7. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ
2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС
3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС
4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС
5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС
6. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

К основным процессам относятся:

- ***изохорный***, протекающий при постоянном объеме $v = const$;
- ***изобарный***, протекающий при постоянном давлении $p = const$;
- ***изотермический***, протекающий при постоянной температуре $T = const$;
- ***адиабатный***, протекающий при отсутствии теплообмена с внешней средой $S = const$;
- ***политропные***, характеризующиеся постоянством теплоемкости в процессе $c_x = const$.

Общий метод исследований процессов

1. Выводится уравнение кривой процесса на pv- и Ts-диаграммах;
2. Устанавливается зависимость между основными параметрами рабочего тела в начале и конце процесса;
3. Определяется изменение удельной внутренней энергии по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = \overline{c_v}\Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_v}\Big|_0^{t_1} t_1$$

или при постоянной теплоемкости:

$$\boxed{\Delta u = u_2 - u_1 = c_v\left(t_2 - t_1\right)}$$

4. Вычисляется работа изменения объема газа по основной формуле:

$$\boxed{l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} f\left(v\right) dv}$$

5. Определяется удельное количество теплоты, участвующее в процессе, по формуле:

$$\boxed{q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \overline{c_x}\Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_x}\Big|_0^{t_1} t_1}$$

6. Определяется изменение удельной энтальпии в процессе по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$h_2 - h_1 = \overline{c}\Big|^{t_2} t_2 - \overline{c}\Big|^{t_1} t_1$$

Рассматриваемые процессы считаются обратимыми.

$$h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$$

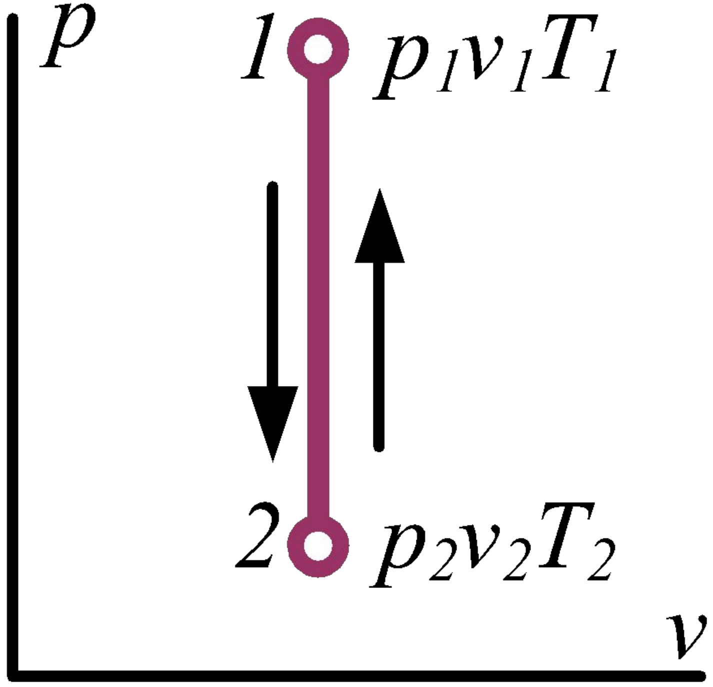
7. Определяется изменение удельной энтропии идеального газа по формулам:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1,$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2 / T_1 - R \ln p_2 / p_1.$$

2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС

- *Процесс, протекающий при постоянном объеме, называют* ***изохорным****:* $dv=0$ *или* $v=const.$



$$\boxed{pv = RT}$$

$$p/T = R/v = f(v) = const$$

$$\boxed{p_1/p_2 = T_1/T_2} \qquad (7.1)$$

$$\boxed{l = \int_{v_1}^{v_2} p\,dv = 0}$$

$$l' = -\int_{p_1}^{p_2} v\,dp = -v\left(p_2 - p_1\right)$$

Вся внешняя теплота расходуется только на изменение внутренней энергии тела

$$q_{v,1\text{-}2} = \int_{t_1} \left(\partial u / \partial t\right)_v dt = \int_{t_1} c_v dt =$$

$$= c_v\left(t_2 - t_1\right) = u_2 - u_1$$

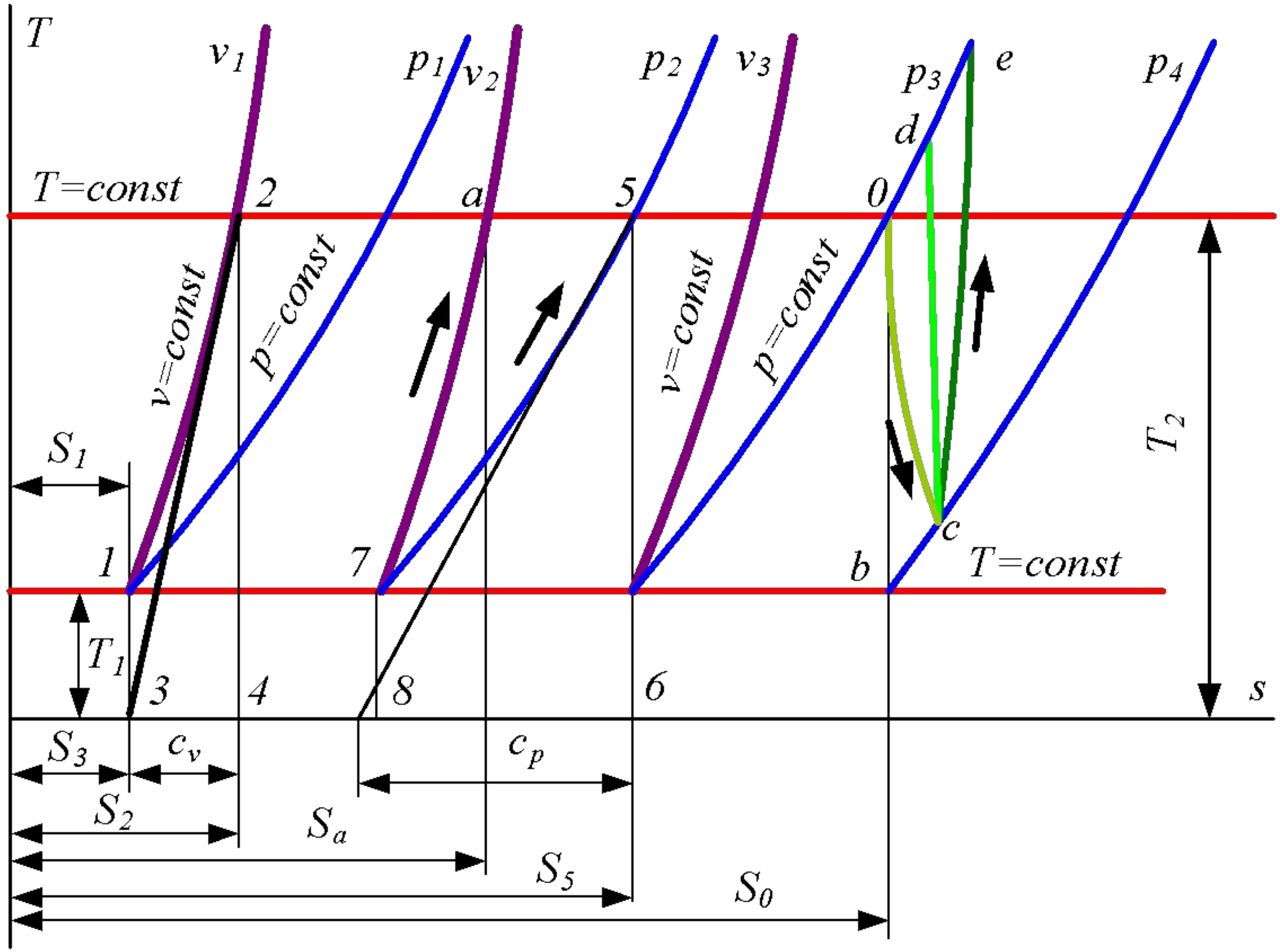
$$\boxed{q_{v,1\text{-}2} = u_2 - u_1 = \left.\overline{c_v}\right|_0^{t_2} t_2 - \left.\overline{c_v}\right|_0^{t_1} t_1} \quad (7.2)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1$$

$$v = const \Longrightarrow \ln v_2 / v_1 = 0$$

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} (\partial s / \partial T)_v \, dT = c_v \ln T_2 / T_1 =$$

$$= c_v \ln p_2 / p_1 \quad (7.3)$$



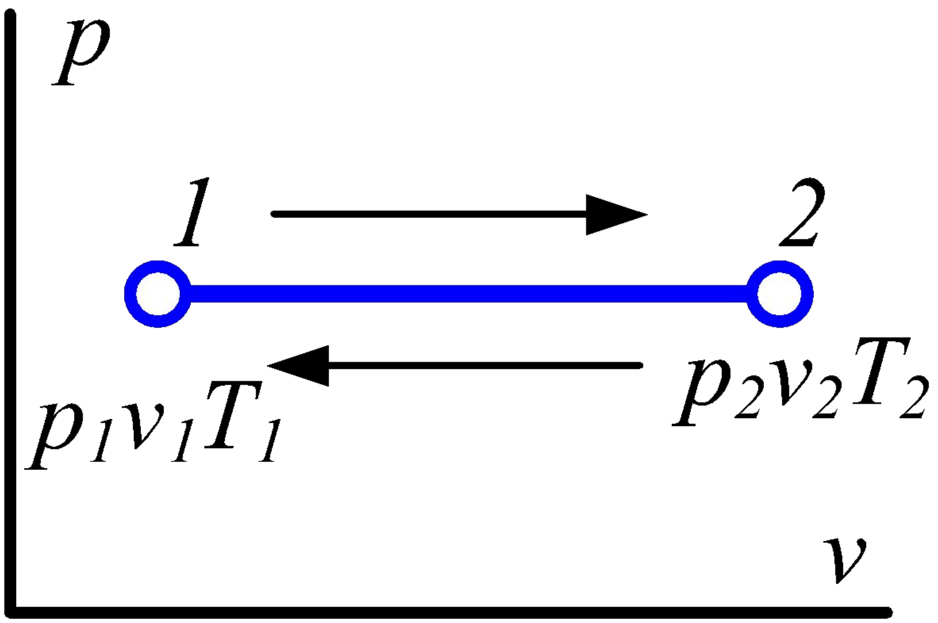
$$3-4=T\left(ds/dt\right)=\delta q_v\,/\,dT=c_v$$

$$\boxed{s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1}$$

$$T = const \Longrightarrow \Delta s = s_a - s_2 = R \ln v_a / v_2$$

3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС

- Процесс, протекающий при постоянном давлении, называют **изобарным** ($dp=0$ или $p=const$).



$$v / T = R / p = \varphi(p) = const$$

$$v_1 / v_2 = T_1 / T_2 = \rho_2 / \rho_1 \qquad (7.4)$$

$$l = p\int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1) \qquad (7.5)$$

$$l = R(T_2 - T_1) = R(t_2 - t_1) \qquad (7.6)$$

$$l' = -\int_1^2 v\,dp = 0$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v(t_2 - t_1)$$

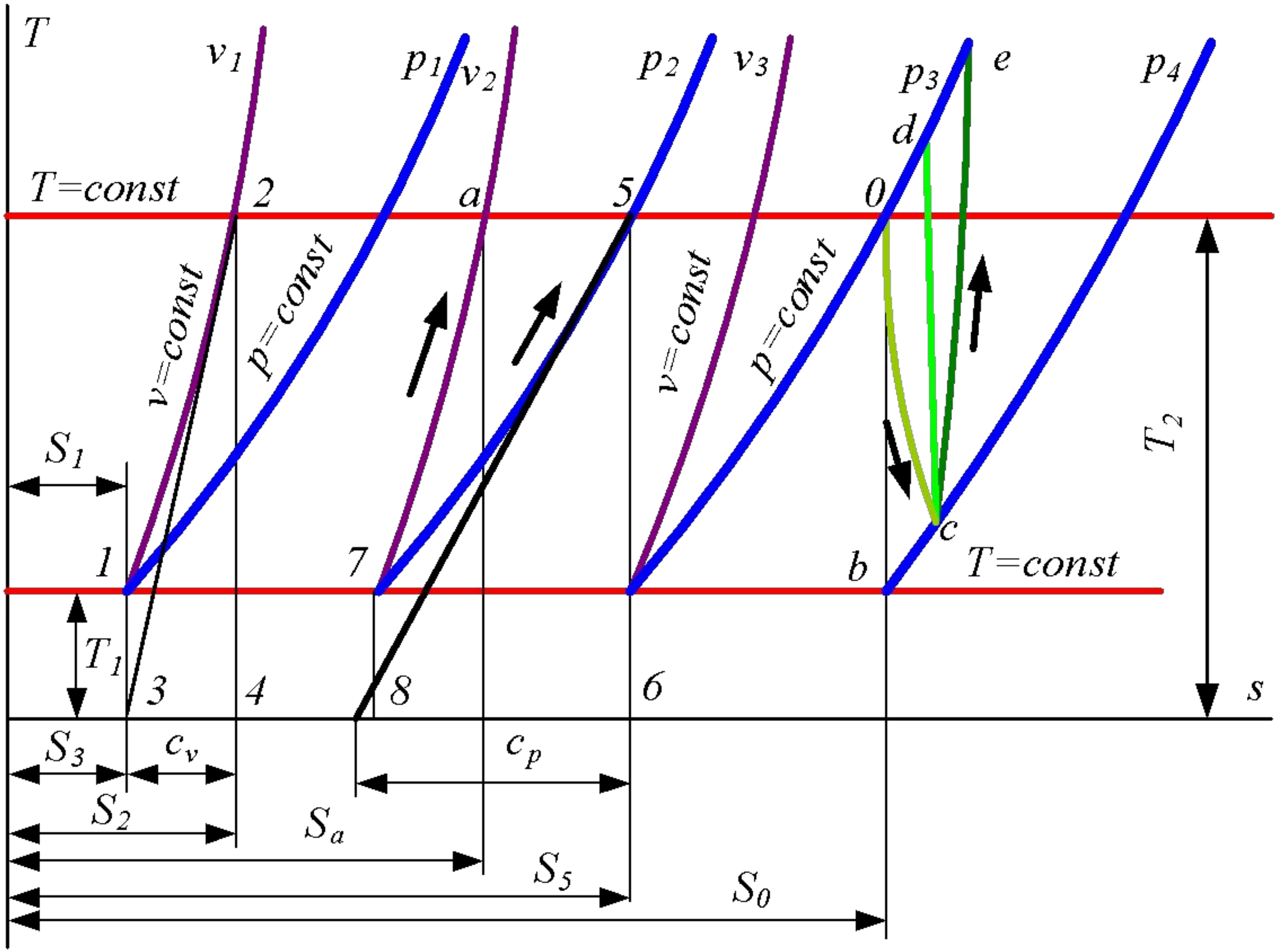
$$\delta q_p = c_p dt = dh$$

$$\boxed{q_{p,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} \left(\partial h / \partial t\right)_p dt = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = c_p\left(t_2 - t_1\right) = h_2 - h_1} \quad (7.7)$$

$$\boxed{q_{p,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = \overline{c_p}\Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_p}\Big|_0^{t_1} t_1 = h_2 - h_1} \quad (7.8)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2 / T_1 - R \ln p_2 / p_1 \qquad \ln p_2 / p_1 = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \int_{T_1}^{T_2} \left(\partial s / \partial T\right)_p dT = \int_{T_1}^{T_2} \left(c_p / T\right)_p dT = \\ &= c_p \ln T_2 / T_1 = c_p \ln v_2 / v_1 \end{aligned}} \quad (7.9)$$

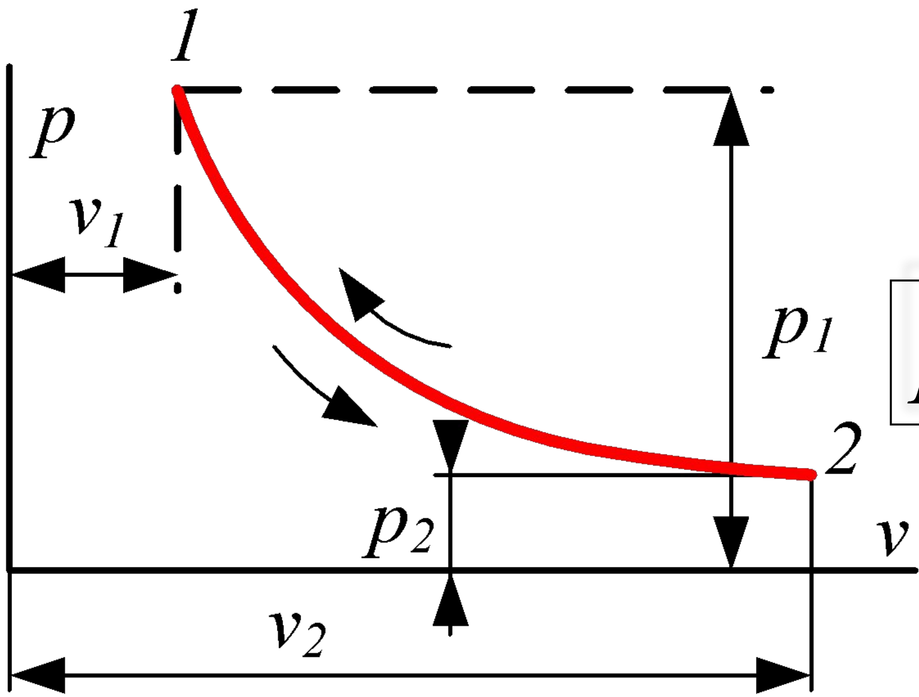


$$8-6=T\left(ds/dT\right)=\delta q_p/dT=c_p$$

$$\Delta s=s_0-s_5=R\,ln\,p_5/p_0$$

4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

- *Процесс, протекающий при постоянной температуре, называют* ***изотермическим*** *($T=const$, или $dT=0$).* Кривая процесса называется ***изотермой***



$$pv = RT = \psi\left(T\right) = const$$

$$\boxed{p_1 v_1 = p_2 v_2}$$

$$\boxed{p_1 / p_2 = v_2 / v_1} \quad (7.10)$$

$$\boxed{\delta q = \delta l}$$

$$\boxed{q_{1-2} = l_{1-2}}$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv \qquad pv = p_1 v_1 \longrightarrow p = p_1 v_1 / v$$

$$\boxed{l = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} dv / v}$$

$$\boxed{l = p_1 v_1 \ln v_2 / v_1 = q} \qquad (7.11)$$

$$q = l = 2{,}3 p_1 v_1 \lg v_2 / v_1 = 2{,}3 p_1 v_1 \lg p_1 / p_2 =$$

$$= 2{,}3 RT \lg v_2 / v_1 = 2{,}3 RT \lg p_1 / p_2 \qquad (7.12)$$

$$\boxed{l' = -\int_{p_1}^{p_2} v dp = p_1 v_1 \int_{p_1}^{p_2} dp / p = p_1 v_1 \lg p_1 / p_2} \qquad (7.13)$$

$$\boxed{l' = l = q}$$

$$c_T = \delta q/dT = \delta q/0 = \pm\infty$$

$$\boxed{dh = 0} \qquad \boxed{du = 0}$$

$$s_2 - s_1 = c_v ln T_2 / T_1 + R\, ln\, v_2 / v_1$$

$$\boxed{s_2 - s_1 = R\, ln\, v_2 / v_1} \quad \boxed{s_2 - s_1 = R\, ln\, p_1 / p_2} \tag{7.14}$$

$$\boxed{q = T(s_2 - s_1)}$$

5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

- *Процесс, протекающий без подвода и отвода теплоты, т. е. при отсутствии теплообмена рабочего тела с окружающей средой, называют* ***адиабатным****, а кривая этого процесса называется* ***адиабатой****.*

$$\delta q = 0 \longrightarrow q = 0$$

$$\boxed{c_p dT - vdp = 0} \qquad \boxed{c_v dT + pdv = 0}$$

$$\boxed{c_p dT / c_v dT = -vdp / pdv}$$

или

$$\boxed{kdv / v = -dp / p}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} k = const \\ (c_p = const \text{ и } c_v = const) \end{array}}$$

$$k\int_{v_1}^{v_2} dv/v = -\int_{p_1}^{p_2} dp / p$$

$$k \ln v_2 / v_1 = \ln p_1 / p_2$$

$$\left(v_2 / v_1\right)^k = p_1 / p_2$$

или

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

$$pv^k = const \qquad (7.15)$$

$$p_1/p_2 = \left(v_2/v_1\right)^k$$

и

$$v_2 / v_1 = \left(p_1 / p_2\right)^{1/k}$$

$$\boxed{T_1 / T_2 = (v_2 / v_1)^{k-1} = (p_1 / p_2)^{(k-1)/k}}$$

$$\boxed{l = \frac{1}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)} \quad (7.16)$$

$$\boxed{l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \cdot (1 - T_2 / T_1);} \qquad \boxed{l = \frac{R}{k-1} \cdot (T_1 - T_2)}$$

$$\boxed{\begin{aligned} l &= \frac{p_1 v_1}{k-1} \cdot \left[1 - (p_2 / p_1)^{\frac{k-1}{k}}\right] = \\ &= \frac{RT_1}{k-1} \cdot \left[1 - (v_1 / v_2)^{k-1}\right] \end{aligned}}$$

$$\boxed{k = {c_p\Big|_{t_1}^{t_2}} \Big/ {c_v\Big|_{t_1}^{t_2}} = \Delta h / \Delta u}$$

$$Tds = du + pdv$$

$$Tds = dh - vdp$$

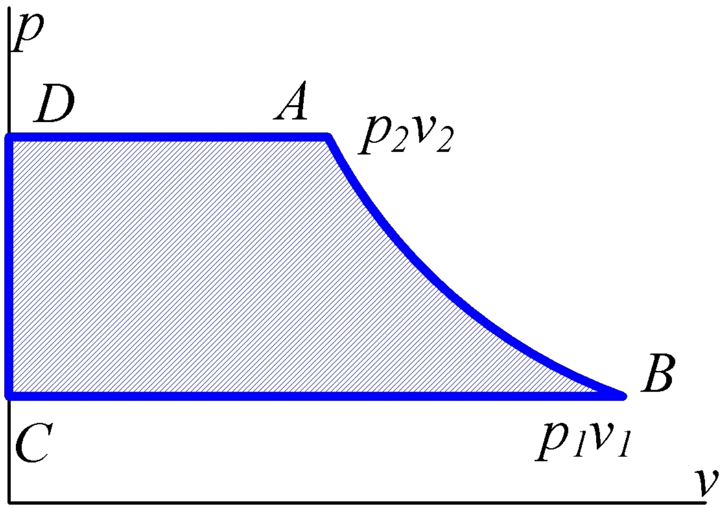
$$\boxed{du = -pdv} \quad \boxed{dh = vdp}$$

$$c_v = const \Rightarrow \boxed{l = u_1 - u_2 = c_v(t_1 - t_2)}$$

$$c_v \neq const \Rightarrow \boxed{l = \overline{c_v}\Big|_0^{t_1} t_1 - \overline{c_v}\Big|_0^{t_2} t_2}$$

$$\boxed{l' = [k/(k-1)](p_1v_1 - p_2v_2)} \qquad (7.17)$$

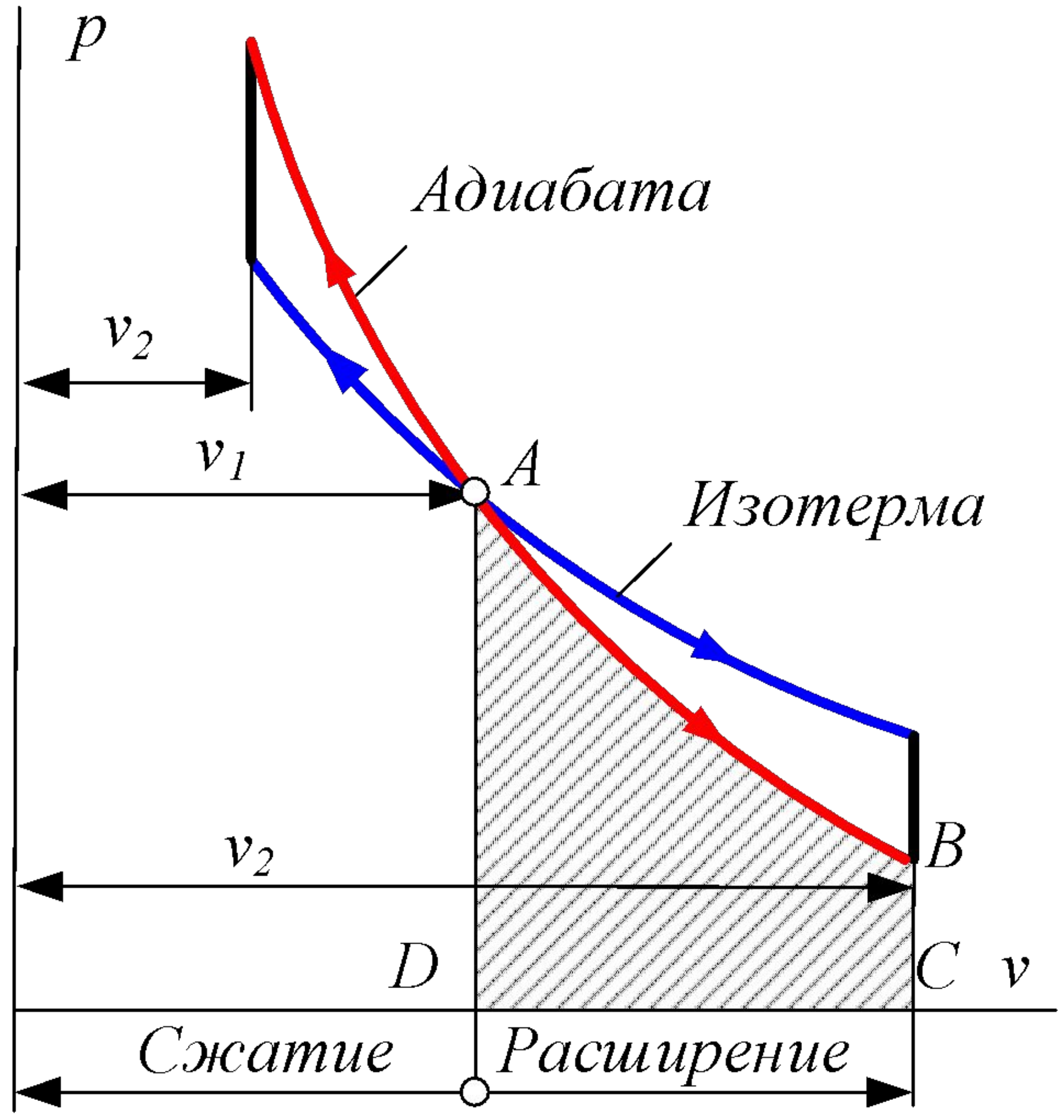
$$\boxed{l' = k \cdot l}$$

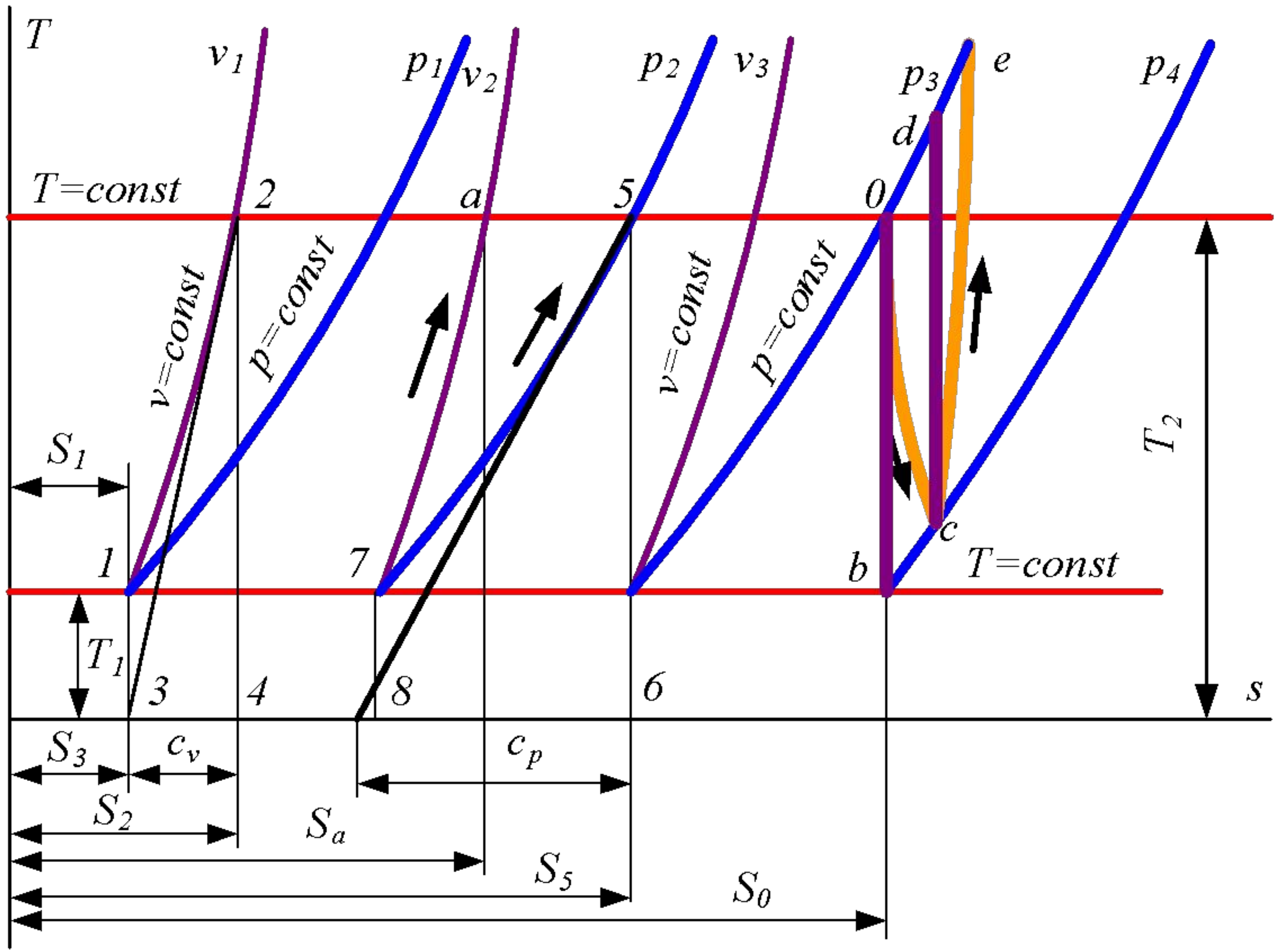


$$ds = \delta q / T = 0$$

$$s_2 = s_1 = const$$

(7.18)





T
v1
p1
v2
p2
v3
p3
e
p4
d
T=const
2
a
5
0
v=const
p=const
v=const
p=const
S1
T2
1
7
c
b
T=const
T1
3
4
8
6
s
S3
cv
cp
S2
Sa
S5
S0

6. **ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ**

- Всякий процесс идеального газа, в котором ***удельная теплоемкость*** является постоянной величиной, называется ***политропным процессом***, а линия процесса — ***политропой***

Удельная теплоемкость политропного процесса c_n может принимать самые разнообразные ***положительные и отрицательные значения от +∞ до -∞.***

$$\boxed{q = c_n(t_2 - t_1)} \qquad \boxed{\delta q = c_n dt} \qquad (7.19)$$

Вывод уравнения политропного процесса

$$\delta q = c_n dt = c_p dT - vdp$$ и $$\delta q = c_n dT = c_v dT + pdv$$

$$\left(c_n - c_p\right) / \left(c_n - c_v\right) = -vdp / \left(pdv\right)$$

$$\left(c_n - c_p\right) / \left(c_n - c_v\right) = n$$

$$ndv / v = -dp / p$$

$$n lg v_2 / v_1 = lg p_1 / p_2$$

***Уравнение политропного процесса*:**

$$\boxed{pv^n = const} \qquad (7.20)$$

Показатель политропы n принимает для каждого процесса определенное числовое значение. Для основных процессов:

изохорных $n=\pm\infty$, ***изобарных*** $n=0$, ***изотермических*** $n=1$ и ***адиабатных*** $n=k$.

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^n ; T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1} ;$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}$$

$$\boxed{c_n = c_v\left[(n-k)/(n-1)\right]} \qquad (7.21)$$

Для ***изохорного*** процесса: $n = \pm\infty, c_n = c_v$

Для ***изобарного*** процесса: $n = 0, c_n = kc_v = c_p$

Для ***изотермического*** процесса: $n = 1, c_n = \pm\infty$

Для ***адиабатного*** процесса: $n = k, c_n = 0$

$$\boxed{l = \frac{1}{n-1}\left(p_1 v_1 - p_2 v_2\right)} \qquad (7.22)$$

$$\boxed{\begin{aligned} l &= \frac{RT_1}{n-1}\left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)= \\ &= \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1)/n}\right]= \\ &= \frac{p_1 v_1}{n-1}\left[1-\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}\right] \end{aligned}} \qquad (7.23)$$

$$\boxed{\Delta u = c_v\left(t_2 - t_1\right);}$$

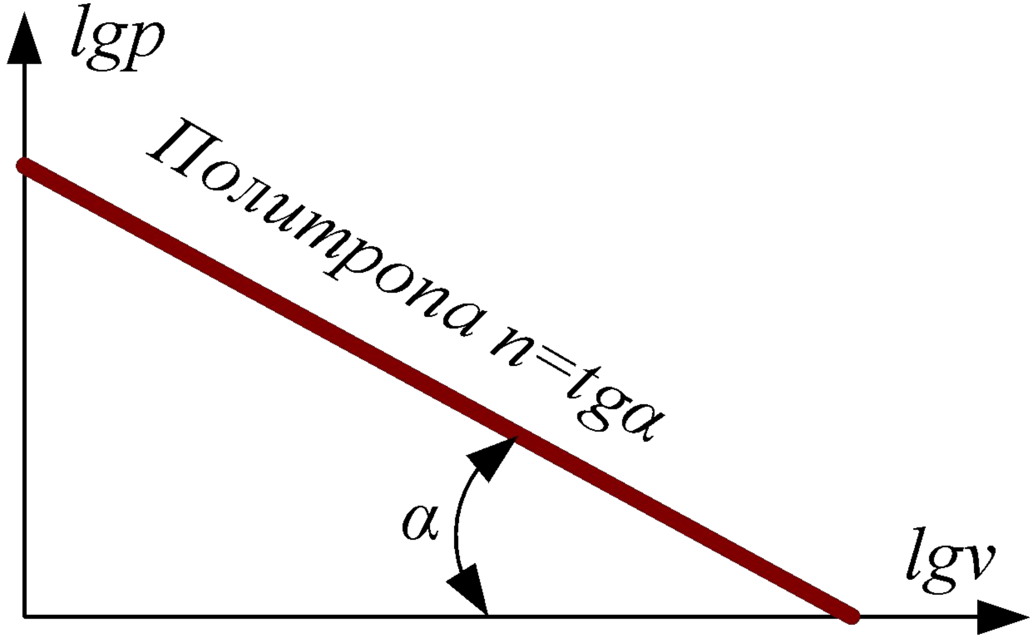
$$\boxed{q = c_n\left(t_2 - t_1\right) = c_v\left[\left(n-k\right)/\left(n-1\right)\right]\left(t_2 - t_1\right)} \tag{7.24}$$

$$\boxed{\begin{aligned} l' &= -\int_{p_1}^{p_2} v\,dp = \frac{n}{n-1}\left(p_1 v_1 - p_2 v_2\right) = \\ &= \frac{n}{n-1} R\left(T_1 - T_2\right) \end{aligned}} \tag{7.25}$$

$$\boxed{h_2 - h_1 = c_p\left(t_2 - t_1\right)} \tag{7.26}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} n = \dfrac{lg\, p_1 / p_2}{lg\, v_2 / v_1}; n - 1 = \dfrac{lg\, T_2 / T_1}{lg\, v_1 / v_2}; \\ \dfrac{n-1}{n} = \dfrac{lg\, T_2 / T_1}{lg\, p_2 / p_1}; \end{array}} \qquad (7.27)$$

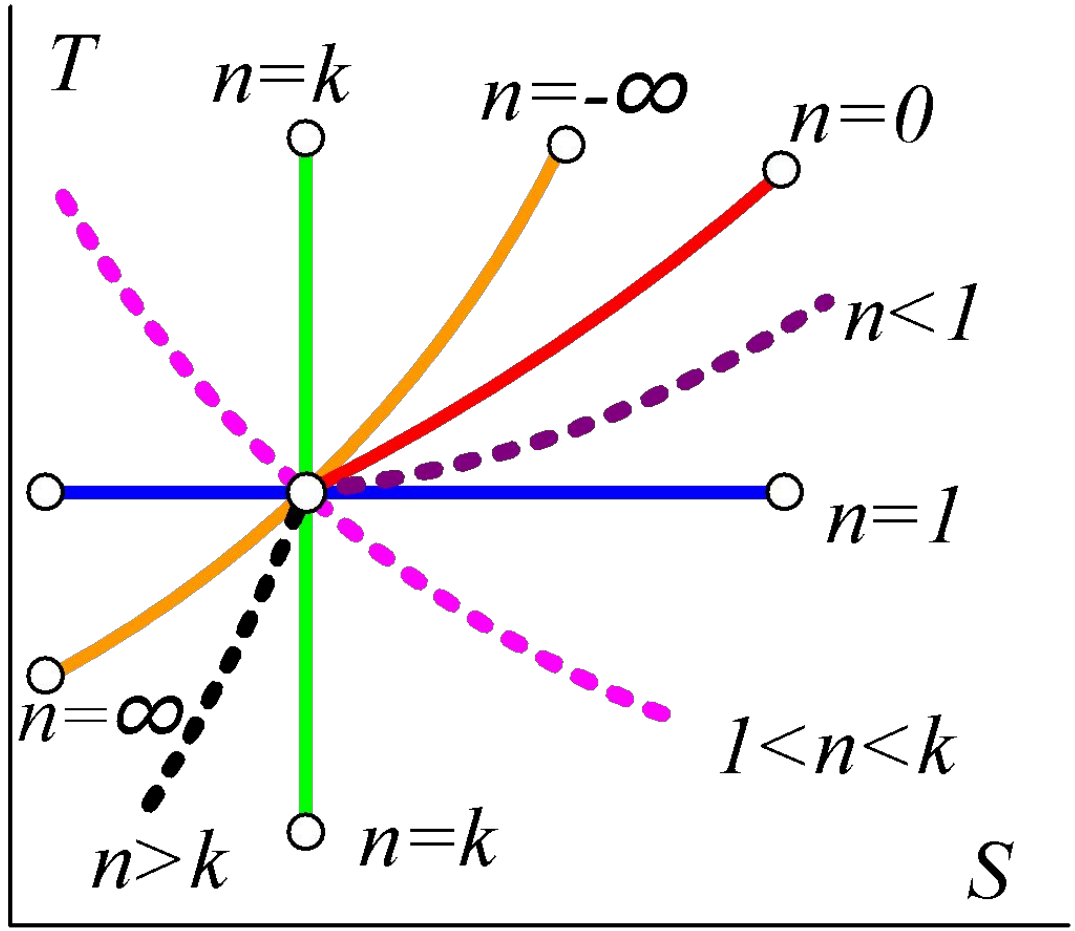
$$\boxed{lg\, p + n\, lg\, v = const}$$



$$\boxed{ds = \delta q / T = c_n dT/T}$$

$$\boxed{\begin{aligned} s_2 - s_1 = c_n lg \frac{T_2}{T_1} = \\ = c_v \frac{n-k}{n-1} ln \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}} \quad (7.28)$$

Политропный процесс на *Ts*-диаграмме



Политропный процесс на *pv*-диаграмме