

7. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ
2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС
3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС
4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС
5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС
6. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ

К основным процессам относятся:

- **ИЗОХОРНЫЙ**, протекающий при постоянном объеме $v = const$;
- **ИЗОБАРНЫЙ**, протекающий при постоянном давлении $p = const$;
- **ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ**, протекающий при постоянной температуре $T = const$;
- **АДИАБАТНЫЙ**, протекающий при отсутствии теплообмена с внешней средой $S = const$;
- **ПОЛИТРОПНЫЕ**, характеризующиеся постоянством теплоемкости в процессе $c_x = const$.

Общий метод исследований процессов

1. Выводится уравнение кривой процесса на $p\nu$ - и Ts -диаграммах;
2. Устанавливается зависимость между основными параметрами рабочего тела в начале и конце процесса;
3. Определяется изменение удельной внутренней энергии по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt = \overline{c_v} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_v} \Big|_0^{t_1} t_1$$

или при постоянной теплоемкости:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v (t_2 - t_1)$$

4. Вычисляется работа изменения объема газа по основной формуле:

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = \int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$$

5. Определяется удельное количество теплоты, участвующее в процессе, по формуле:

$$q_{1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_x dt = \overline{c_x} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_x} \Big|_0^{t_1} t_1$$

6. Определяется изменение удельной энтальпии в процессе по формуле, справедливой для всех процессов идеального газа:

$$h_2 - h_1 = c_p \int_{t_1}^{t_2} dt = c_p (t_2 - t_1)$$

Рассматриваемые процессы считаются обратимыми.

$$c_p (t_2 - t_1)$$

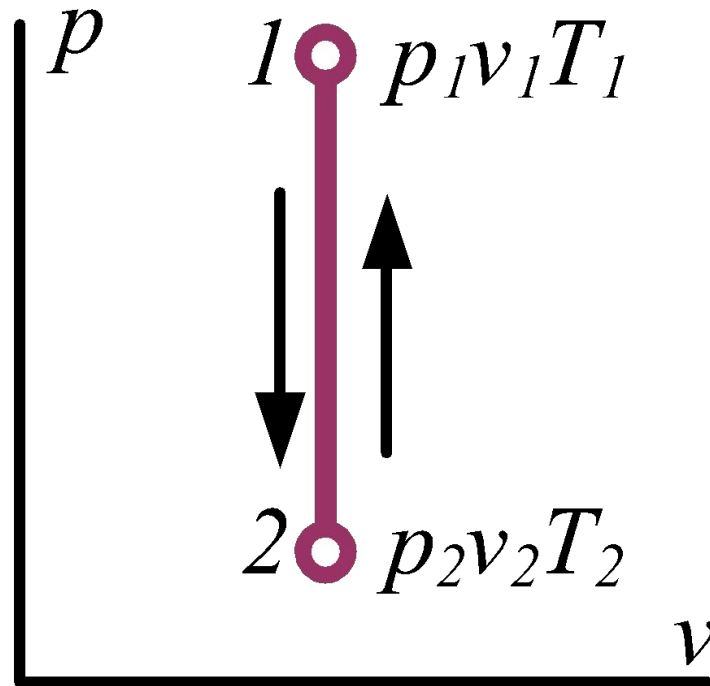
7. Определяется изменение удельной энтропии идеального газа по формулам:

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1,$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2 / T_1 - R \ln p_2 / p_1.$$

2. ИЗОХОРНЫЙ ПРОЦЕСС

- Процесс, протекающий при постоянном объеме, называют **изохорным**: $dv=0$ или $v=const$.



$$pv = RT$$

$$p / T = R / v = f(v) = \text{const}$$

$$p_1 / p_2 = T_1 / T_2 \quad (7.1)$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv = 0$$

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = -v(p_2 - p_1)$$

**Вся внешняя теплота
расходуется только на
изменение внутренней энергии
тела**

$$Q_{v,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (du / dt)_v dt = \int_{t_1}^{t_2} c_v dt =$$
$$= c_v (t_2 - t_1) = u_2 - u_1$$

$$q_{v,1-2} = u_2 - u_1 = \overline{c_v} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_v} \Big|_0^{t_1} t_1 \quad (7.2)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1$$

$$v = \text{const} \quad \longrightarrow \quad \ln v_2 / v_1 = 0$$

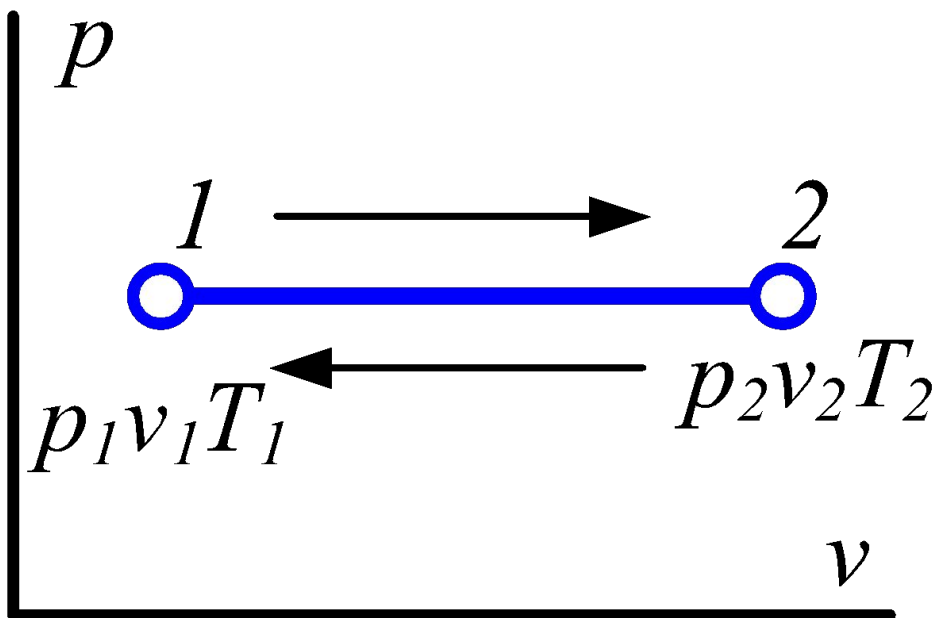
$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} (\partial s / \partial T)_v dT = c_v \ln T_2 / T_1 =$$
$$= c_v \ln p_2 / p_1 \quad (7.3)$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1$$

$$T = \text{const} \longrightarrow \Delta s = s_a - s_2 = R \ln v_a / v_2$$

3. ИЗОБАРНЫЙ ПРОЦЕСС

- Процесс, протекающий при постоянном давлении, называют **изобарным** ($dp=0$ или $p=const$).



$$v / T = R / p = \varphi(p) = \text{const}$$

$$v_1 / v_2 = T_1 / T_2 = \rho_2 / \rho_1 \quad (7.4)$$

$$l = p \int_{v_1}^{v_2} dv = p(v_2 - v_1) \quad (7.5)$$

$$l = R(T_2 - T_1) = R(t_2 - t_1) \quad (7.6)$$

$$l' = - \int_1^2 v dp = 0$$

$$\Delta u = u_2 - u_1 = c_v(t_2 - t_1)$$

$$\delta q_p = c_p dt = dh$$

$$q_{p,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} (\partial h / \partial t)_p dt = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = c_p (t_2 - t_1) = h_2 - h_1 \quad (7.7)$$

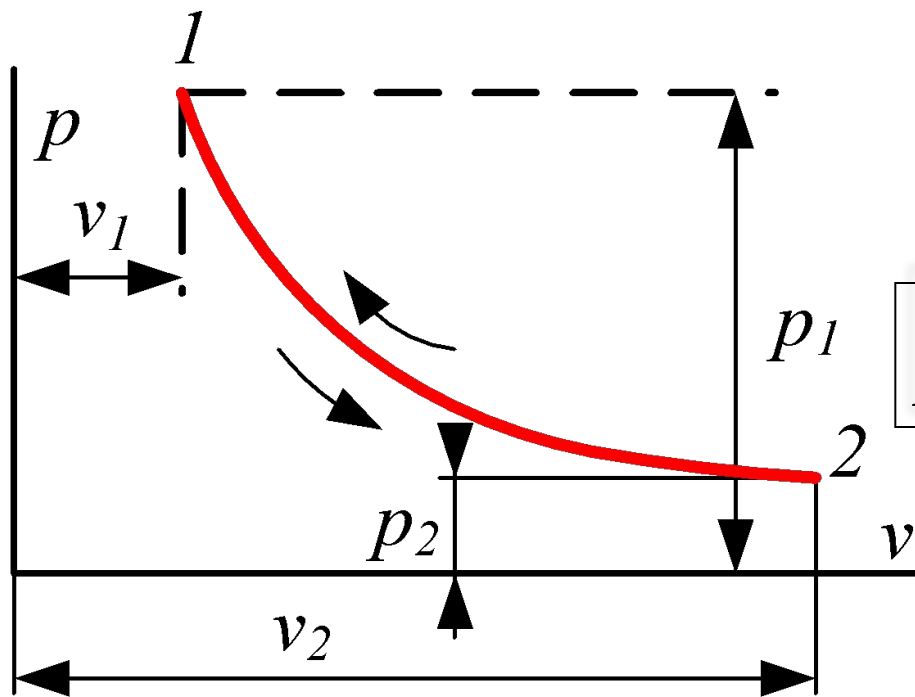
$$q_{p,1-2} = \int_{t_1}^{t_2} c_p dt = \overline{c_p} \Big|_0^{t_2} t_2 - \overline{c_p} \Big|_0^{t_1} t_1 = h_2 - h_1 \quad (7.8)$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln T_2 / T_1 - R \ln p_2 / p_1 \quad \ln p_2 / p_1 = 0$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= \int_{T_1}^{T_2} (\partial s / \partial T)_p dT = \int_{T_1}^{T_2} (c_p / T)_p dT = \\ &= c_p \ln T_2 / T_1 = c_p \ln v_2 / v_1 \end{aligned} \quad (7.9)$$

4. ИЗОТЕРМИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС

- Процесс, протекающий при постоянной температуре, называют **изотермическим** ($T = const$, или $dT = 0$). Кривая процесса называется **изотермой**



$$pv = RT = \psi(T) = const$$

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$

$$p_1 / p_2 = v_2 / v_1 \quad (7.10)$$

$$\delta q = \delta l$$

$$q_{1-2} = l_{1-2}$$

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p dv \quad pv = p_1 v_1 \quad \longrightarrow \quad p = p_1 v_1 / v$$

$$l = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} dv / v$$

$$l = p_1 v_1 \ln v_2 / v_1 = q \quad (7.11)$$

$$q = l = 2,3 p_1 v_1 \lg v_2 / v_1 = 2,3 p_1 v_1 \lg p_1 / p_2 =$$

$$= 2,3 RT \lg v_2 / v_1 = 2,3 RT \lg p_1 / p_2 \quad (7.12)$$

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = p_1 v_1 \int_{p_1}^{p_2} dp / p = p_1 v_1 \lg p_1 / p_2$$

(7.13)

$$l' = l = q$$

$$c_T = \delta q / dT = \delta q / 0 = \pm\infty$$

$$dh = 0$$

$$du = 0$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln T_2 / T_1 + R \ln v_2 / v_1$$

$$s_2 - s_1 = R \ln v_2 / v_1 \quad s_2 - s_1 = R \ln p_1 / p_2 \quad (7.14)$$

$$q = T(s_2 - s_1)$$

5. АДИАБАТНЫЙ ПРОЦЕСС

- Процесс, протекающий без подвода и отвода теплоты, т. е. при отсутствии теплообмена рабочего тела с окружающей средой, называют **адиабатным**, а кривая этого процесса называется **адиабатой**.

$$\delta q = 0 \longrightarrow q = 0$$

$$c_p dT - v dp = 0$$

$$c_v dT + p dv = 0$$

$$c_p dT / c_v dT = -v dp / p dv$$

ИЛИ

$$k dv / v = -dp / p$$

$$k = const$$

$$(c_p = const \text{ и } c_v = const)$$

$$k \int_{v_1}^{v_2} dv/v = - \int_{p_1}^{p_2} dp/p$$

$$k \ln v_2 / v_1 = \ln p_1 / p_2$$

$$(v_2 / v_1)^k = p_1 / p_2$$

или

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$


$$pv^k = \text{const} \quad (7.15)$$

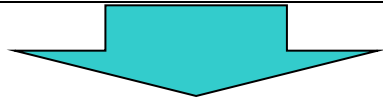
$$p_1/p_2 = (v_2/v_1)^k$$

и

$$v_2 / v_1 = (p_1 / p_2)^{1/k}$$

$$T_1 / T_2 = (v_2 / v_1)^{k-1} = (p_1 / p_2)^{(k-1)/k}$$

$$l = \frac{1}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7.16)$$



$$l = \frac{p_1 v_1}{k-1} \cdot (1 - T_2 / T_1);$$

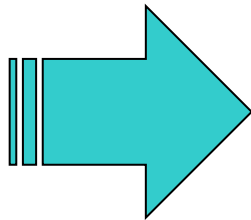
$$l = \frac{R}{k-1} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$\begin{aligned} l &= \frac{p_1 v_1}{k-1} \cdot \left[1 - (p_2 / p_1)^{\frac{k-1}{k}} \right] = \\ &= \frac{RT_1}{k-1} \cdot \left[1 - (v_1 / v_2)^{k-1} \right] \end{aligned}$$

$$k = \frac{c_p \Big|_{t_1}^{t_2}}{c_v \Big|_{t_1}^{t_2}} = \Delta h / \Delta u$$

$$Tds = du + pdv$$

$$Tds = dh - vdp$$



$$du = -pdv$$

$$dh = vdp$$

$$c_v = \text{const}$$



$$l = u_1 - u_2 = c_v (t_1 - t_2)$$

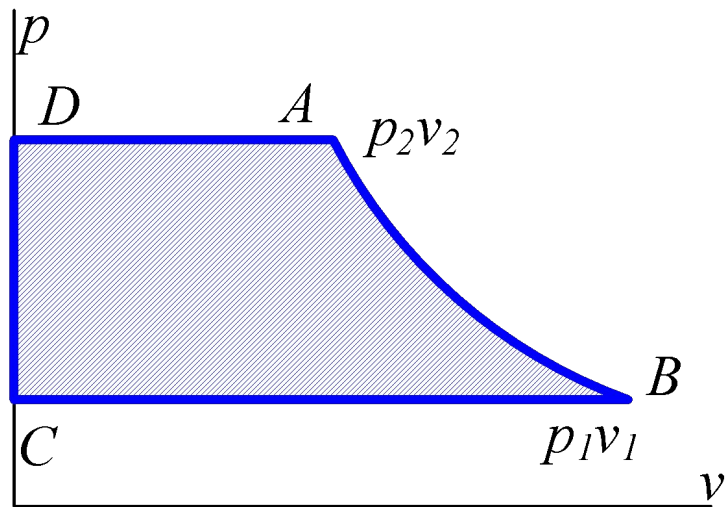
$$c_v \neq \text{const}$$



$$l = \overline{c_v} \Big|_0^{t_1} t_1 - \overline{c_v} \Big|_0^{t_2} t_2$$

$$l' = [k / (k - 1)] (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7.17)$$

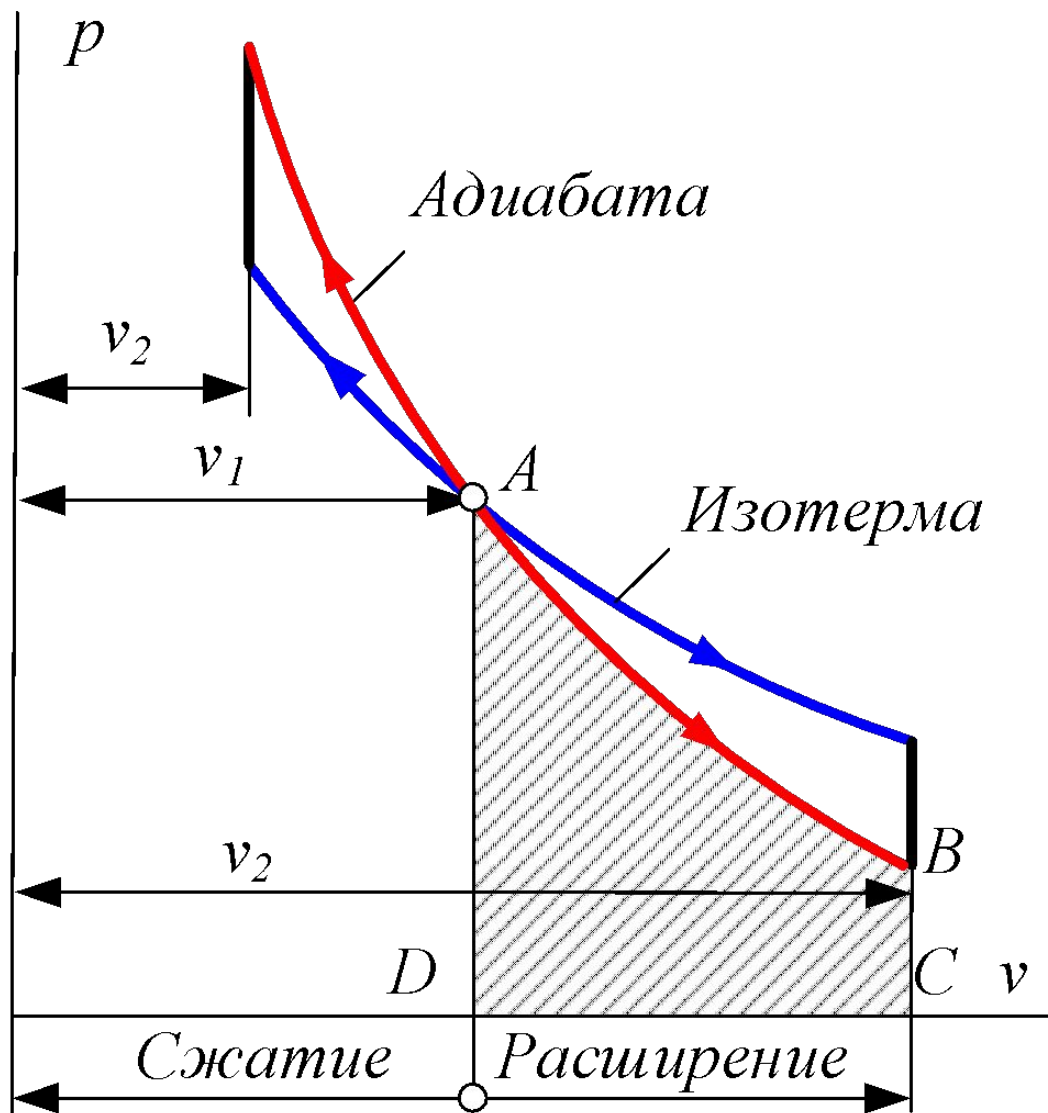
$$l' = k \cdot l$$

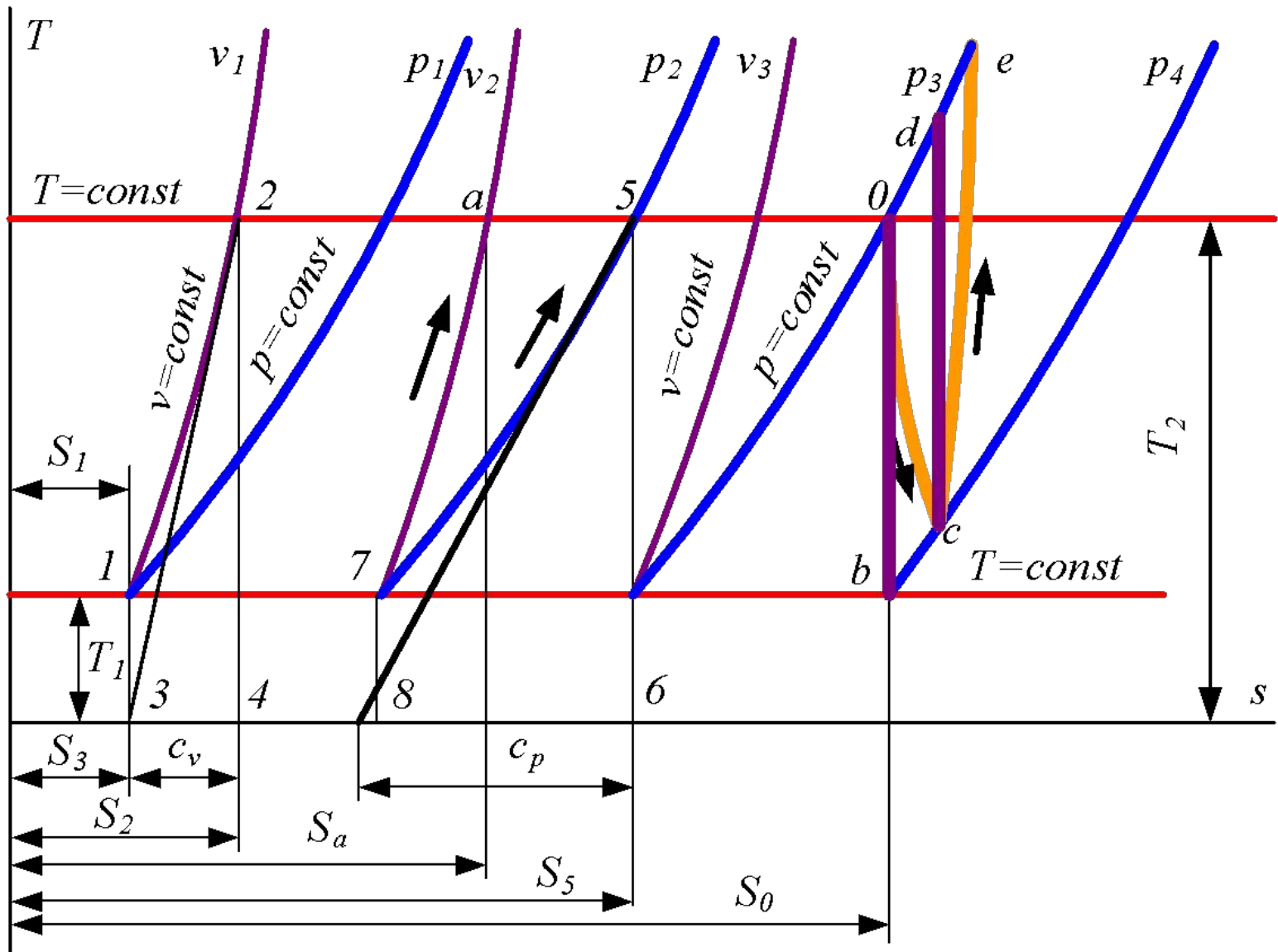


$$ds = \delta q / T = 0$$

$$s_2 = s_1 = \text{const}$$

(7.18)





6. ПОЛИТРОПНЫЕ ПРОЦЕССЫ

- Всякий процесс идеального газа, в котором **удельная теплоемкость** является постоянной величиной, называется **политропным процессом**, а линия процесса — **политропой**

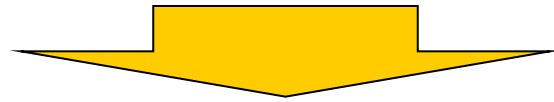
Удельная теплоемкость политропного процесса

c_n может принимать самые разнообразные **положительные и отрицательные значения от $+\infty$ до $-\infty$** .

$$q = c_n (t_2 - t_1) \quad \delta q = c_n dt \quad (7.19)$$

Вывод уравнения политропного процесса

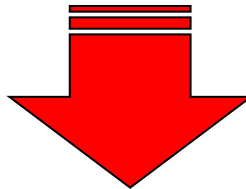
$$\delta q = c_n dt = c_p dT - v dp \quad \text{и} \quad \delta q = c_n dT = c_v dT + p dv$$



$$(c_n - c_p) / (c_n - c_v) = -v dp / (p dv)$$

$$(c_n - c_p) / (c_n - c_v) = n \quad \longrightarrow \quad n dv / v = -dp / p$$

$$n \lg v_2 / v_1 = \lg p_1 / p_2$$



Уравнение политропного процесса:

$$pv^n = \text{const} \quad (7.20)$$

Показатель политропы n принимает для каждого процесса определенное числовое значение. Для основных процессов:

ИЗОХОРНЫХ $n = \pm\infty$, ИЗОБАРНЫХ $n = 0$,

ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ $n = 1$ и АДИАБАТНЫХ $n = k$.

$$p_2/p_1 = (v_1/v_2)^n ; T_2/T_1 = (v_1/v_2)^{n-1} ;$$

$$T_2/T_1 = (p_2/p_1)^{(n-1)/n}$$

$$c_n = c_v \left[\frac{(n-k)}{(n-1)} \right] \quad (7.21)$$

Для **изохорного** процесса: $n = \pm\infty, c_n = c_v$

Для **изобарного** процесса: $n = 0, c_n = kc_v = c_p$

Для **изотермического** процесса: $n = 1, c_n = \pm\infty$

Для **адиабатного** процесса: $n = k, c_n = 0$

$$l = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) \quad (7.22)$$

$$\begin{aligned}
l &= \frac{RT_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \\
&= \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(n-1)/n} \right] = \\
&= \frac{p_1 v_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{n-1} \right]
\end{aligned} \tag{7.23}$$

$$\Delta u = c_v(t_2 - t_1);$$

$$q = c_n(t_2 - t_1) = c_v \left[\frac{(n - k)}{(n - 1)} \right] (t_2 - t_1)$$

(7.24)

$$l' = - \int_{p_1}^{p_2} v dp = \frac{n}{n - 1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) =$$

(7.25)

$$= \frac{n}{n - 1} R(T_1 - T_2)$$

$$h_2 - h_1 = c_p(t_2 - t_1)$$

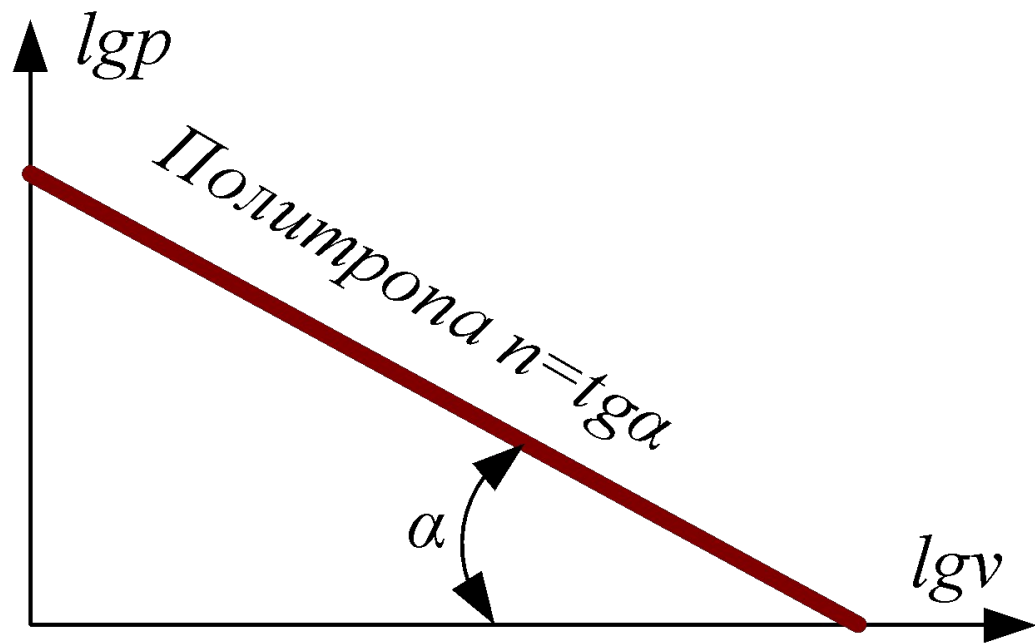
(7.26)

$$n = \frac{\lg p_1 / p_2}{\lg v_2 / v_1}; n - 1 = \frac{\lg T_2 / T_1}{\lg v_1 / v_2};$$

$$\frac{n - 1}{n} = \frac{\lg T_2 / T_1}{\lg p_2 / p_1};$$

(7.27)

$$\lg p + n \lg v = \text{const}$$

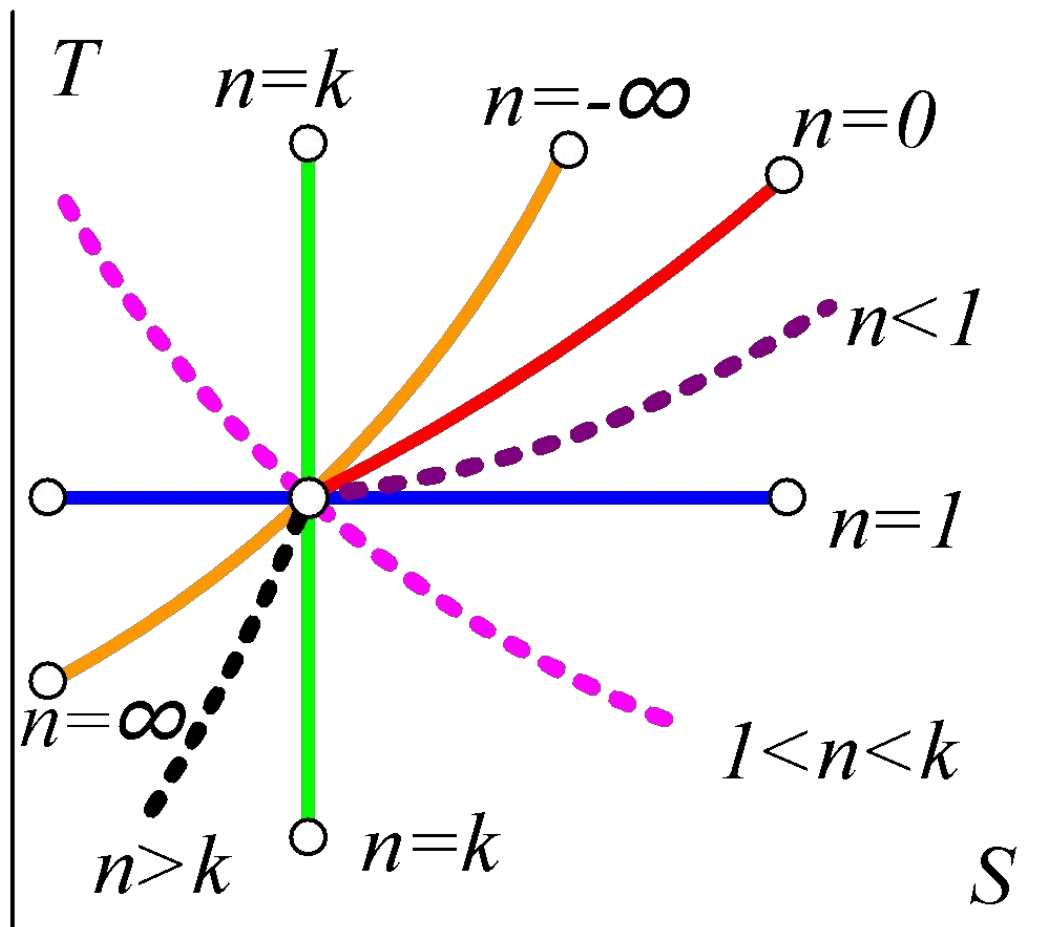


$$ds = \delta q / T = c_n dT/T$$

$$\begin{aligned} s_2 - s_1 &= c_n \lg \frac{T_2}{T_1} = \\ &= c_v \frac{n - k}{n - 1} \ln \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$

(7.28)

Политропный процесс на Ts - диаграмме



Политропный процесс на $p\nu$ -диаграмме

