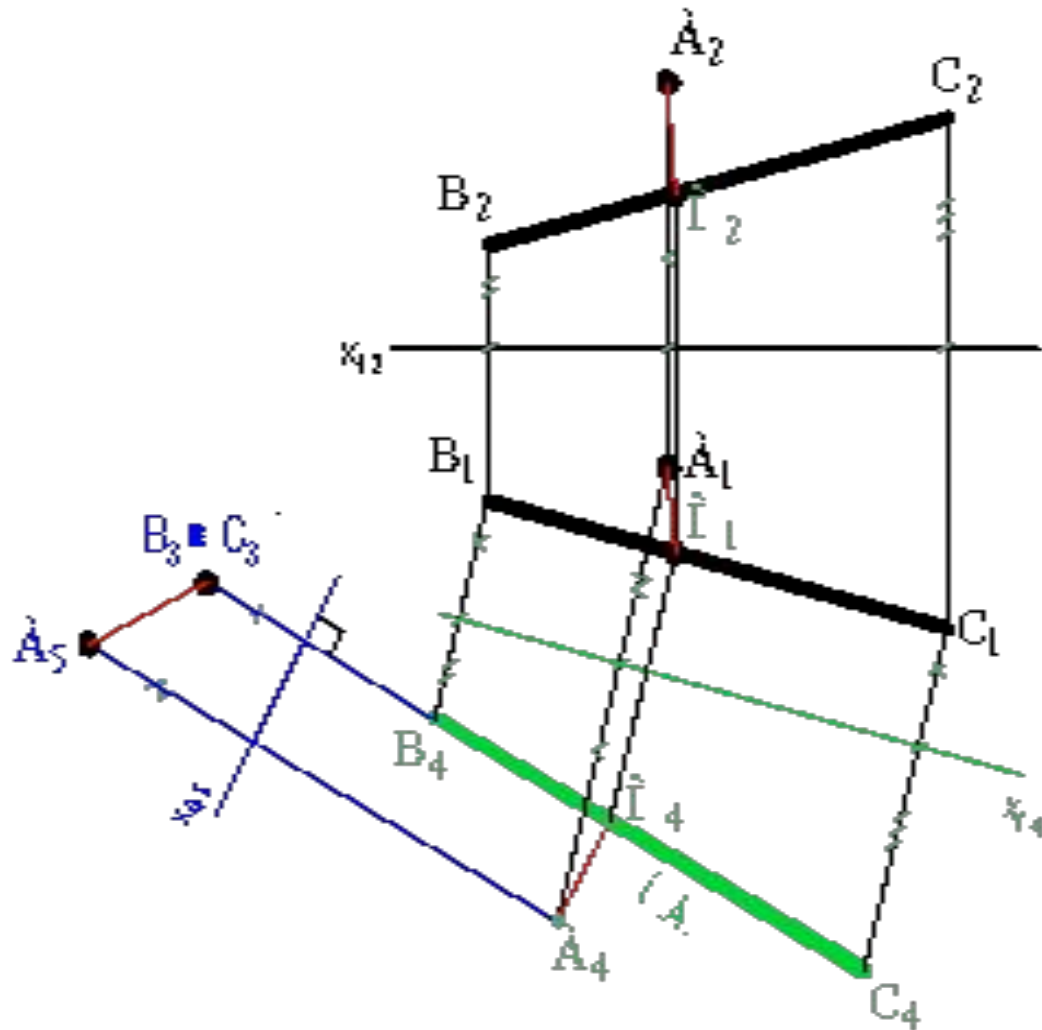
2. Прямую уровня преобразовывают в проецирующую. Точка A следует за прямой.

$$X_{45} \perp [B_4 C_4] \rightarrow [BC] \perp \Pi_5$$



Определение расстояния от точки до прямой

Отрезок прямой [BC]
преобразовался в точку.
Соединяем две точки
между собой – получаем
расстояние от точки (·) A
до отрезка прямой [BC].

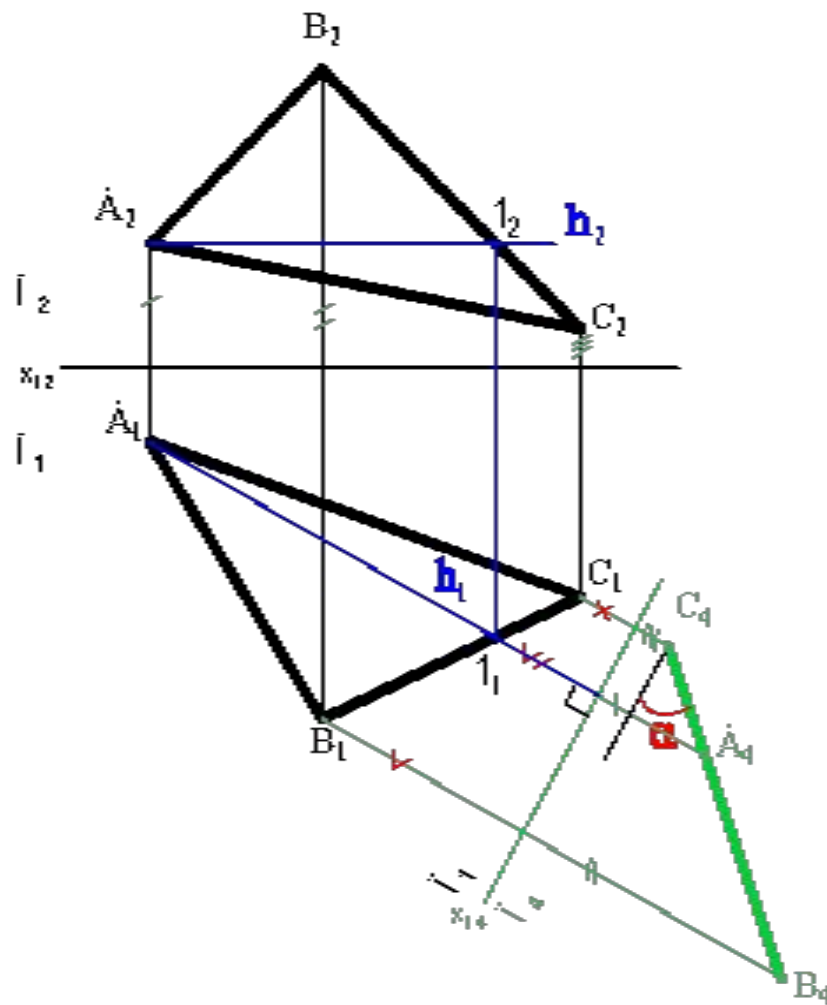


Преобразование плоскости общего положения в проецирующую и определение угла наклона плоскости к плоскости проекций

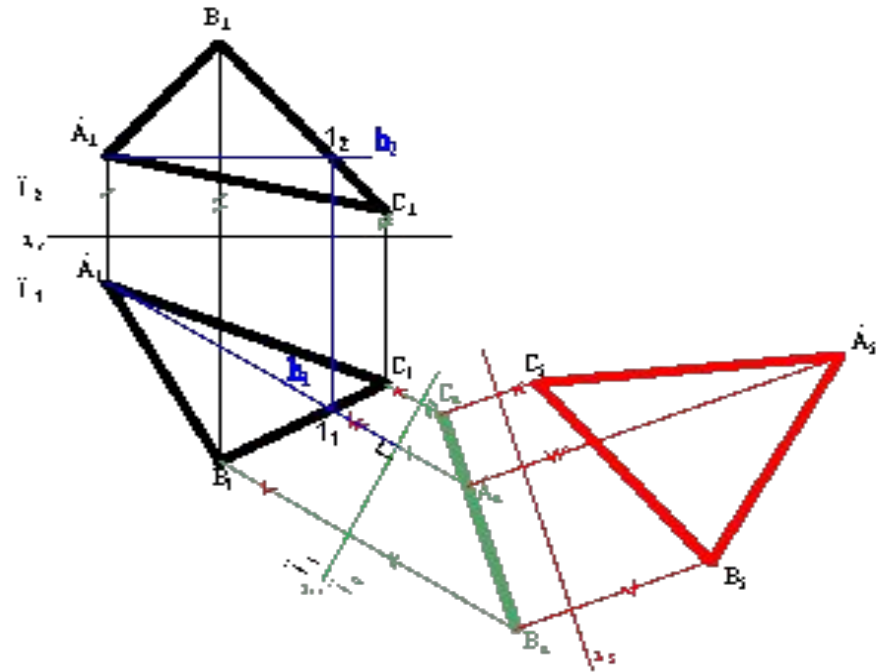
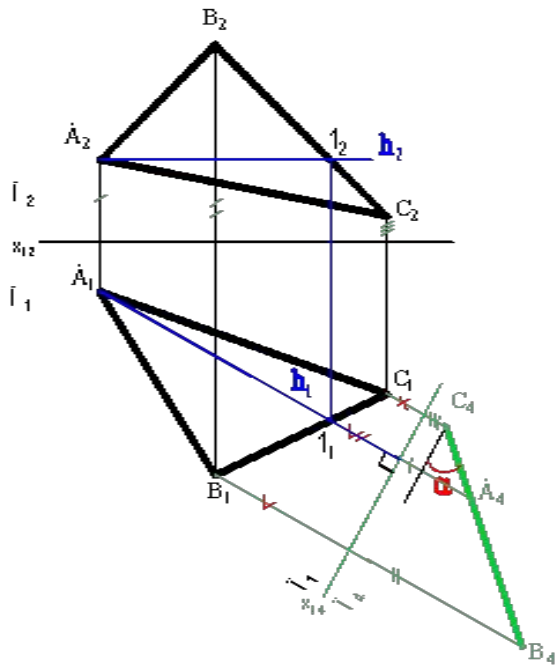
Чтобы определить угол наклона плоскости общего положения к плоскости проекций, необходимо преобразовать эту плоскость в проецирующую.

Плоскость перпендикулярна другой плоскости, в том числе плоскости проекций в том случае, если она содержит в себе прямую, перпендикулярную этой плоскости.

$$h \perp \Pi_4 \rightarrow h_1 \perp X_{14}$$



Определение натуральной величины плоской фигуры



Задача решается в два действия.

1. Плоскость общего положения преобразовывают в проецирующую.
2. Проецирующую плоскость преобразовывают в плоскость уровня.

$h \perp \Pi_4$

$\Delta ABC \parallel \Pi_5 \rightarrow C_4A_4B_4 \parallel X_{45}$

$A_5B_5C_5$ - н.в.

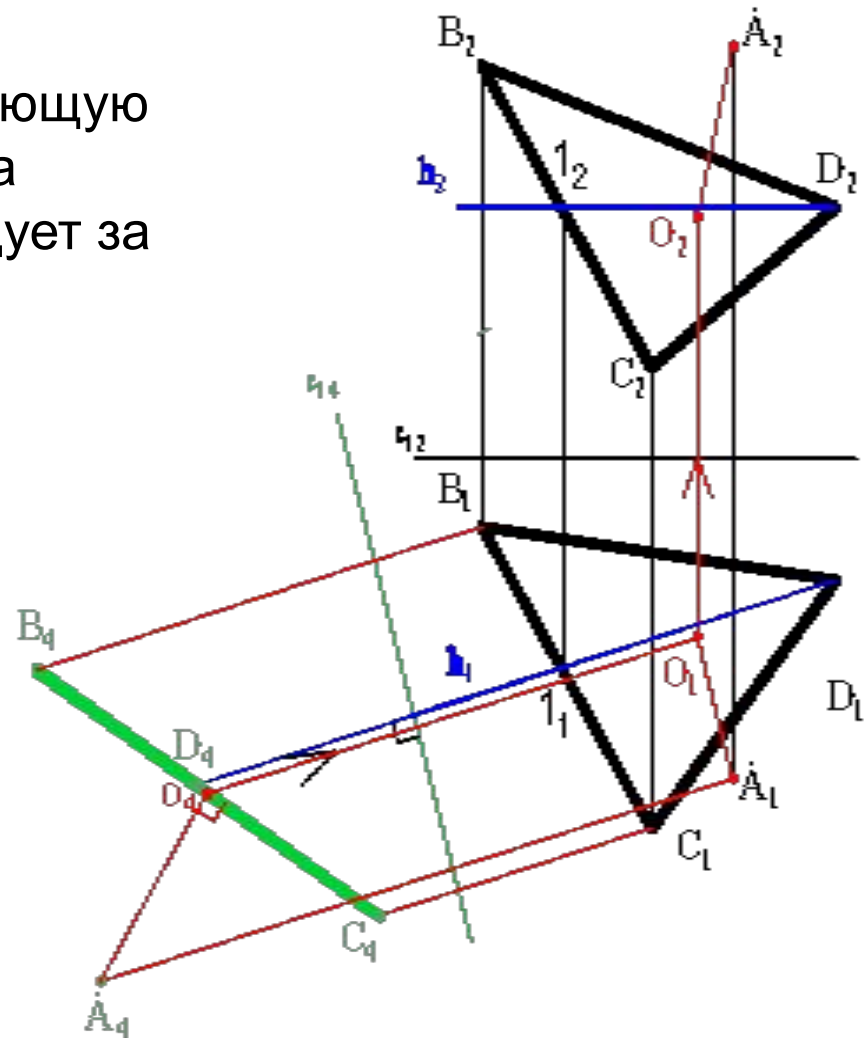
Определение расстояния от точки до плоскости

Чтобы определить расстояние от точки до плоскости, необходимо плоскость преобразовать в проецирующую и опустить перпендикуляр из точки на плоскость. Точка в построениях следует за плоскостью.

Плоскость перпендикулярна другой плоскости, в том числе плоскости проекций в том случае, если она содержит в себе прямую, перпендикулярную этой плоскости.

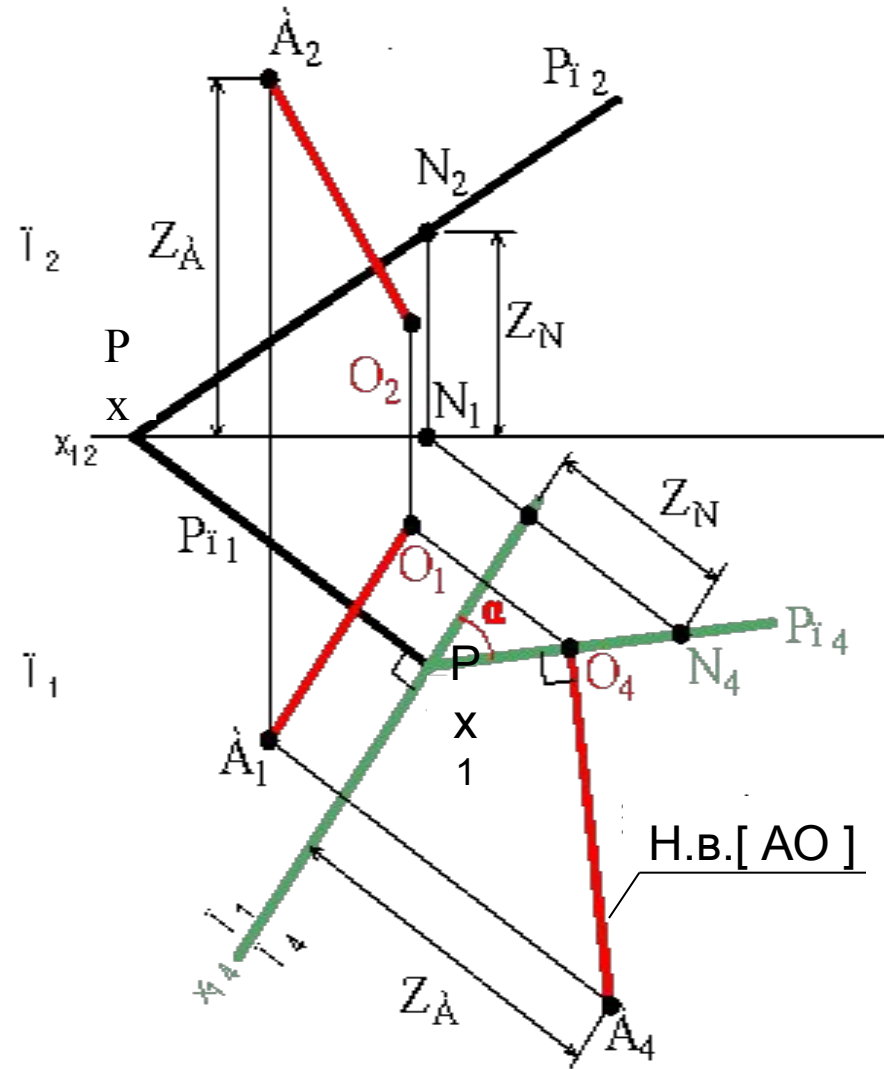
$$h \perp \Pi_4 \rightarrow h_1 \perp X_{14}$$

[AO] – расстояние от точки до плоскости.



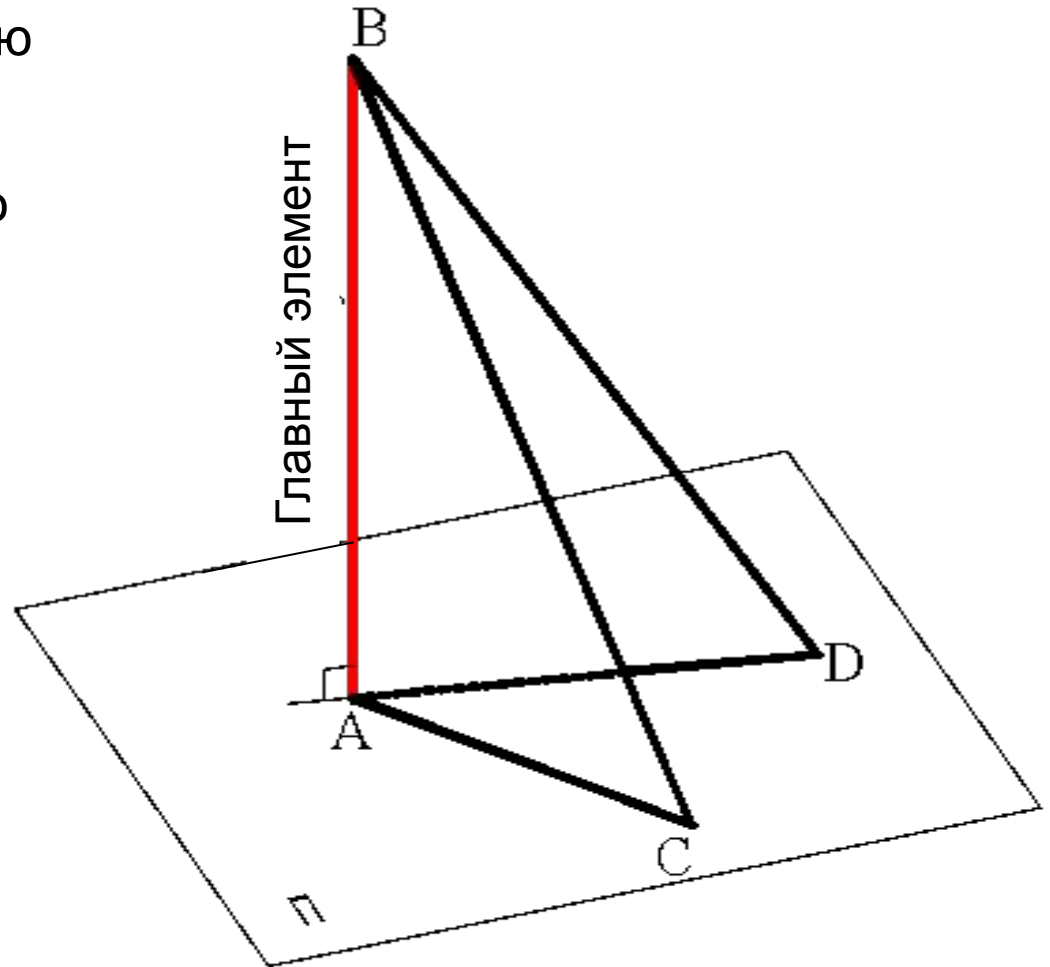
Определение расстояния от точки до плоскости

Плоскость «Р» задана следами.
Чтобы определить расстояние преобразовываем плоскость в проецирующую, и опускаем перпендикуляр из проекции точки на след плоскости P_4 .
[AO] – расстояние от точки до плоскости.



Определение натуральной величины двугранного угла

Чтобы определить натуральную величину двугранного угла, необходимо преобразовать его таким образом, чтобы ребро стало проецирующим.



Определение натуральной величины двугранного угла

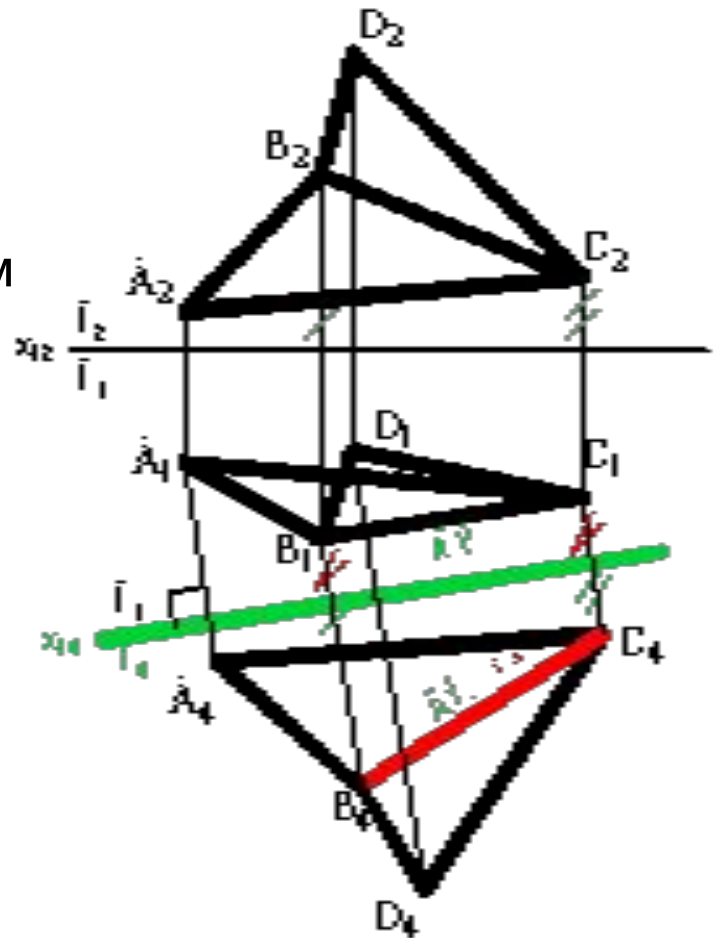
В том случае, если ребро двугранного угла – общего положения, задача решается в два действия.

Ребро двугранного угла считаем главным элементом (г.э.)

1. Преобразовываем ребро [BC] в прямую уровня.

[BC] \parallel П4 \rightarrow X14 \parallel [B1C1] \rightarrow

[B4 C4] - н.в.

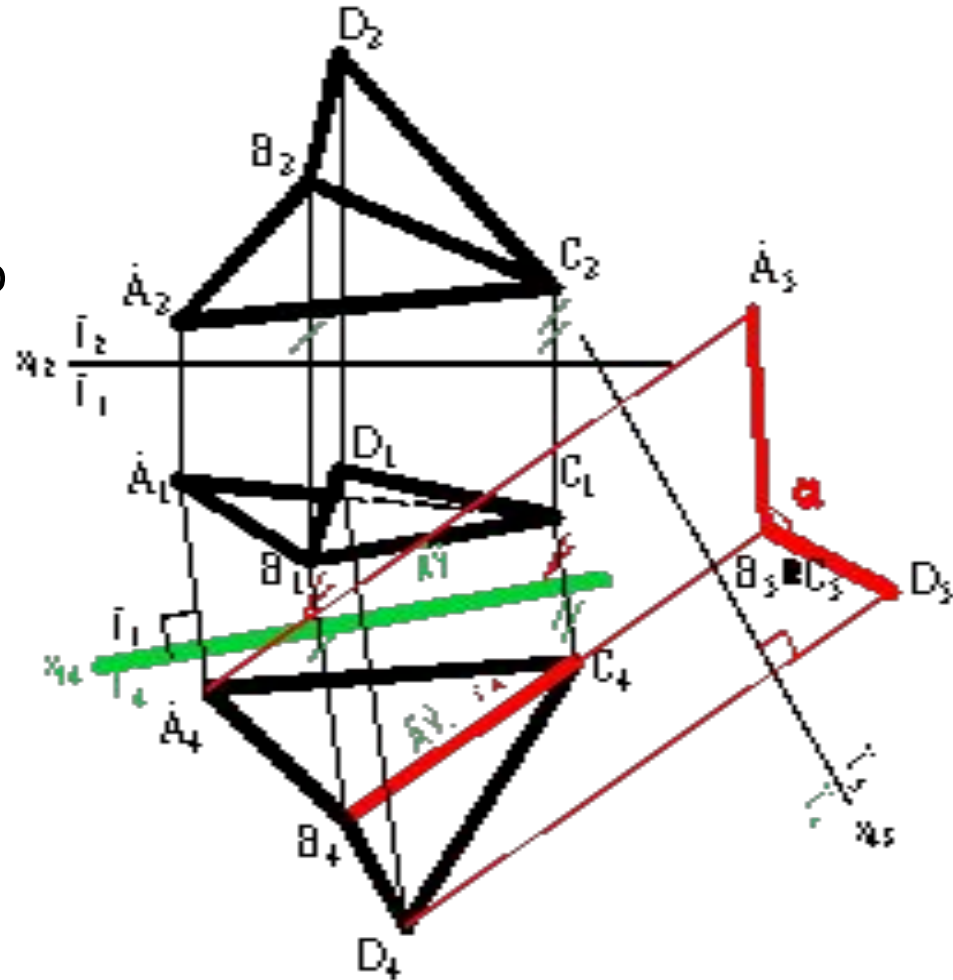


Определение натуральной величины двугранного угла

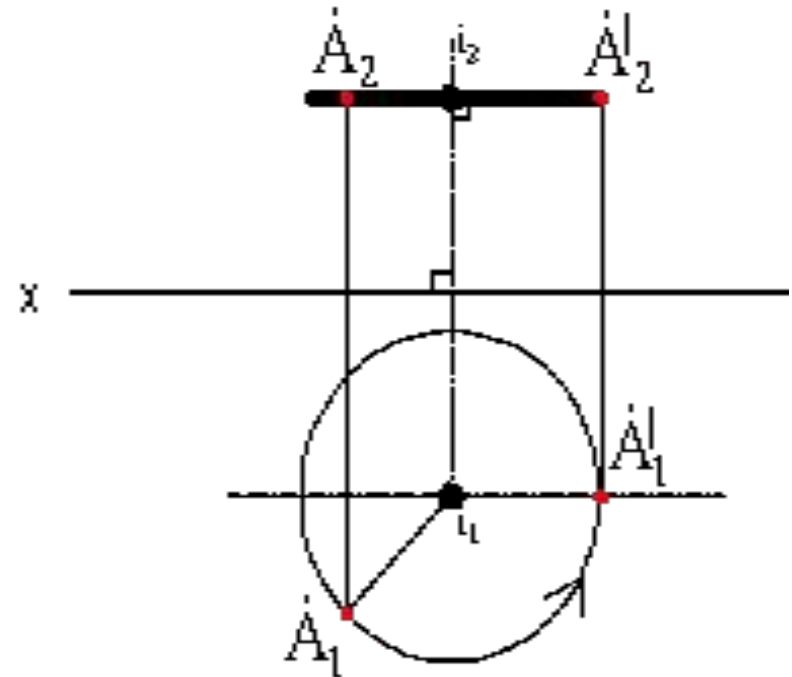
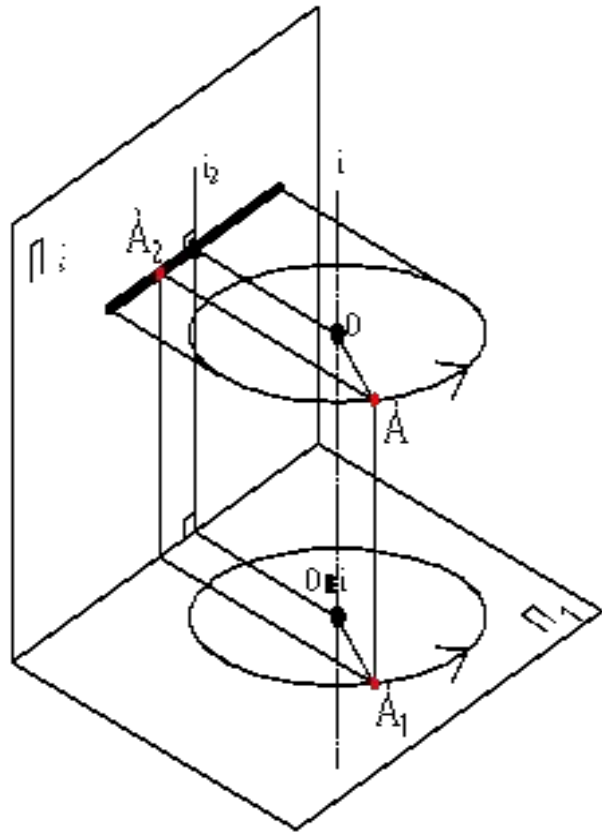
2. Плоскость П 5 располагаем перпендикулярно ребру [BC] – ребро проецируется на эту плоскость в точку, полы двугранного угла – в прямые линии.

$$[BC] \perp \Pi 5 \rightarrow X_{45} \perp [B_4C_4]$$

α – натуральная величина двугранного угла.



Вращение вокруг проецирующих осей

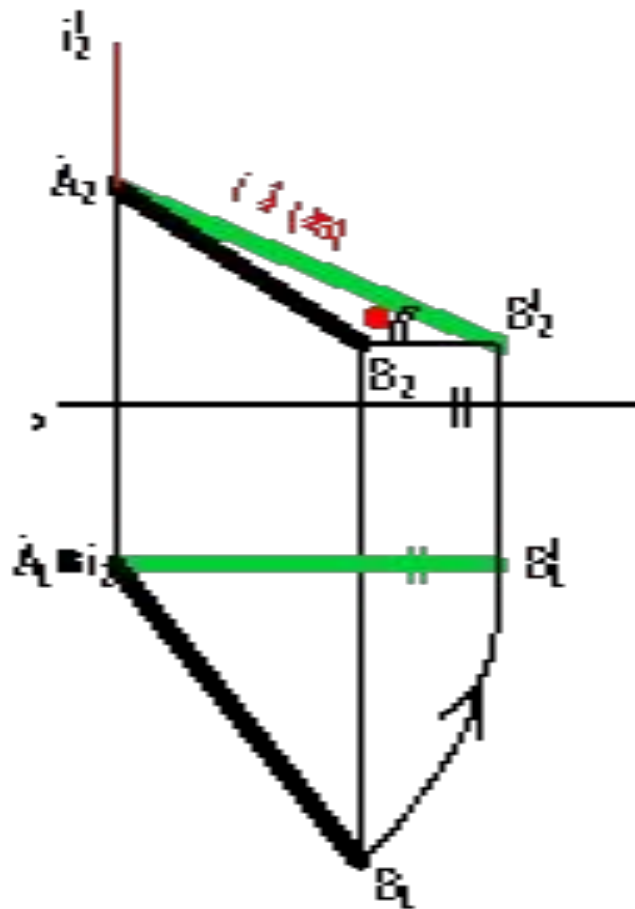


Сущность метода вращения вокруг проецирующих осей состоит в том, что все точки фигуры движутся по окружностям в плоскостях, перпендикулярных к оси вращения, параллельно плоскости проекций, которой перпендикулярна ось вращения.

Определение натуральной величины отрезка вращением вокруг проецирующих прямых

В (\cdot) А задаем ось i , перпендикулярную плоскости Π_1 и поворачиваем отрезок таким образом, чтобы он стал **параллелен** плоскости Π_2 . Тогда он спроецируется на эту плоскость в натуральную величину.

α – угол, который $[AB]$ составляет с горизонтальной плоскостью проекций.

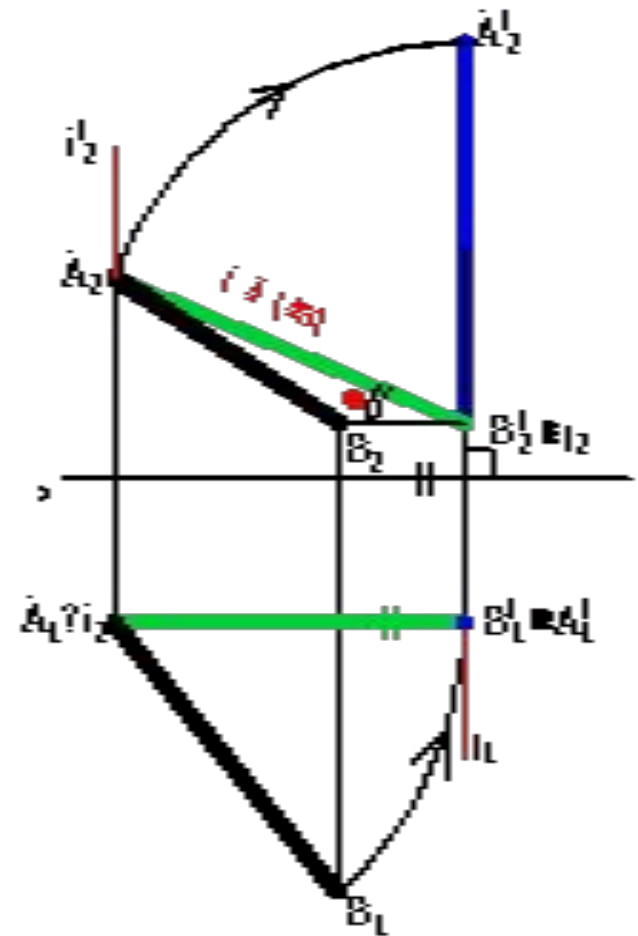


Преобразование отрезка прямой общего положения в проецирующий

В том случае, если $[AB]$ – отрезок прямой общего положения, задача решается в два действия.

1. Преобразовываем отрезок $[AB]$ в **прямую уровня**.

2. В (\cdot) В задаем ось j , перпендикулярную плоскости Π_2 и поворачиваем отрезок таким образом, чтобы он стал **перпендикулярен** плоскости Π_1 . Тогда он спроецируется на эту плоскость в точку.



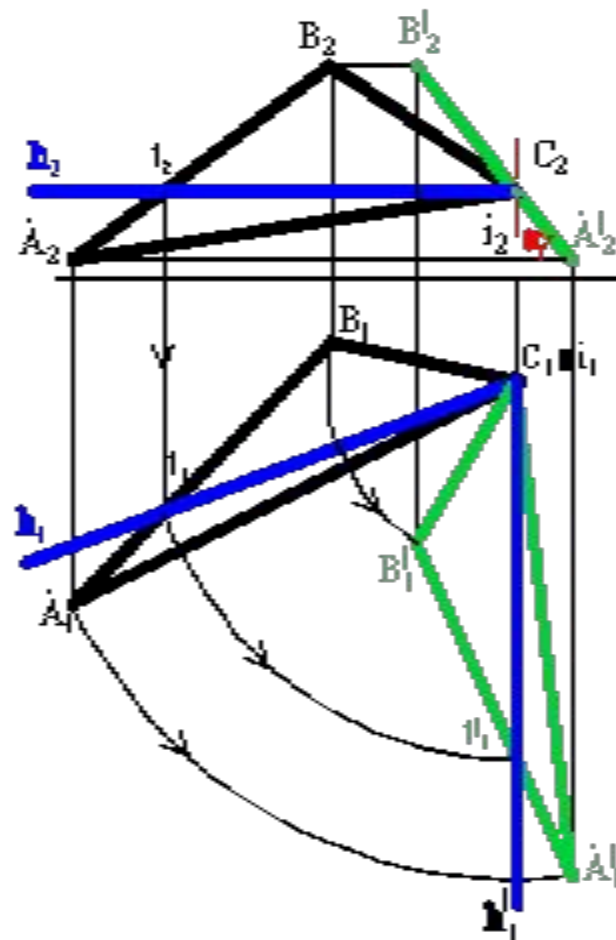
I Преобразование плоскости общего положения в проецирующую и определение угла наклона плоскости к плоскости проекций

Чтобы определить угол наклона плоскости общего положения к какой-либо плоскости проекций, необходимо преобразовать эту плоскость в **проецирующую**.

Плоскость перпендикулярна другой плоскости, в том числе плоскости проекций в том случае, если она содержит в себе прямую, перпендикулярную этой плоскости.

$$h \perp \Pi_2 \rightarrow h_1 \perp X_{12}$$

Поворот треугольника осуществляется вокруг оси « i », перпендикулярной Π_1 .



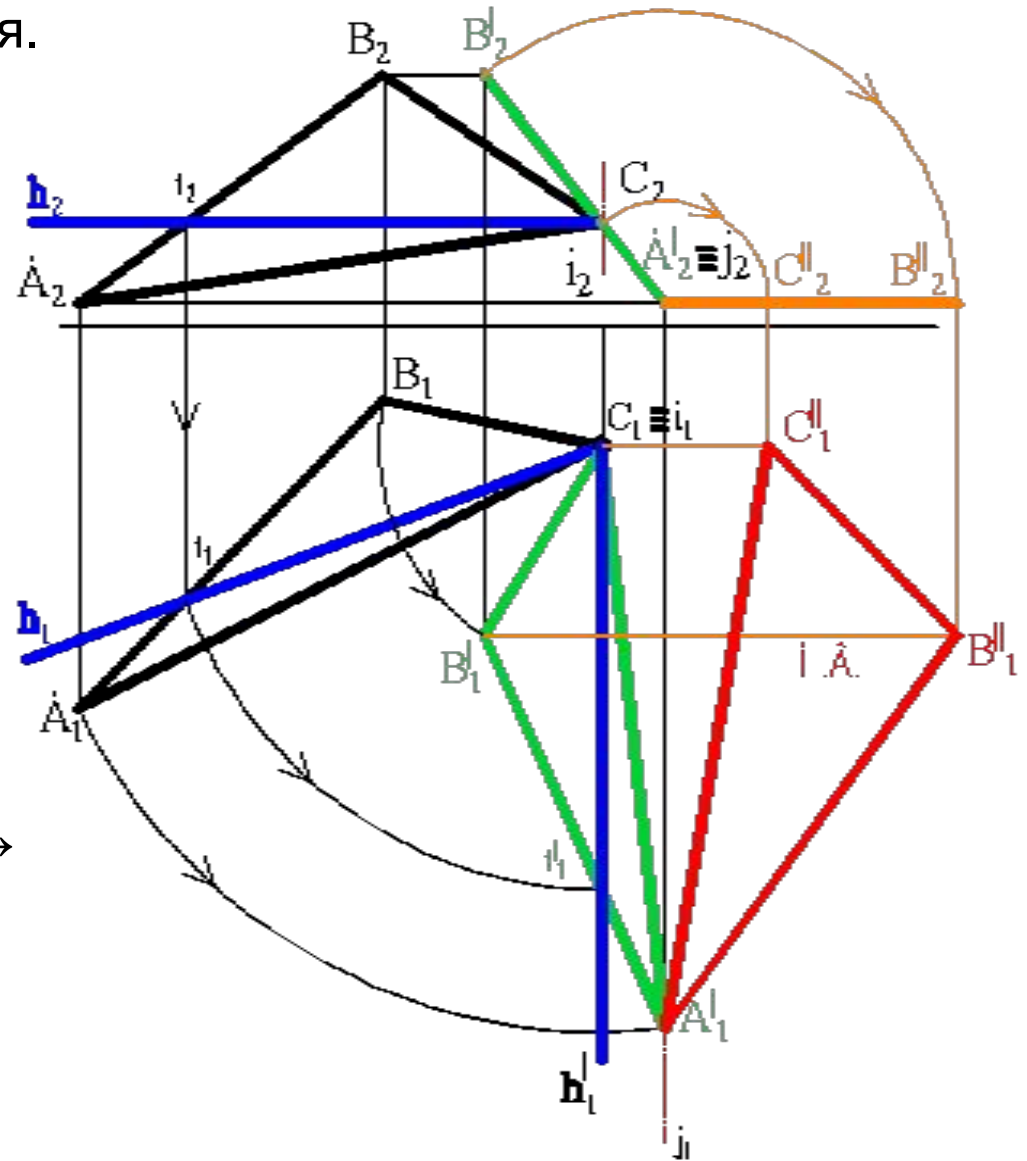
Определение натуральной величины плоской фигуры

Задача решается в два действия.

1. Плоскость, вращением вокруг оси, преобразовывают в **проецирующую**.
2. Изменив ось вращения, плоскость располагают **параллельно** плоскости проекций, на которую она проецируется в натуральную величину.

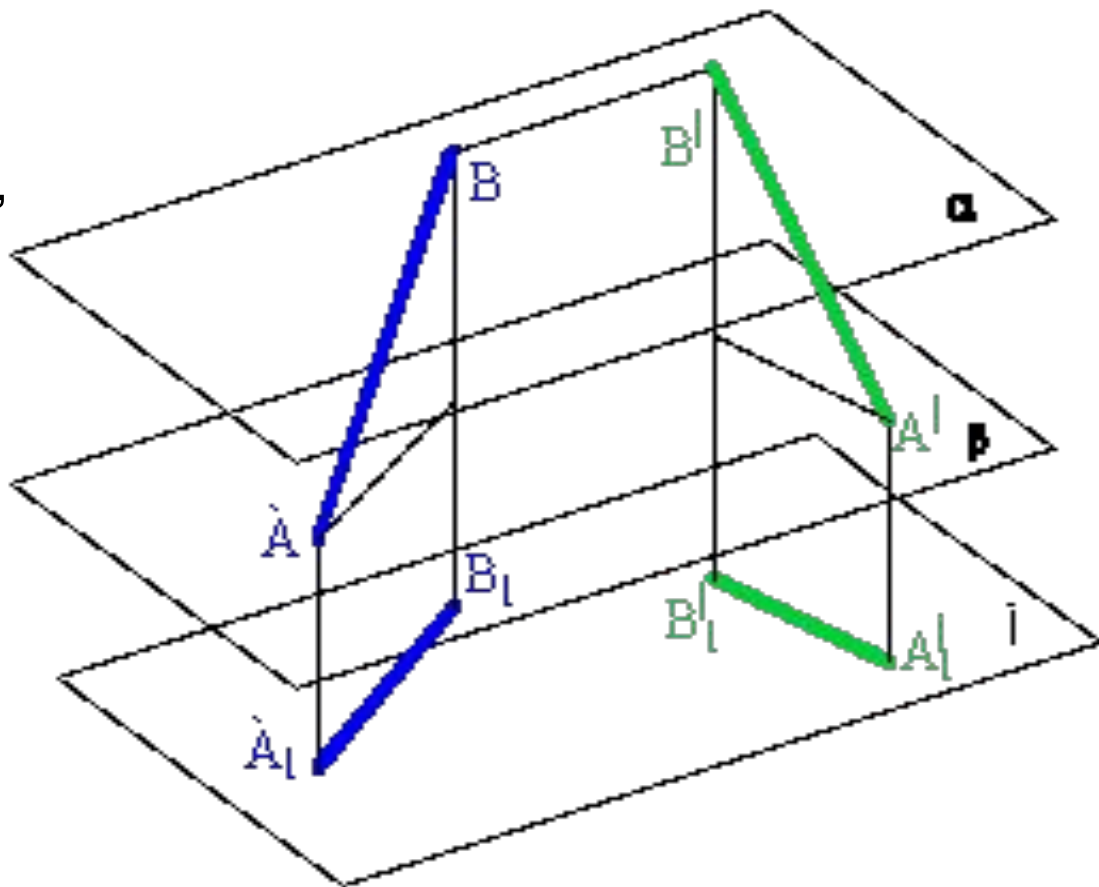
$\Delta ABC \parallel \Pi_1 \quad A''_2 B''_2 C''_2 \parallel X_{12} \rightarrow$

$\rightarrow A''_1 B''_1 C''_1 - \text{н.в.}$



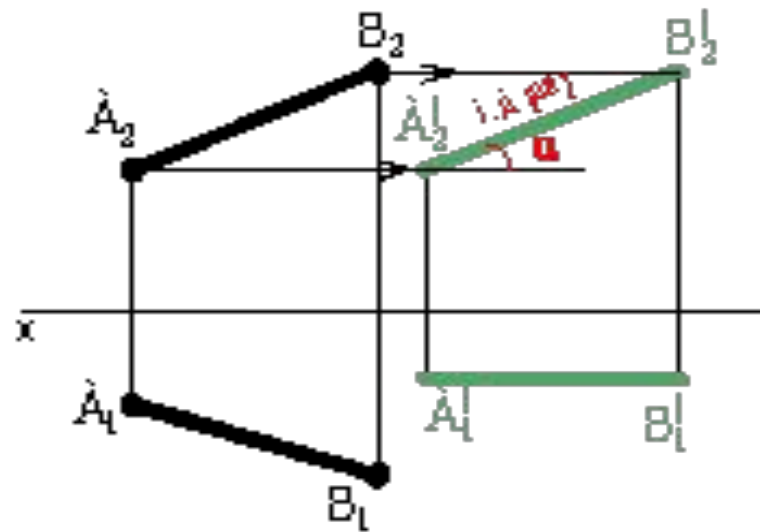
Плоско – параллельное перемещение

Сущность метода плоско-
Параллельного перемещения
Состоит в том, что все точки
Фигуры движутся в плоскостях,
Параллельных между собой.



Определение натуральной величины отрезка прямой и углов его наклона к плоскости проекций

Располагаем отрезок **параллельно** плоскости проекций Π_2 . Он проецируется на эту плоскость в натуральную величину.

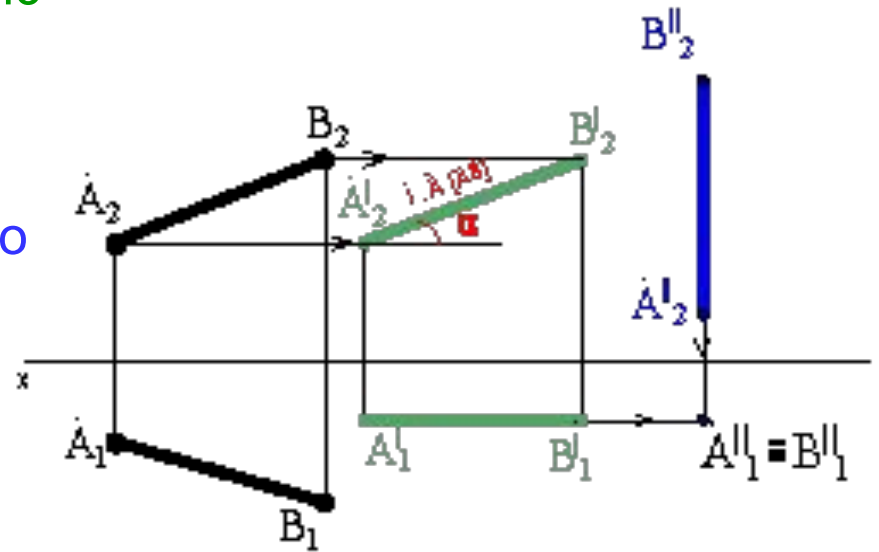


Преобразование отрезка прямой общего положения в проецирующий

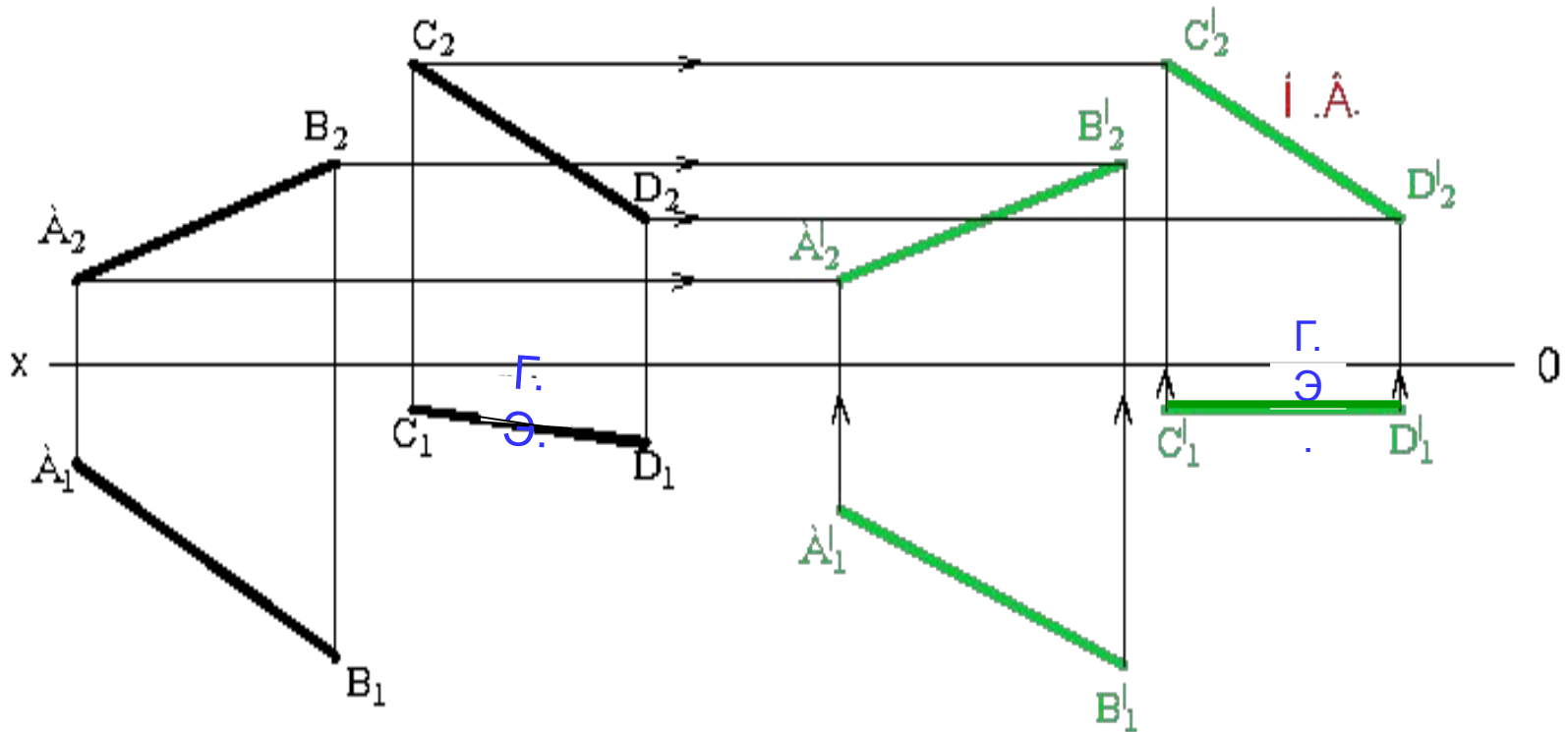
Задача решается в два действия.

1. Отрезок преобразовывают в **прямую уровня**.

2. Затем натуральную величину отрезка располагают **перпендикулярно** плоскости проекций, на которую он проецируется в точку.



Определение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми

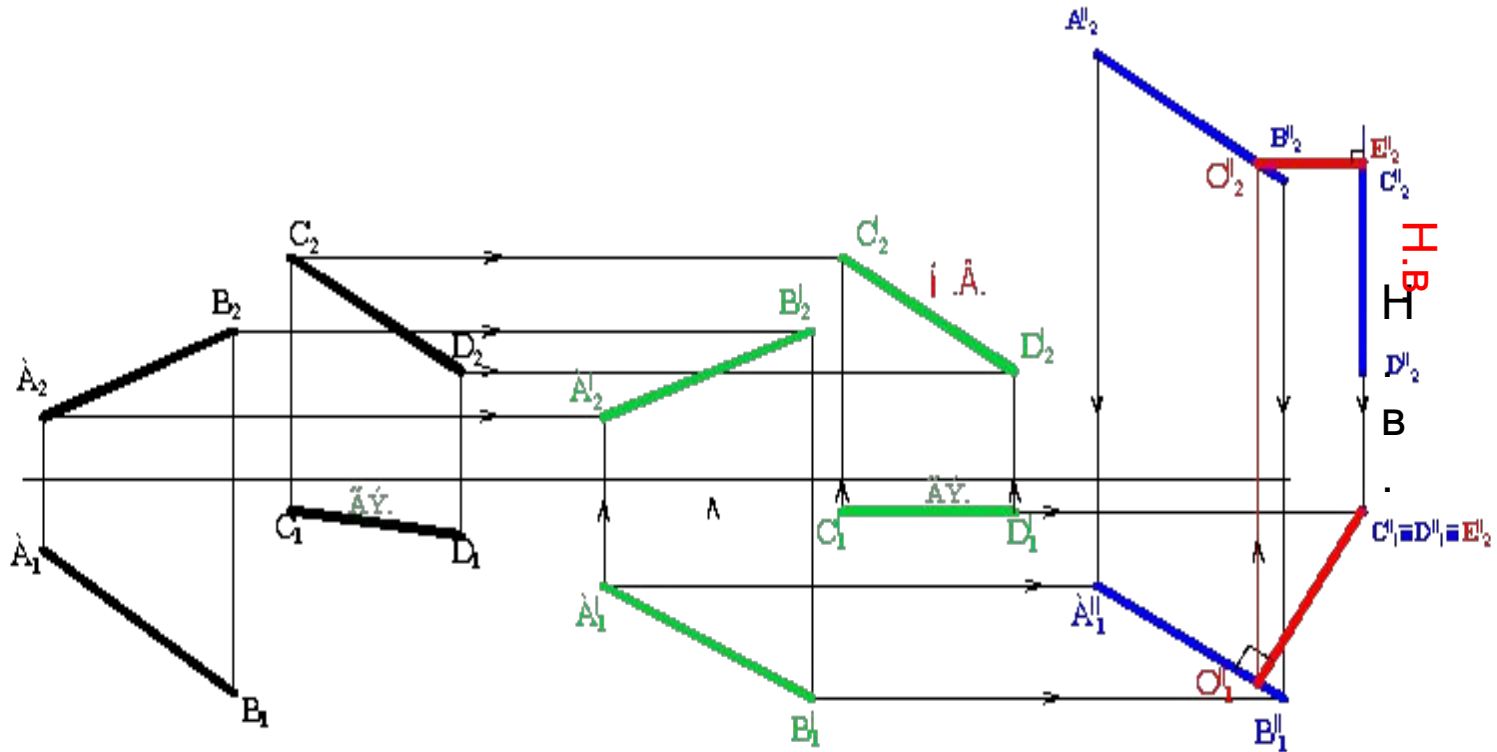


Задача решается в два действия.

1. Выбираем одну из прямых в качестве «**главного элемента**» и решаем задачу относительно нее.

Располагаем прямую **параллельно** плоскости проекций, чтобы она спроецировалась в натуральную величину.

Определение расстояния между двумя скрещивающимися прямыми



2. Располагаем натуральную величину «главного элемента» **перпендикулярно** плоскости проекций. Получаем точку – проекцию этой прямой. Вторая прямая строится вслед за первой.

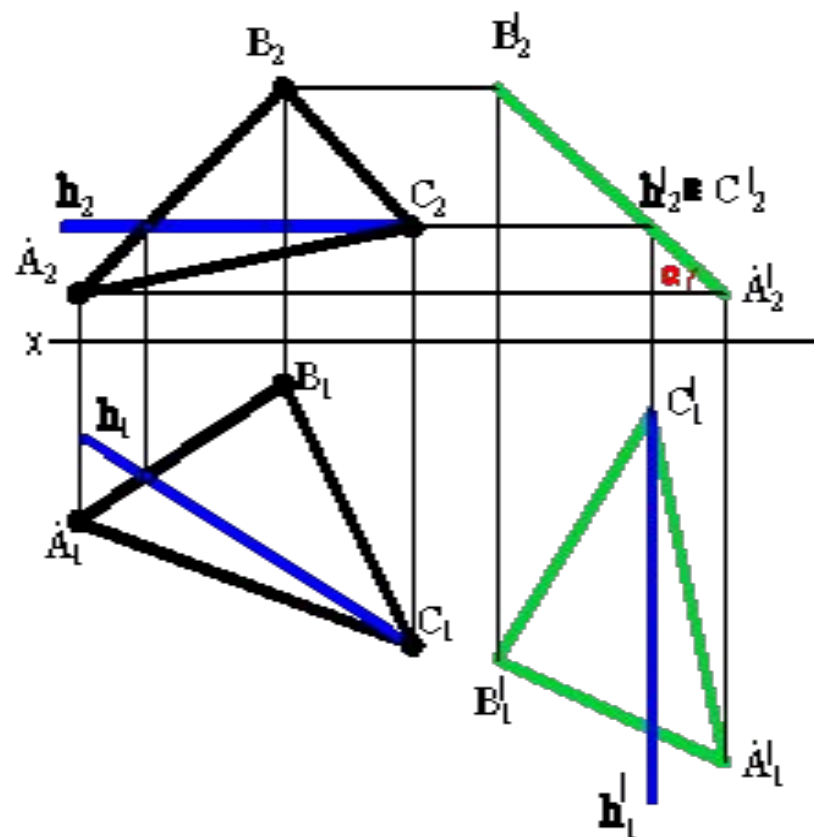
Преобразование плоскости общего положения в проецирующую и определение угла наклона плоскости к плоскости проекций

Чтобы определить угол наклона плоскости общего положения к какой-либо плоскости проекций, необходимо преобразовать эту плоскость в проецирующую.

Плоскость перпендикулярна другой плоскости, в том числе плоскости проекций в том случае, если она содержит в себе прямую, перпендикулярную этой плоскости.

$$h \perp \Pi_2 \rightarrow h_1 \perp X_{12}$$

Все точки плоскости перемещаются в плоскостях, параллельных плоскости проекций.



Определение натуральной величины плоской фигуры

Задача решается в два действия.

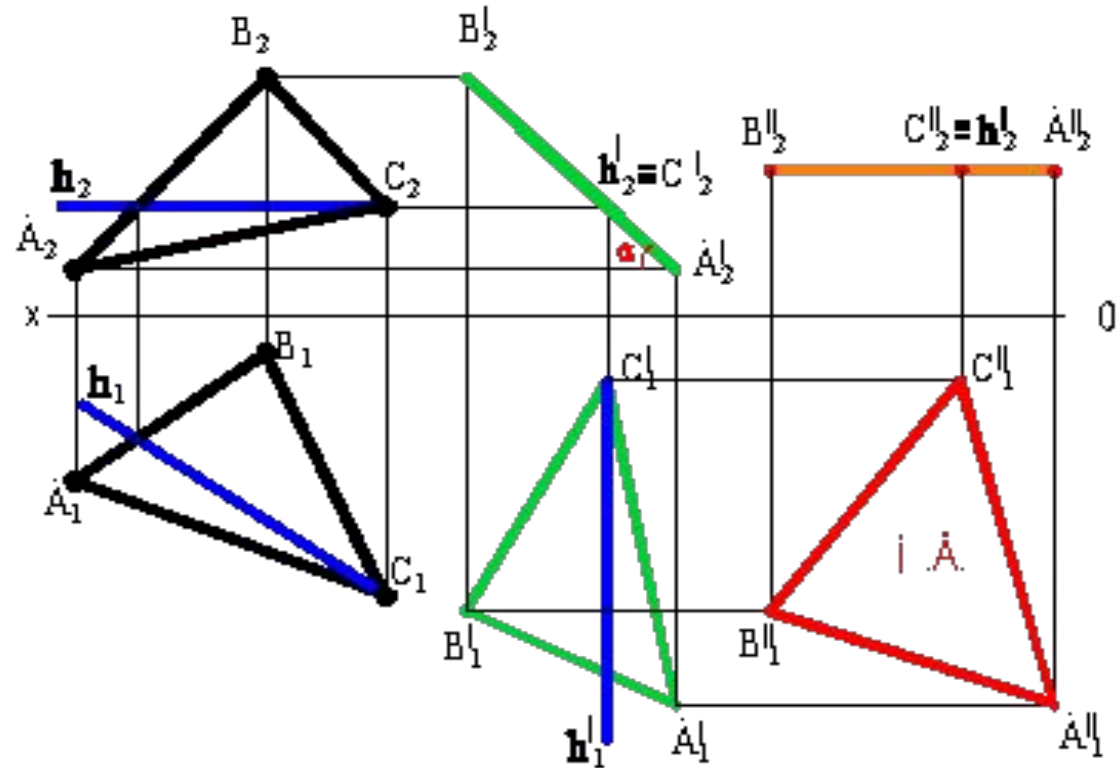
1. Плоскость общего положения преобразовывают в **проецирующую**.

2. Проецирующую плоскость преобразовывают в **плоскость уровня**.

$h \perp \Pi_1 \quad \Delta ABC \parallel \Pi_1 \rightarrow$

$A_2B_2C_2 \parallel X_{12}$

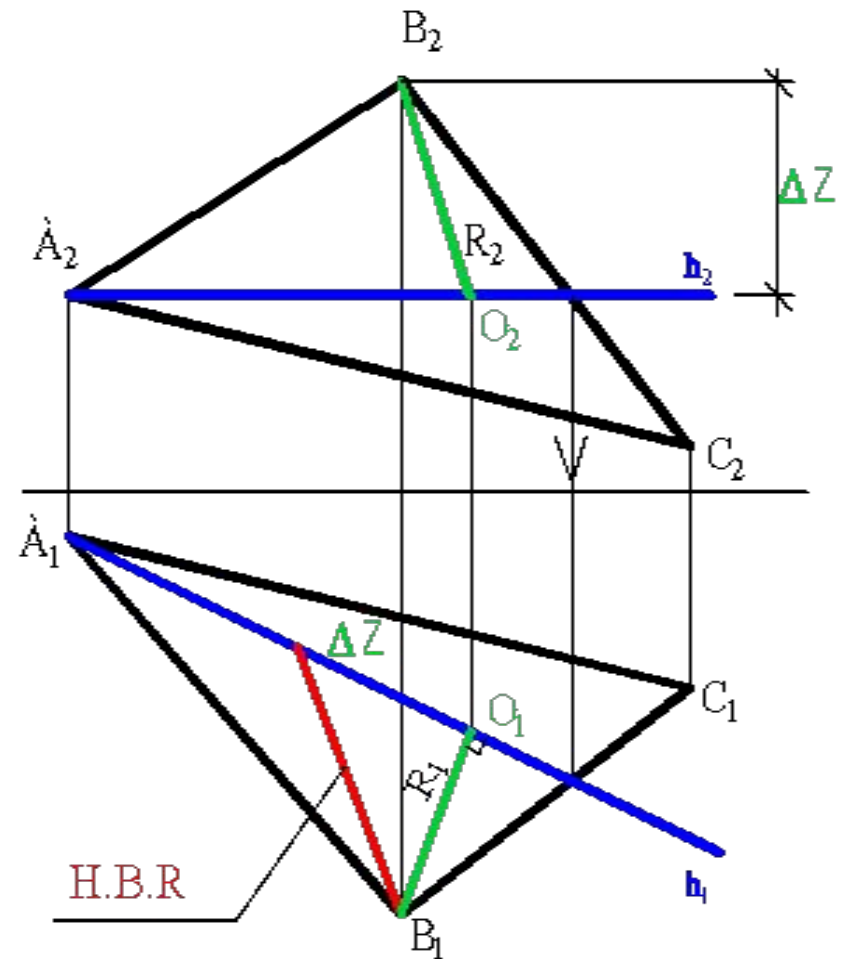
$A_1B_1C_1$ - н.в.



Определение натуральной величины плоскости вращением вокруг линии уровня

Чтобы определить натуральную величину плоской фигуры, необходимо расположить ее параллельно какой-либо плоскости проекций.

При вращении вокруг линии уровня каждая из точек фигуры вращается в плоскости, перпендикулярной оси вращения, радиусом вращения является расстояние от точки до линии уровня.



Определение натуральной величины плоскости вращения вращением вокруг линии уровня

Когда фигура расположится параллельно плоскости проекций, радиус вращения каждой из точек спроецируется на плоскость проекций в натуральную величину.
Ход решения задачи.

1. Определяем натуральную величину радиуса [BO] и откладываем ее на продолжении перпендикуляра [$B'O$].
2. Соединяем неподвижную (\cdot) A с новым положением (\cdot) B , затем через неподвижную (\cdot) 1 ведем линию к (\cdot) C .

$A'_1B'_1C'_1$ - натуральная величина.

