

Вопрос 4.

Показатели вариации в статистике:
особенности расчета и
интерпретации

ПОКАЗАТЕЛИ ВАРИАЦИИ



абсолютные

- Размах вариации (R)
- Дисперсия (σ^2)
- Среднее
квадратическое
отклонение (σ)

(стандартное отклонение)



относительные

- Коэффициент
вариации (V_σ)

- Размах вариации

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

Пример:

Распределение А: 15, 18, 20, 22, 25

$$\bar{x} = 20$$

$$R = 25 - 15 = 10$$

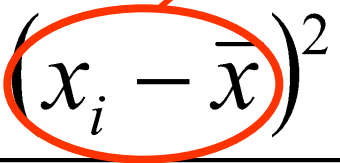
Распределение В: 5, 10, 18, 22, 45

$$\bar{x} = 20$$

$$R = 45 - 5 = 40$$

- Дисперсия

Ключевой элемент!

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$


Пример:

Данные о ежедневных расходах студентов на обеды (руб.):

180, 250, 200, 210, 230, 190, 200, 250, 260, 280, 220, 190, 270, 270, 220

$$\bar{x} = 228$$

Отклонение (отличие) каждого студента от среднего

$(x_i - \bar{x})$
-48, 22, -28, -18, 2, -38, -28, 22, 32, 52, -8, -38, 42, 42, -8

Дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-48)^2 + 22^2 + (-28)^2 + (-18)^2 + 2^2 + \dots + (-8)^2}{15} = 1029,33 \approx 1029$$

Упрощенная формула расчета дисперсии

$$\sigma^2 = \overline{x_i^2} - (\bar{x})^2$$

**Пример:
данные об обеденных расходах**

| x_i | x_i^2 |
|-------|---------|
| 180 | |
| 250 | |
| 200 | |
| 210 | |
| 230 | |
| 190 | |
| 200 | |
| 250 | |
| 260 | |
| 280 | |
| 220 | |
| 190 | |
| 270 | |
| 270 | |
| 220 | |
| | |

Упрощенная формула расчета дисперсии

$$\sigma^2 = \overline{x_i^2} - (\bar{x})^2$$

**Пример:
данные об обеденных расходах**

| x_i | x_i^2 |
|-------|---------|
| 180 | 32 400 |
| 250 | 62 500 |
| 200 | 40 000 |
| 210 | 44 100 |
| 230 | 52 900 |
| 190 | 36 100 |
| 200 | 40 000 |
| 250 | 62 500 |
| 260 | 67 600 |
| 280 | 78 400 |
| 220 | 48 400 |
| 190 | 36 100 |
| 270 | 72 900 |
| 270 | 72 900 |
| 220 | 48 400 |
| | |

Упрощенная формула расчета дисперсии

$$\sigma^2 = \overline{x_i^2} - (\bar{x})^2$$

**Пример:
данные об обеденных расходах**

$$\sigma^2 = 53013 - 228^2 = 1029$$

| x_i | x_i^2 |
|-----------------|------------------------------|
| 180 | 32 400 |
| 250 | 62 500 |
| 200 | 40 000 |
| 210 | 44 100 |
| 230 | 52 900 |
| 190 | 36 100 |
| 200 | 40 000 |
| 250 | 62 500 |
| 260 | 67 600 |
| 280 | 78 400 |
| 220 | 48 400 |
| 190 | 36 100 |
| 270 | 72 900 |
| 270 | 72 900 |
| 220 | 48 400 |
| $\bar{x} = 228$ | $\overline{x_i^2} = 53\ 013$ |

- **Среднее квадратическое (стандартное) отклонение**

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Для данных об обеденных расходах студентов

$$\sigma = \sqrt{1029} = 32$$

- **Коэффициент вариации**

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

Для данных об обеденных расходах студентов

$$V_{\sigma} = \frac{32}{228} \cdot 100 = 14\%$$

Расчет дисперсии для сгруппированных данных

⇒ **взвешенная дисперсия**

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

**Таблица 1 – Ежедневные расходы студентов на обеды
(расчет показателей вариации)**

| Расходы на обеды, в руб. | Количество студентов (f) | | |
|--------------------------|--------------------------|--|--|
| 180 – 200 | 5 | | |
| 200 – 220 | 3 | | |
| 220 – 240 | 1 | | |
| 240 – 260 | 3 | | |
| 260 - 280 | 3 | | |
| ИТОГО | 15 | | |

**Таблица 1 – Ежедневные расходы студентов на обеды
(расчет показателей вариации)**

| Расходы на обеды, в руб. | Количество студентов (f) | Середины интервалов | |
|--------------------------|--------------------------|---------------------|--|
| 180 – 200 | 5 | 190 | |
| 200 – 220 | 3 | 210 | |
| 220 – 240 | 1 | 230 | |
| 240 – 260 | 3 | 250 | |
| 260 - 280 | 3 | 270 | |
| ИТОГО | 15 | | |

$$\bar{x} = 225$$

**Таблица 1 – Ежедневные расходы студентов на обеды
(расчет показателей вариации)**

| Расходы на обеды, в руб. | Количество студентов (f) | Середины интервалов | Отклонение от среднего ($x_i - \bar{x}$) |
|--------------------------|--------------------------|---------------------|--|
| 180 – 200 | 5 | 190 | |
| 200 – 220 | 3 | 210 | |
| 220 – 240 | 1 | 230 | |
| 240 – 260 | 3 | 250 | |
| 260 - 280 | 3 | 270 | |
| ИТОГО | 15 | | |

$$\bar{x} = 225$$

**Таблица 1 – Ежедневные расходы студентов на обеды
(расчет показателей вариации)**

| Расходы на обеды, в руб. | Количество студентов (f) | Середины интервалов | Отклонение от среднего ($x_i - \bar{x}$) |
|--------------------------|--------------------------|---------------------|--|
| 180 – 200 | 5 | 190 | -35 |
| 200 – 220 | 3 | 210 | -15 |
| 220 – 240 | 1 | 230 | 5 |
| 240 – 260 | 3 | 250 | 25 |
| 260 - 280 | 3 | 270 | 45 |
| ИТОГО | 15 | | |

$$\bar{x} = 225$$

Взвешенная дисперсия:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{(-35)^2 \cdot 5 + (-15)^2 \cdot 3 + 5^2 \cdot 1 + 25^2 \cdot 3 + 45^2 \cdot 3}{15} = 985$$

Среднее квадратическое отклонение:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad \sigma = \sqrt{985} = 31$$

Коэффициент вариации:

$$V_\sigma = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad V_\sigma = \frac{31}{225} \cdot 100 = 13,8\%$$

*Спасибо за
внимание!*