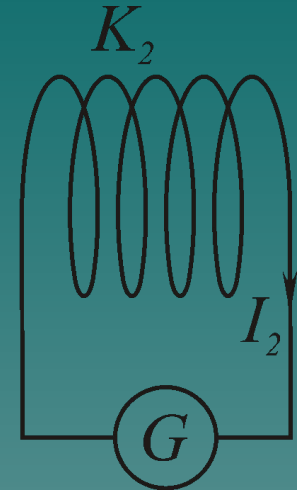


# Тема №4. Электромагнитные волны.

## Основные вопросы темы

- 4.1. Волновое уравнение электромагнитных волн
- 4.2. Плоская электромагнитная волна
- 4.3. Поток энергии и интенсивность электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга.
- 4.4. Шкала электромагнитных волн
- 4.5. Волновая оптика

Майкл Фарадей, 1831

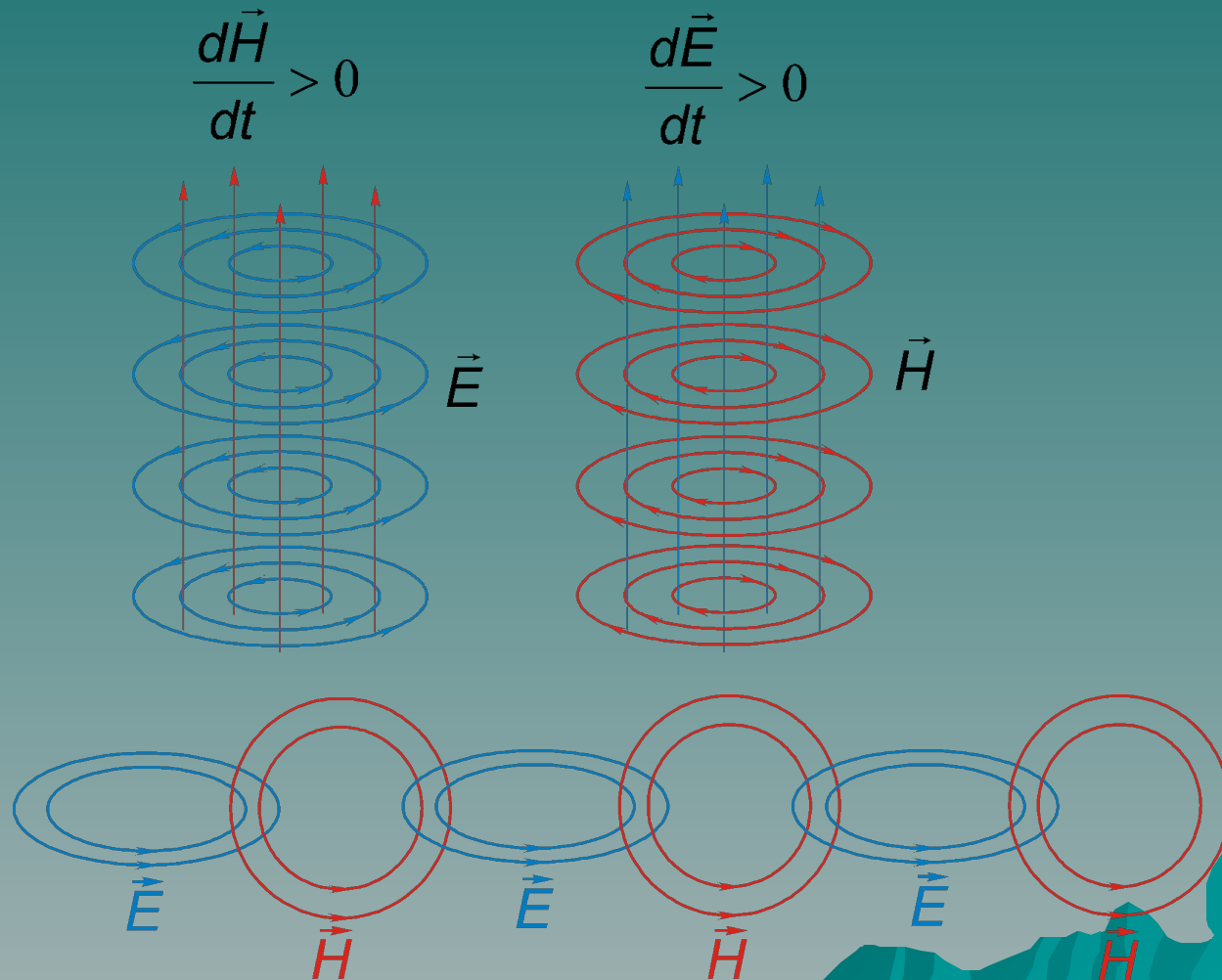


*Закон электромагнитной индукции:*

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

(4.1)

Электромагнитной волной называется переменное электромагнитное поле, распространяющееся в пространстве.



## 4.1. Волновое уравнение электромагнитных волн.

Из уравнений Максвелла следует, что для однородной и изотропной среды вдали от зарядов и токов, создающих электромагнитное поле, векторы напряженности  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  переменного электромагнитного поля удовлетворяют волновому уравнению:

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (4.2)$$

$$\Delta \mathbf{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (4.3)$$

Оператор Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

## Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

$\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость среды

$\mu$  – магнитная проницаемость среды

*электрическая постоянная:*

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

*магнитная постоянная:*

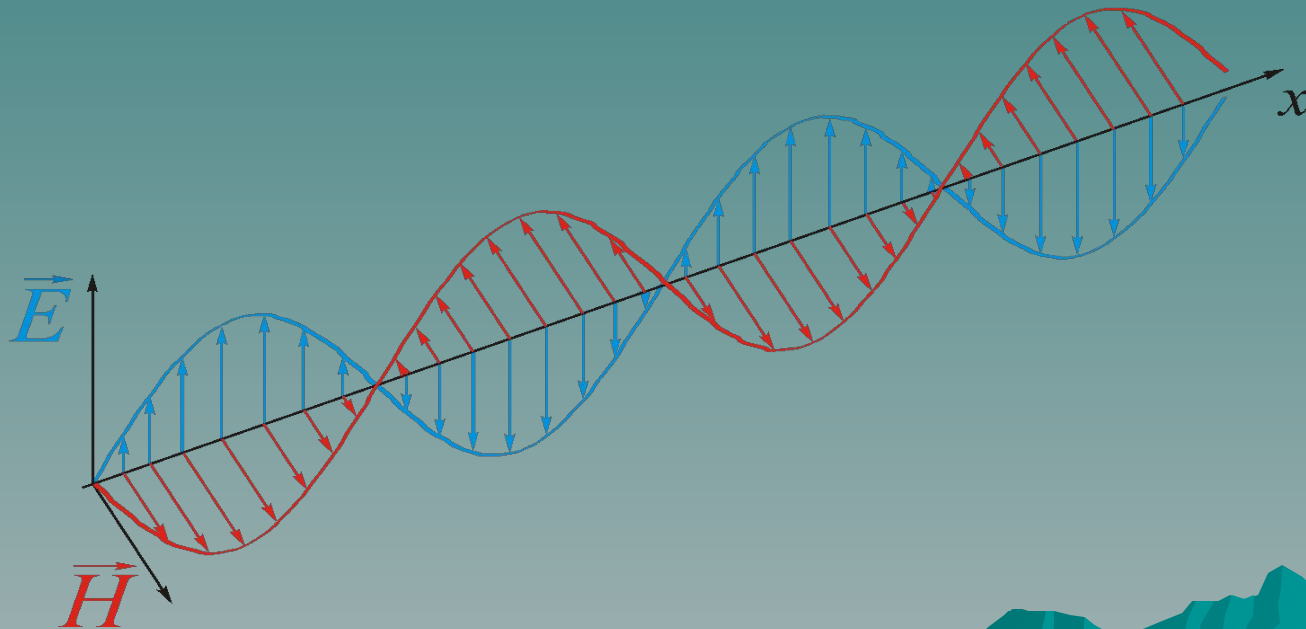
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

$$c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = \underline{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}$$

## 4.2. Плоская электромагнитная волна.

- Среда однородная, нейтральная, непроводящая, изотропная ( $\rho = 0$ ,  $j = 0$ ,  $\epsilon = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ).

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \qquad (4.5)$$



(4.6) – уравнение плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси  $x$ :

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1) \\ H_z &= H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

$E_m, H_m$  – амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей;  $k = \omega/v$  – волновое число;  $\alpha$  – начальная фаза  
в точке с координатой  $x$

*Колебания векторов **E** и **H** происходят  
в одинаковых фазах*

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

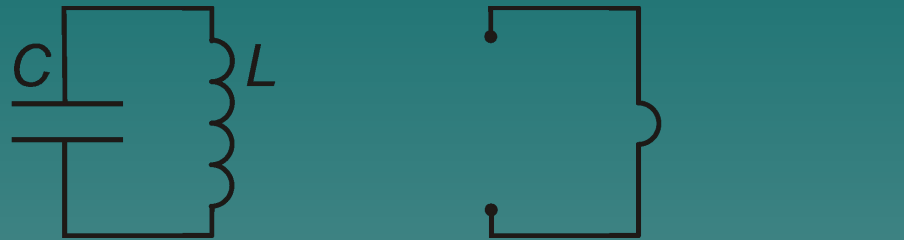
$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$$

(4.7)

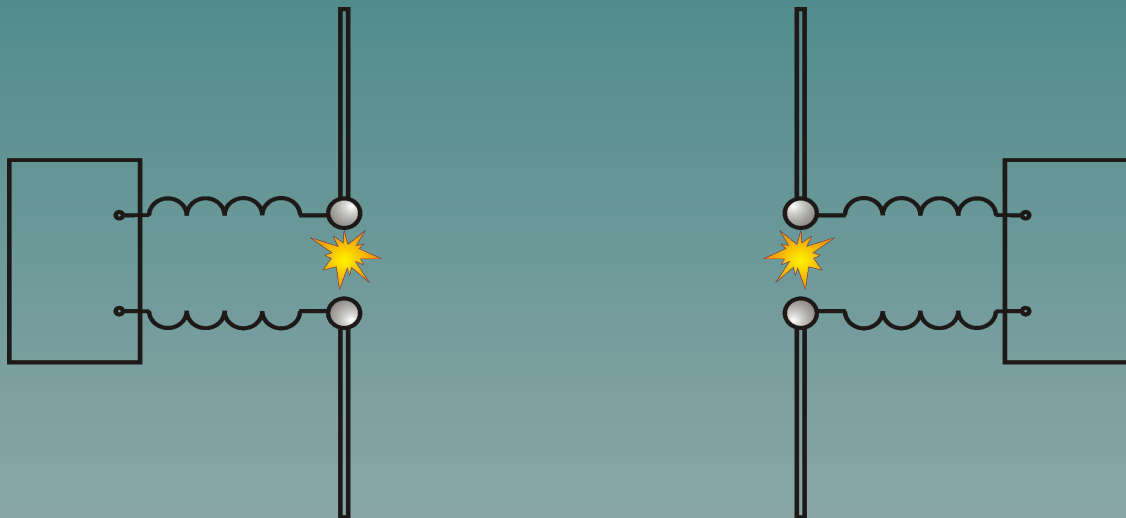


# Экспериментальное получение электромагнитных волн.

Г.Герц 1888 г



Вибратор Герца



## Задача 4.1

В однородной изотропной немагнитной среде с диэлектрической проницаемостью равной 3 распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля волны 10 В/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и фазовую скорость волны.

Дано:

$$\varepsilon = 3$$

$$E_m = 10 \text{ В/м}$$

$$H_m - ? \quad v - ?$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{\sqrt{3 \cdot 1}} = \underline{1,7 \cdot 10^8 \text{ м/с}}$$

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m \quad H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m =$$

$$= \sqrt{\frac{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} \cdot 10 \text{ В/м} = \underline{4,59 \cdot 10^{-2} \text{ А/м}}$$

# Свойства электромагнитных волн.

- ЭМ – волны могут распространяться в вакууме.
- ЭМ – волны – поперечные.
- ЭМ – волны подчиняются принципу суперпозиции.

- Результирующее возмущение в какой-либо точке линейной среды при одновременном распространении в ней нескольких волн равно сумме возмущений, соответствующих каждой из этих волн порознь.

## Задача 4.2.

Индуктивность колебательного контура равна 0,5 мГн. Какова должна быть емкость контура, чтобы он резонировал на длину волны 300 м?

Дано:

$$L=0,5\text{ мГн}$$

$$\lambda=300\text{ м}$$

C-?

Решение

Длина волны в вакууме:  $\lambda = c \cdot T$

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

Период собственных колебаний:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$C = \frac{T^2}{4\pi^2 L} = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 c^2 L} \quad C = \frac{9 \cdot 10^4}{4 \cdot 9,86 \cdot 9 \cdot 10^{16} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 1,7 \cdot 10^{-11} (\text{Ф})$$

Ответ: C=17пФ

## 4.3. Поток энергии и интенсивность электромагнитных волн. Вектор Пойнтинга.

Объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$W = W_E + W_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

Т.к. векторы  $E$  и  $H$  изменяются в одинаковой фазе:

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2 \quad \Rightarrow \quad \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$$

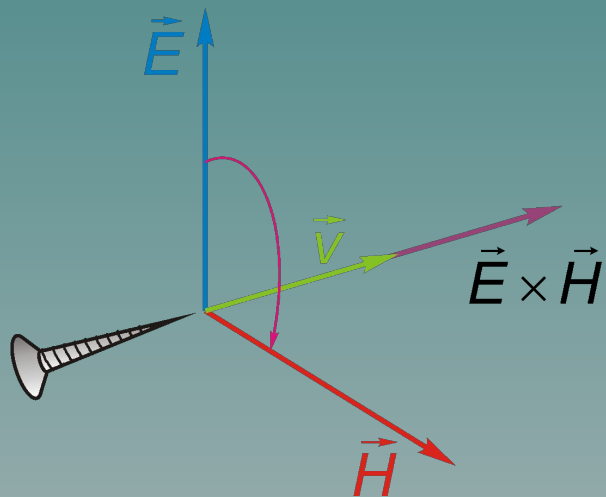
$$W_E = W_H$$

$$W = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{c} EH$$

# Вектор Пойнтинга

(вектор плотности потока энергии):  $\vec{\Pi} = w \cdot \vec{v}$

$$\Pi = w \cdot v = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{c} EH \cdot \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} = E \cdot H$$



$$\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$$

(4.8)

- Скалярная величина  $I$ , равная модулю среднего по периоду значения вектора Пойнтинга, называется ***интенсивностью волны***.

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2 \quad (4.9)$$

**Единицы системы СИ:**  
интенсивность –  $1 \text{ Вт/м}^2$

### Задача 4.3

Плоская электромагнитная волна распространяется в вакууме. Амплитуда напряженности электрического поля волны 50 мВ/м. Найти амплитуду напряженности магнитного поля и среднее за период колебаний значение плотности потока энергии.

Дано:

$$E_m = 50 \text{ мВ/м} \\ = 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м}$$

$$H_m - ? \quad I - ?$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$$

$$H_m = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m =$$

$$= \sqrt{\frac{1,885 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}}{1,4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}}} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ В/м} = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ А/м}$$



$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2 =$$

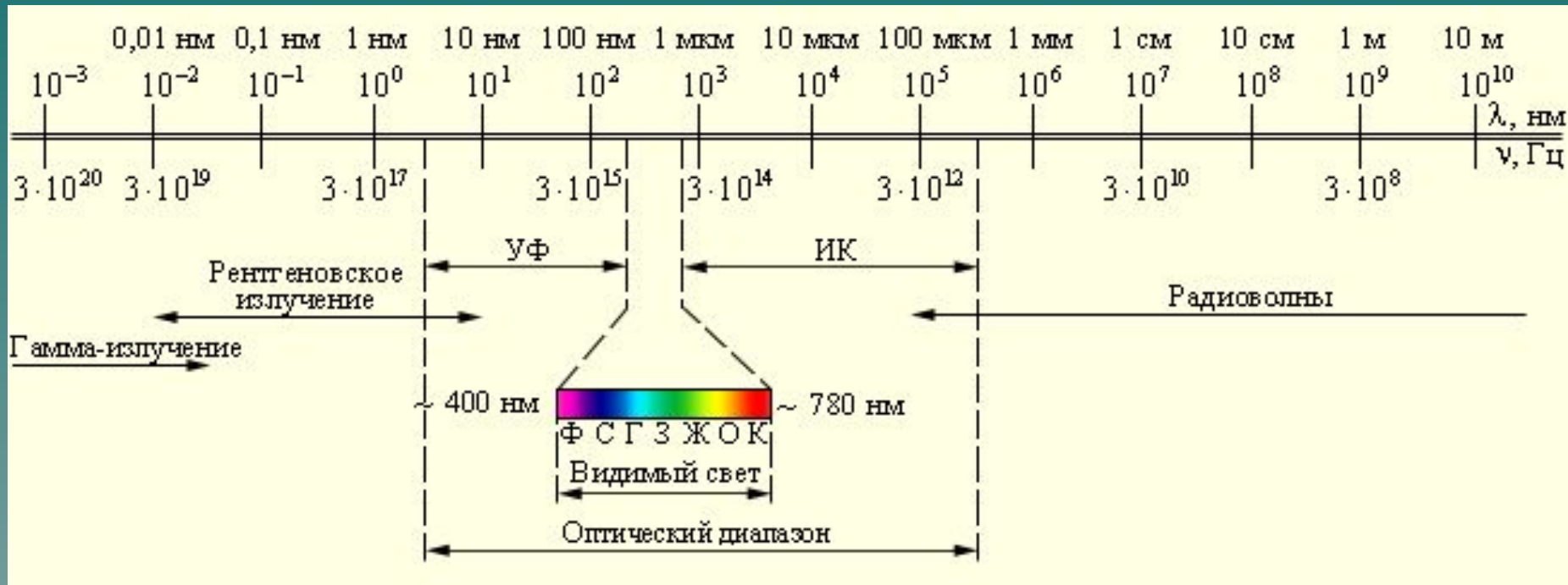
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}}{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/М}}} \cdot (5 \cdot 10^{-2} \text{ В/М})^2 = 6,63 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/М}^2$$

ОТВЕТ:

$$H_m = 1,33 \cdot 10^{-4} \text{ А/М}$$

$$I = 6,63 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/М}^2$$

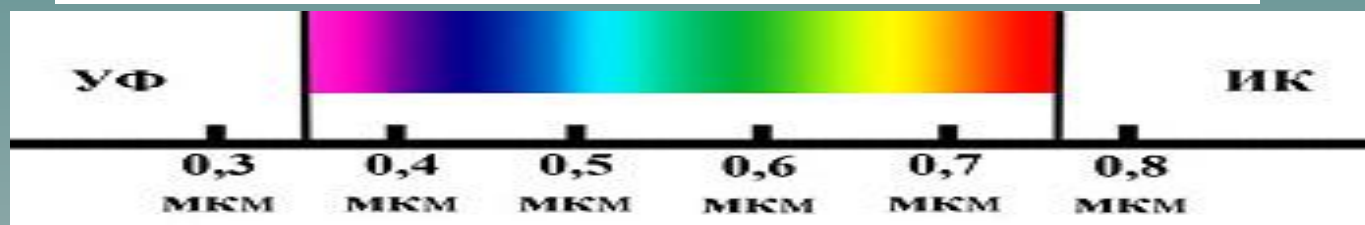
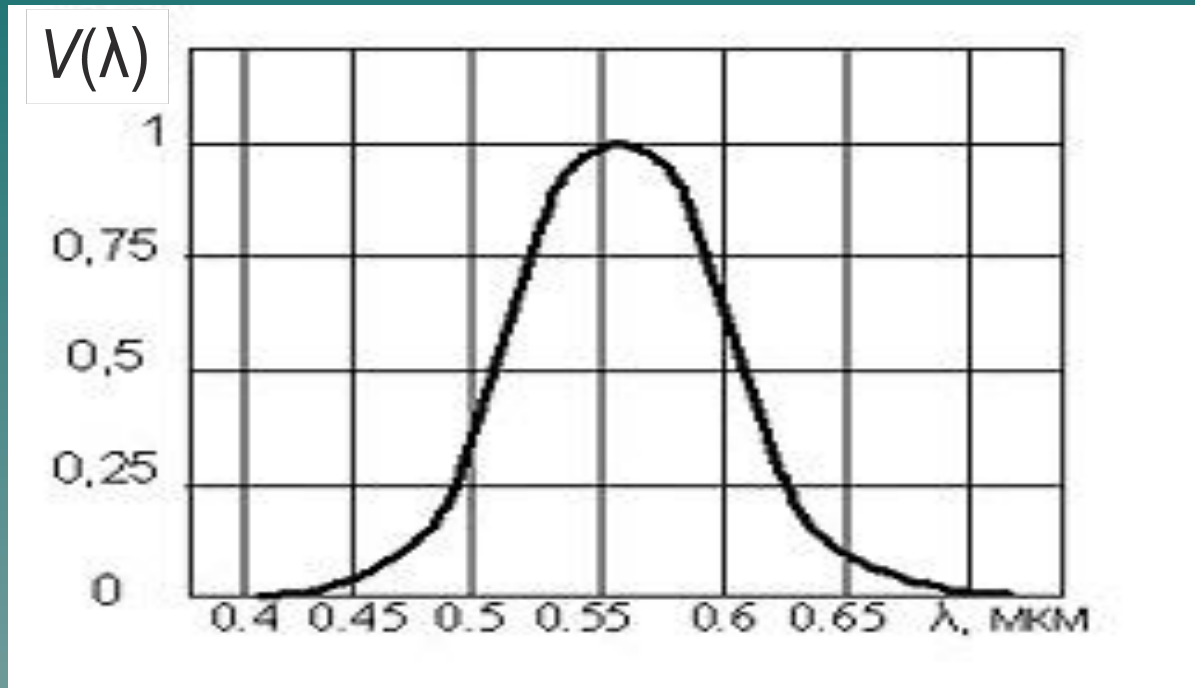
## 4.4. Шкала электромагнитных волн.



Свет – видимая человеческим глазом часть излучения занимает сравнительно небольшой промежуток длин волн от 0,4 до 0,78 мкм.

## 4.5. Волновая оптика

Электромагнитная природа света.



Кривая «видности» человеческого глаза  
(зависимость относительной чувствительности глаза от длины волны)

Разным длинам волн видимого диапазона зрительно соответствует разные цвета (табл.)

$\lambda$ , мкм	Диапазон цветов
0,38 ÷ 0,47	фиолетово-синий
0,47 ÷ 0,50	сине-зеленый
0,50 ÷ 0,56	зеленый
0,56 ÷ 0,59	желто-оранжевый
0,59 ÷ 0,76	красный

Физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое, механическое и др. свойства света обусловлены колебаниями вектора  $E$ .

Вектор  $E$  – световой вектор

Показатель преломления среды (оптическая плотность)  $n$

$$n = \frac{c}{v}$$

$c$  – скорость света (ЭМ волны) в вакууме  
 $v$  – скорость света в среде

$$v = c / \sqrt{\epsilon\mu}$$

Для не ферромагнитных сред  $\mu=1$

$$n = \sqrt{\epsilon}$$

Длина волны в вакууме:  $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$   $\nu$  – частота световой волны

В среде с показателем преломления  $n$ :

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu n} = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

Частота видимых световых волн лежит в диапазоне:

$$\nu = 0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц}$$

Модуль среднего по времени значения плотности потока энергии, переносимой световой волной, называется **интенсивностью** света.

$$I = \left| \langle S \rangle \right| = \left| \langle \vec{E} \cdot \vec{H} \rangle \right|$$

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m = H_m \sqrt{\mu_0}$$

$$H_m = \sqrt{\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_m = n E_m \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

$$I \sim n E_m^2 = n A^2 \quad (4.10)$$

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды световой волны при распространении света в изотропной среде.

Линии, вдоль которых распространяется световая энергия, называются лучами.

Лучи перпендикулярны волновым поверхностям

## Задание

**Цвет** световой волны определяется:

- 1) частотой колебаний светового вектора;
- 2) длиной волны;
- 3) амплитудой колебаний светового вектора;
- 4) фазой волны.

Ответ: а) 3; б) 1 и 2; в) 4; г) 2 и 3

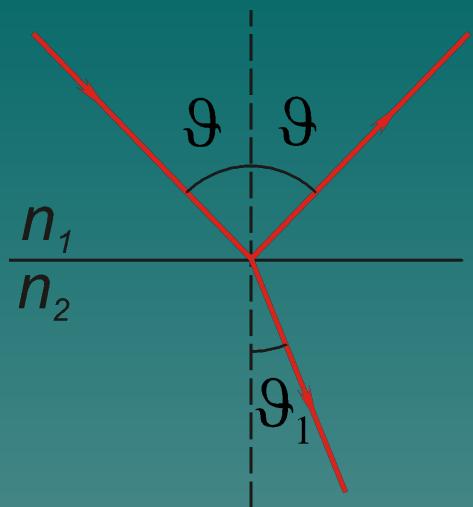


# Основные положения геометрической оптики

- Закон прямолинейного распространения света.
- Закон отражения.
- Закон преломления
- Закон независимости световых лучей

## *Принцип Ферма:*

Свет распространяется по такому пути, оптическая длина которого минимальна.



$$\frac{\sin \vartheta}{\sin \vartheta_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Угол полного внутреннего отражения

$$n_2 < n_1$$

