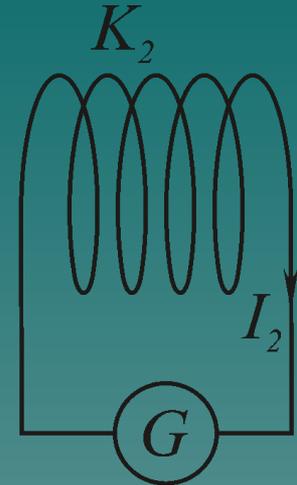


Тема №4. Электромагнитные волны.

Основные вопросы темы

- 4.1. Волновое уравнение электромагнитных волн
- 4.2. Плоская электромагнитная волна
- 4.3. Поток энергии и интенсивность электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга.
- 4.4. Шкала электромагнитных волн
- 4.5. Волновая оптика

Майкл Фарадей, 1831

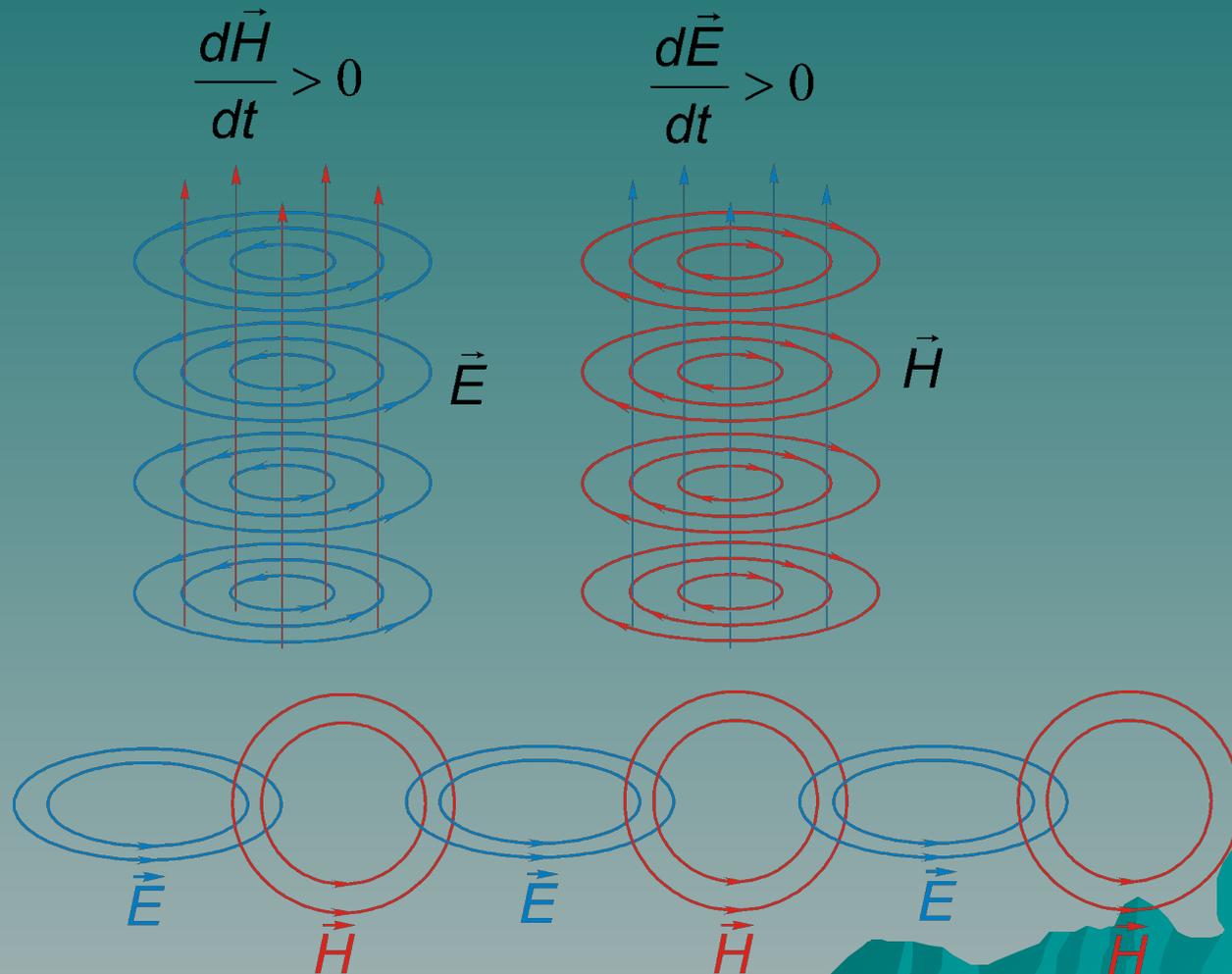


Закон электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

(4.1)

Электромагнитной волной называется переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве.



4.1. Волновое уравнение электромагнитных волн.

Из уравнений Максвелла следует, что для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, векторы напряженности \mathbf{E} и \mathbf{H} переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению:

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (4.3)$$

Оператор Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

ε – диэлектрическая проницаемость среды

μ – магнитная проницаемость среды

электрическая постоянная:

$$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

магнитная постоянная:

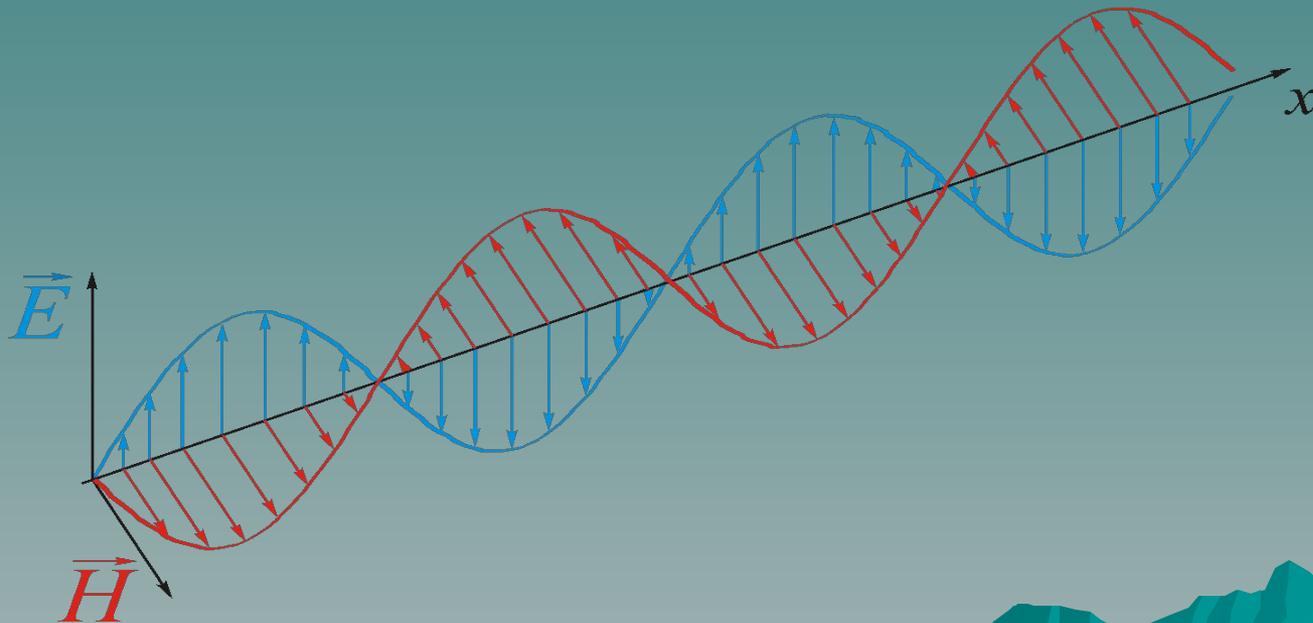
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$$c = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \underline{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}$$

4.2. Плоская электромагнитная волна.

- Среда однородная, нейтральная, непроводящая, изотропная ($\rho = 0$, $j = 0$, $\varepsilon = \text{const}$, $\mu = \text{const}$).

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \qquad (4.5)$$



(4.6) – уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси x :

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1) \\ H_z &= H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

E_m, H_m – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей; $k = \omega/v$ – волновое число; α – начальная фаза
в точке с координатой x

*Колебания векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} происходят
в одинаковых фазах*

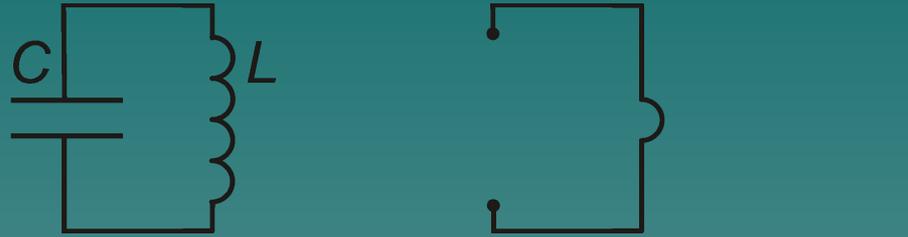
$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$$

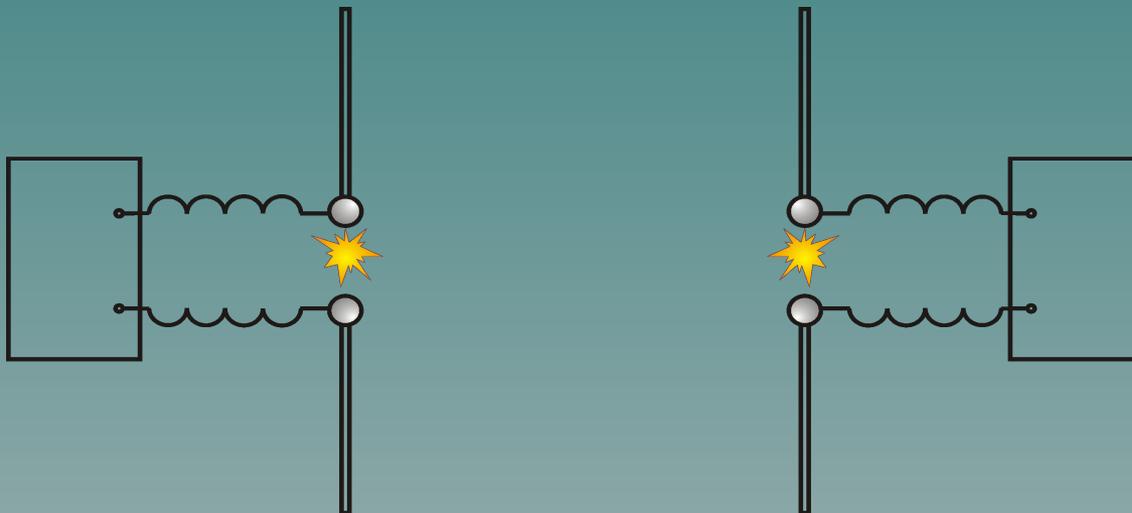
(4.7)

Экспериментальное получение электромагнитных волн.

Г.Герц 1888 г



Вибратор Герца



Задача 4.1

В однородной изотропной немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью равной 3 распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 10 В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и фазовую скорость волны.

Дано:

$$\varepsilon = 3$$

$$E_m = 10 \text{ В/м}$$

$$H_m - ? \quad v - ?$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{\sqrt{3 \cdot 1}} = \underline{1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с}}$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m \quad H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} \cdot 10 \text{ В/м} = \underline{4,59 \cdot 10^{-2} \text{ А/м}}$$

Свойства электромагнитных волн.

- ЭМ – волны могут распространяться в вакууме.
- ЭМ – волны – поперечные.
- ЭМ – волны подчиняются принципу суперпозиции.

- Результирующее возмущение в какой-либо точке линейной среды при одновременном распространении в ней нескольких волн равно сумме возмущений, соответствующих каждой из этих волн порознь.

Задача 4.2.

Индуктивность колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть емкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

Дано:

$$L=0,5\text{ мГн}$$

$$\lambda=300\text{ м}$$

C-?

Решение

Длина волны в вакууме: $\lambda = c \cdot T$

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

Период собственных колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} \quad C = \frac{9 \cdot 10^4}{4 \cdot 9,86 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 1,7 \cdot 10^{-11} (\text{Ф})$$

Ответ: C=17пФ

4.3. Поток энергии и интенсивность электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$W = W_E + W_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Т.к. векторы E и H изменяются в одинаковой фазе:

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$$

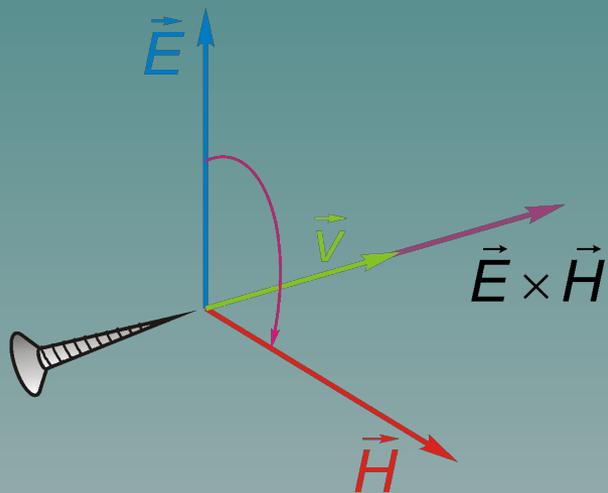
$$W_E = W_H$$

$$W = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH$$

Вектор Пойнтинга

(вектор плотности потока энергии): $\vec{\Pi} = w \cdot \vec{v}$

$$\Pi = w \cdot v = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} EH \cdot \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = E \cdot H$$



$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$$

(4.8)

- Скалярная величина I , равная модулю среднего по периоду значения вектора Пойнтинга, называется ***интенсивностью волны***.

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2 \quad (4.9)$$

Единицы системы СИ:
интенсивность – 1 Вт/м^2

Задача 4.3

Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля волны 50 мВ/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

Дано:

$$E_m = 50 \text{ мВ/м} \\ = 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м}$$

$$H_m - ? \quad I - ?$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$$

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m =$$

$$= \sqrt{\frac{1,885 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{1,4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м} = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ А/м}$$

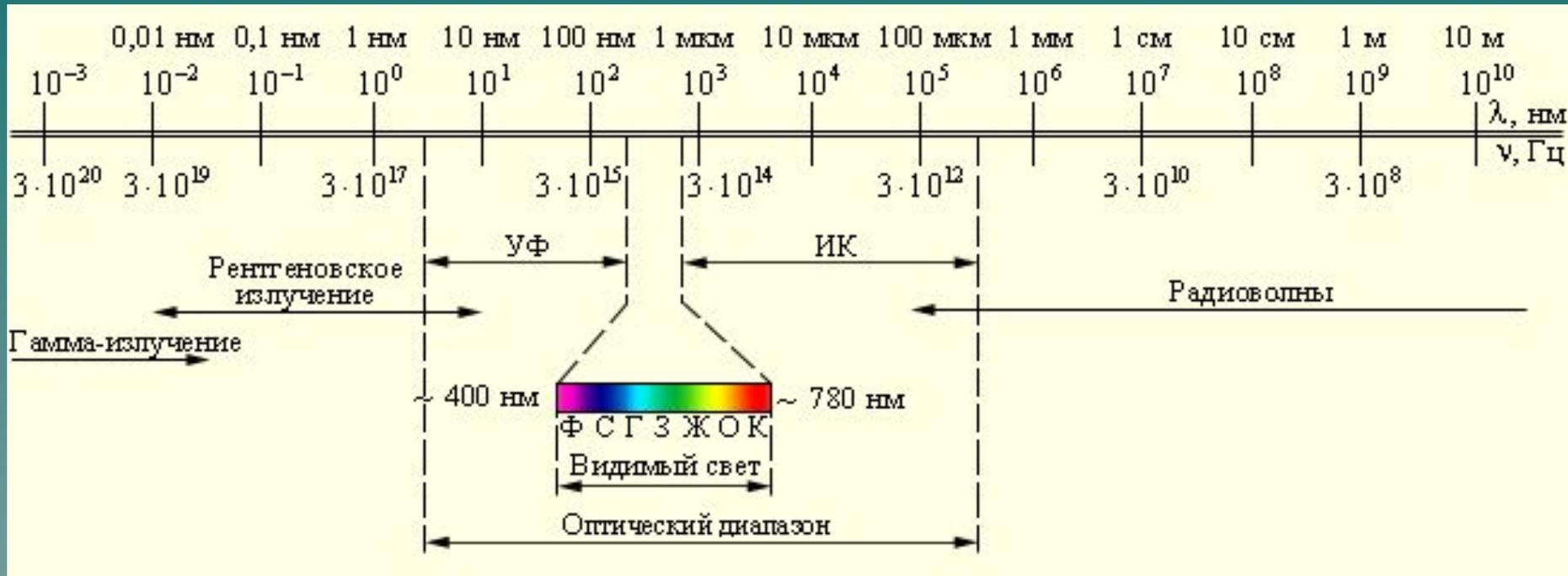
$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2 =$$
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/М}}} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ В/М})^2 = 6,63 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/М}^2$$

ОТВЕТ:

$$H_m = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ А/М}$$

$$I = 6,63 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/М}^2$$

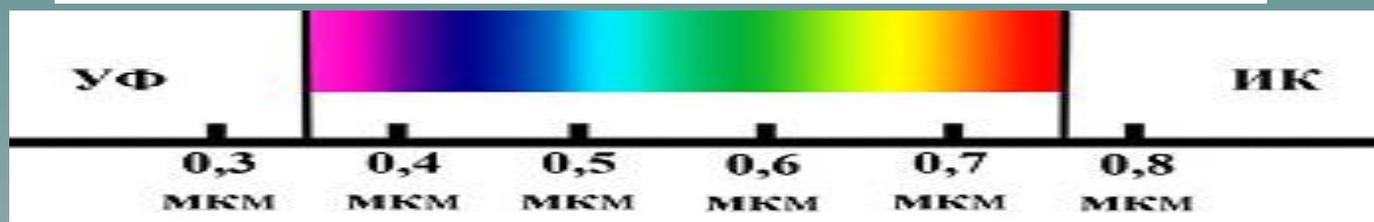
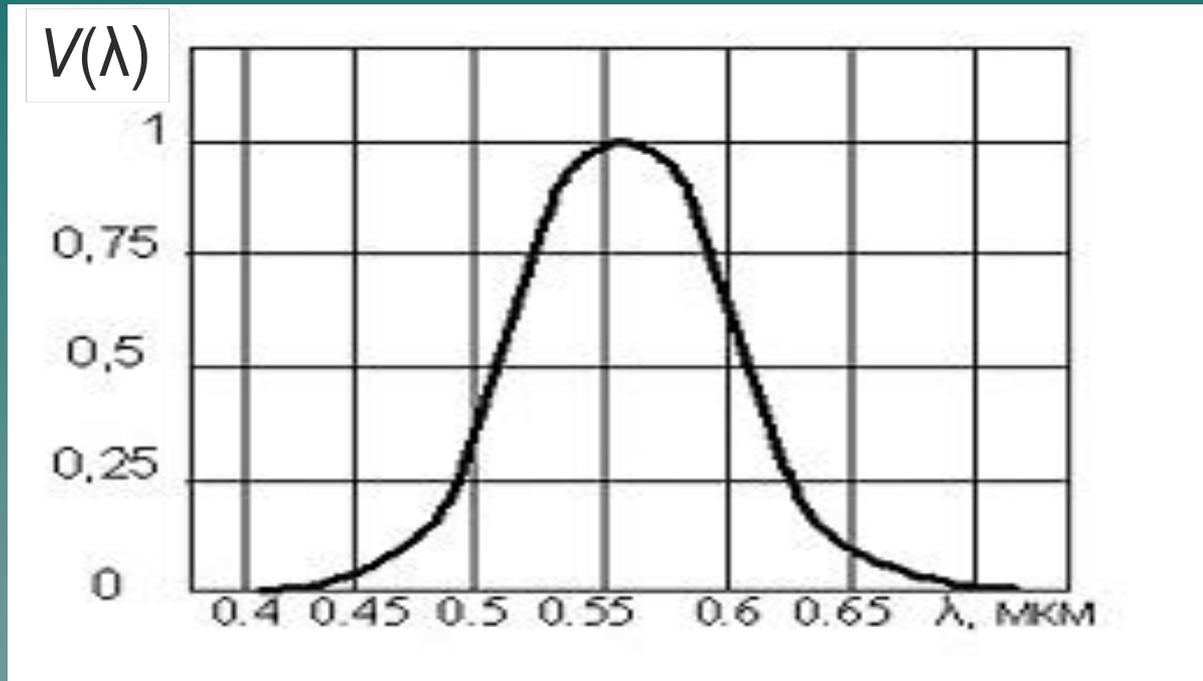
4.4. Шкала электромагнитных волн.



Свет – видимая человеческим глазом часть излучения занимает сравнительно небольшой промежуток длин волн от 0,4 до 0,78 мкм.

4.5. Волновая оптика

Электромагнитная природа света.



Кривая «видности» человеческого глаза
(зависимость относительной чувствительности глаза от длины волны)

Разным длинам волн видимого диапазона зрительно соответствует разные цвета (табл.)

λ , мкм	Диапазон цветов
0,38 ÷ 0,47	фиолетово-синий
0,47 ÷ 0,50	сине-зеленый
0,50 ÷ 0,56	зеленый
0,56 ÷ 0,59	желто-оранжевый
0,59 ÷ 0,76	красный

Физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое, механическое и др. свойства света обусловлены колебаниями вектора E .

Вектор E – световой вектор

Показатель преломления среды (оптическая плотность) n

$$n = \frac{c}{v}$$

c – скорость света (ЭМ волны) в вакууме
 v – скорость света в среде

$$v = c / \sqrt{\epsilon\mu}$$

Для не ферромагнитных сред $\mu=1$

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

Длина волны в вакууме: $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ ν – частота световой волны

В среде с показателем преломления n :

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

Частота видимых световых волн лежит в диапазоне:

$$\nu = 0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной, называется **интенсивностью** света.

$$I = |\langle S \rangle| = \left| \left\langle \vec{E} \cdot \vec{H} \right\rangle \right|$$

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m = H_m \sqrt{\mu_0}$$

$$H_m = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m = n E_m \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

$$I \sim n E_m^2 = n A^2 \quad (4.10)$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды световой волны при распространении света в изотропной среде.

Линии, вдоль которых распространяется световая энергия, называются лучами.

Лучи перпендикулярны волновым поверхностям

Задание

Цвет световой волны определяется:

- 1) частотой колебаний светового вектора;
- 2) длиной волны;
- 3) амплитудой колебаний светового вектора;
- 4) фазой волны.

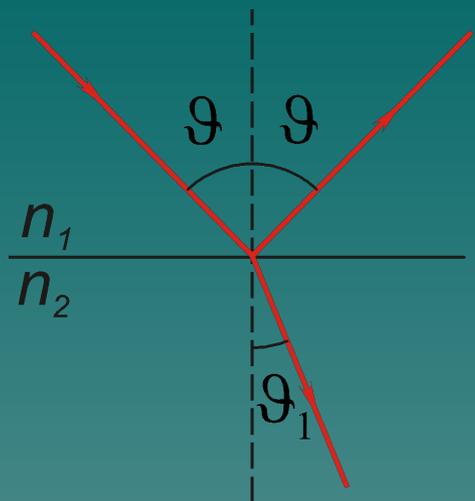
Ответ: а) 3; б) 1 и 2; в) 4; г) 2 и 3

Основные положения геометрической оптики

- Закон прямолинейного распространения света.
- Закон отражения.
- Закон преломления
- Закон независимости световых лучей

Принцип Ферма:

Свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.



$$\frac{\sin \theta}{\sin \theta_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Угол полного внутреннего отражения

$$n_2 < n_1$$

