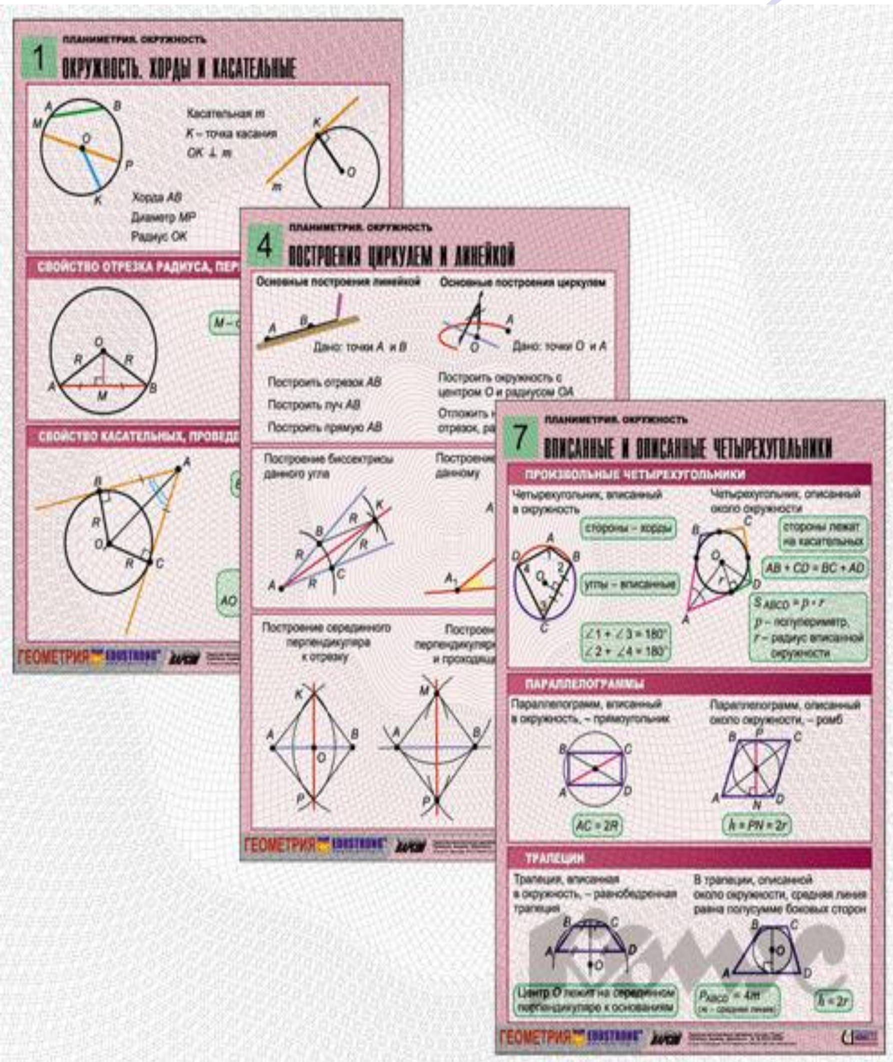
Построение циркулем и линейкой.



Цель урока: познакомиться с новым типом задач – построением с помощью циркуля и линейки.

Рассмотреть основные (простейшие) задачи этого типа.

В геометрии специально выделяют задачи на построение, которые решаются только с помощью **двух инструментов**:

ЦИРКУЛЯ и ***ЛИНЕЙКИ***

без масштабных делений.

Условные обозначения

окр(O;r) - окружность с центром в точке O и радиусом r

$\angle$ - знак угла

$\in$ - знак принадлежности

$\perp$ - знак перпендикулярности

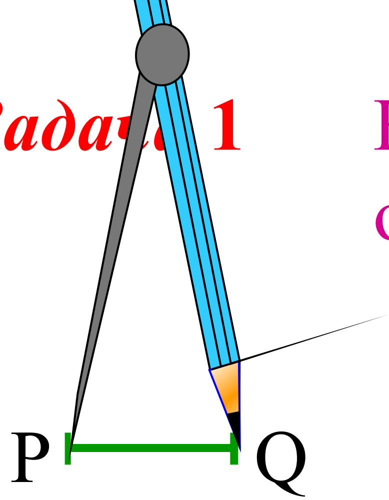
$\cap$ -   знак пересечения

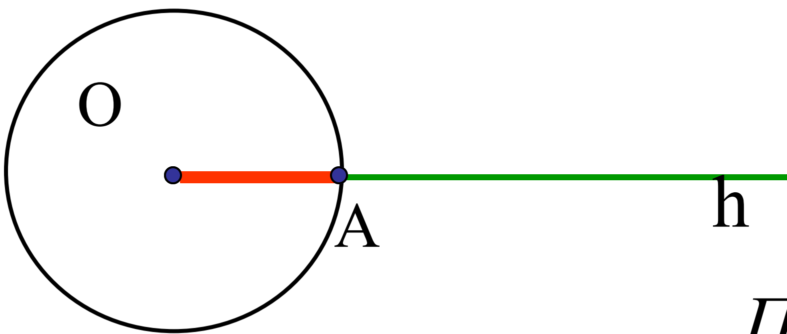
{ } - в скобках указано множество точек пересечения

: - заменяет слова ”такой что”

Задача 1

На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному





Дано:

Луч h, O- начало

PQ-отрезок

Построить: OA:

$A \in h$, $OA = PQ$

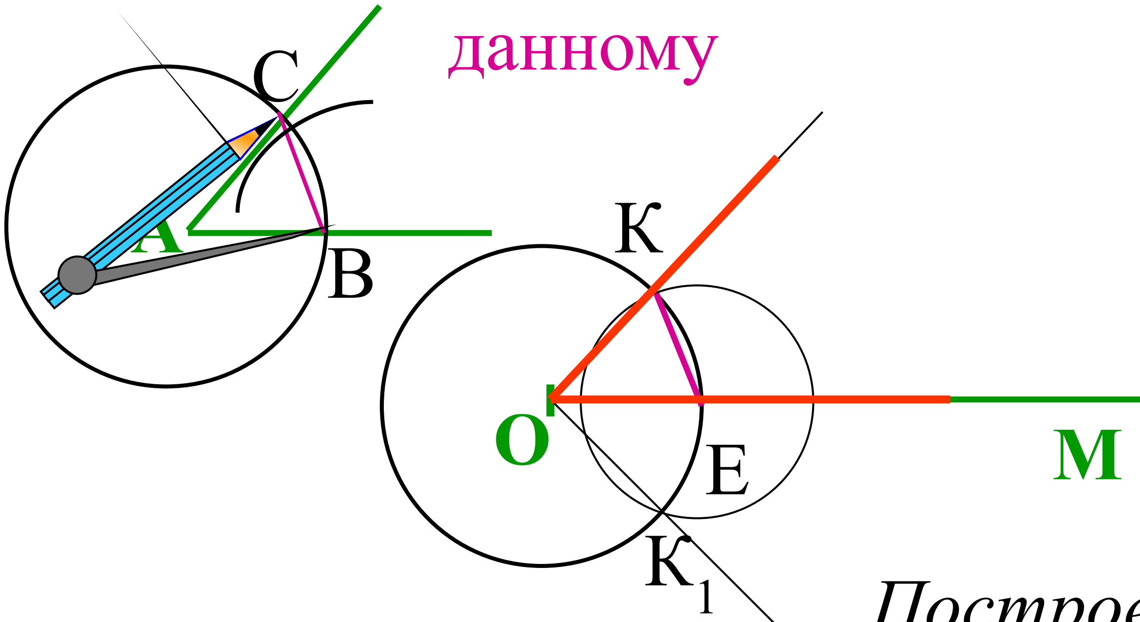
Построение:

1. окр(O;PQ)

2. $h \cap$окр(O;PQ)= {A}

3. OA-искомый

Задача **2** Отложить от данного луча угол, равный данному



Дано: $\angle A$

луч ОМ

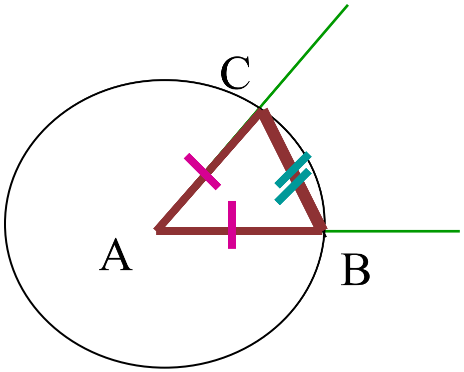
Построить:

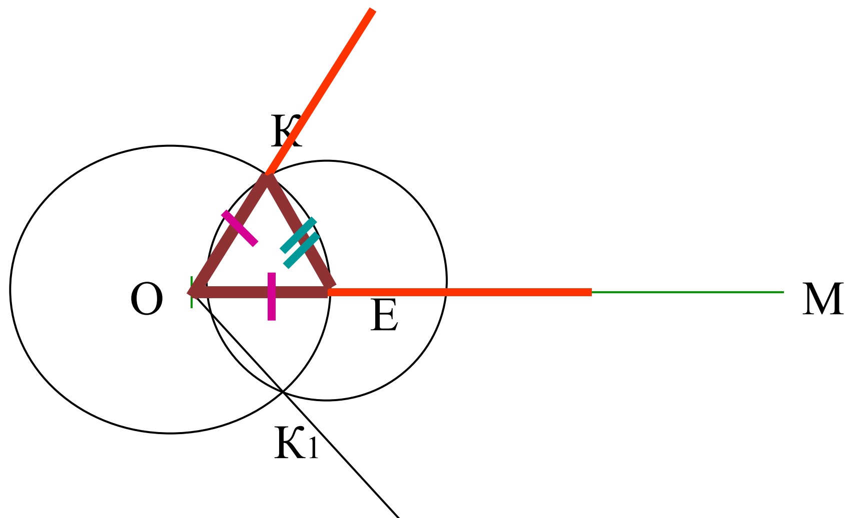
$\angle KOM = \angle A$

Построение:

1. окр(А,г); г-любой
2. окр(А;г)$\cap\angle$А={В; С}
3. окр(О,г)
4. окр(О,г) $\cap$ОМ= {Е}
5. окр(Е,ВС)
6. окр(Е,ВС)$\cap$окр(О,г)= {К;$К_1$}
7. луч ОК; луч $ОК_1$
8. $\angle$КОМ -искомый

Докажем, что отложенный от данного луча угол, равен данному





Доказательство:

ΔABC=ΔOEK(по трем сторонам)

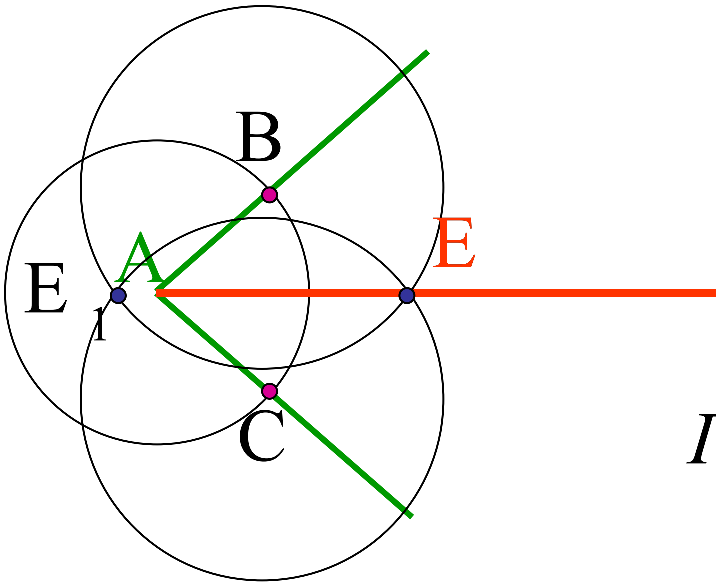
так как 1) AB=OE=г

2) AC=OK=г

3) BC=EK=$г_1$

Следовательно, ∠KOM=∠A

Задача 3 Построить биссектрису данного угла



Дано: $\angle A$

Построить:

Луч AE- биссектрису $\angle A$

Построение:

1. окр(A;г); г-любой
2. окр(A;г)$\cap\angle$A={B;C}
3. окр(B;$г_1$)
4. окр(C;$г_1$)
5. окр(B;$г_1$)$\cap$окр(C;$г_1$)={E;E_1}
6. E-внутри $\angle$A
7. AE-луч
8. AE-искомый

Докажем, что AE – биссектриса данного угла

Доказательство:

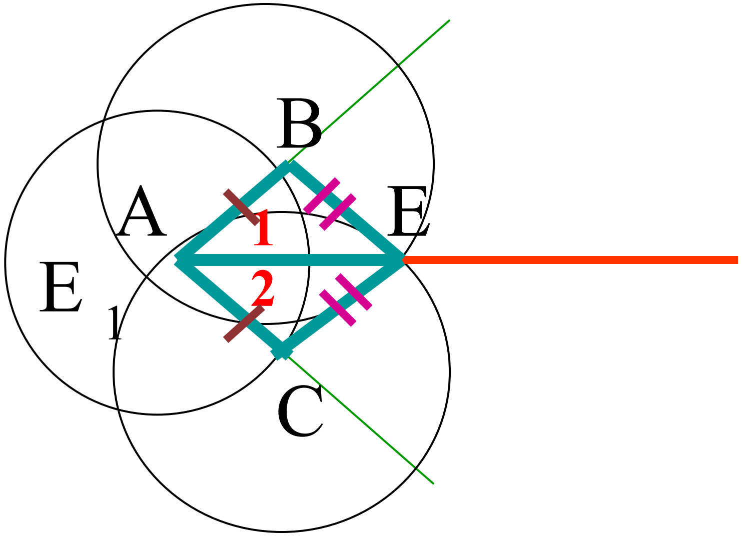
ΔABE=ΔACE

(по трем сторонам)

так как 1) AC=AB=r

2) CE=BE=r_1

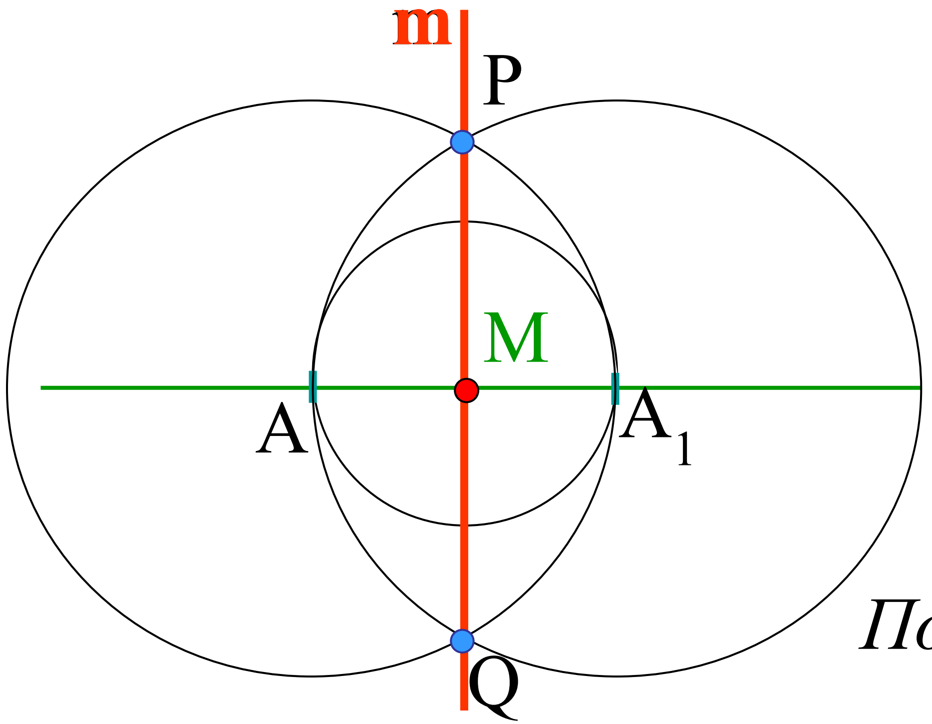
3) AE-общая



Следовательно, ∠1=∠2.

Значит, AE-<u>биссектриса</u> ∠A.

Задача 4 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, лежащую на этой прямой.



Дано: прямая а

точка М

М ∈ а

Построить: m:

$M \in m$; $m \perp a$

Построение:

1. окр(М;г); г-любой
2. окр(М;г)∩а={А;A_1}
3. окр(А;AA_1)
4. окр(A_1;A_1A)
5. окр(А; AA_1)∩окр(A_1;AA_1)={P;Q}
6. прямая РМ=m
7. m-искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку М перпендикулярна к данной прямой

Доказательство:

ΔAPA_1-равнобедренный

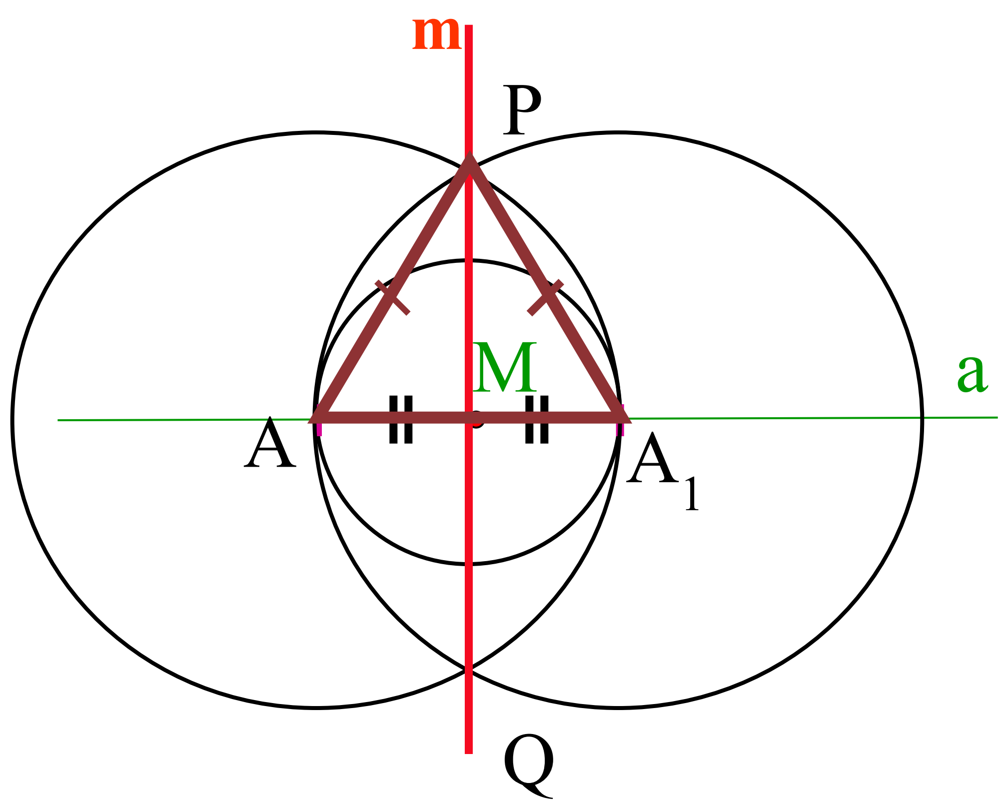
$(AP=A_1P=r_1)$

PM-<u>медиана</u>

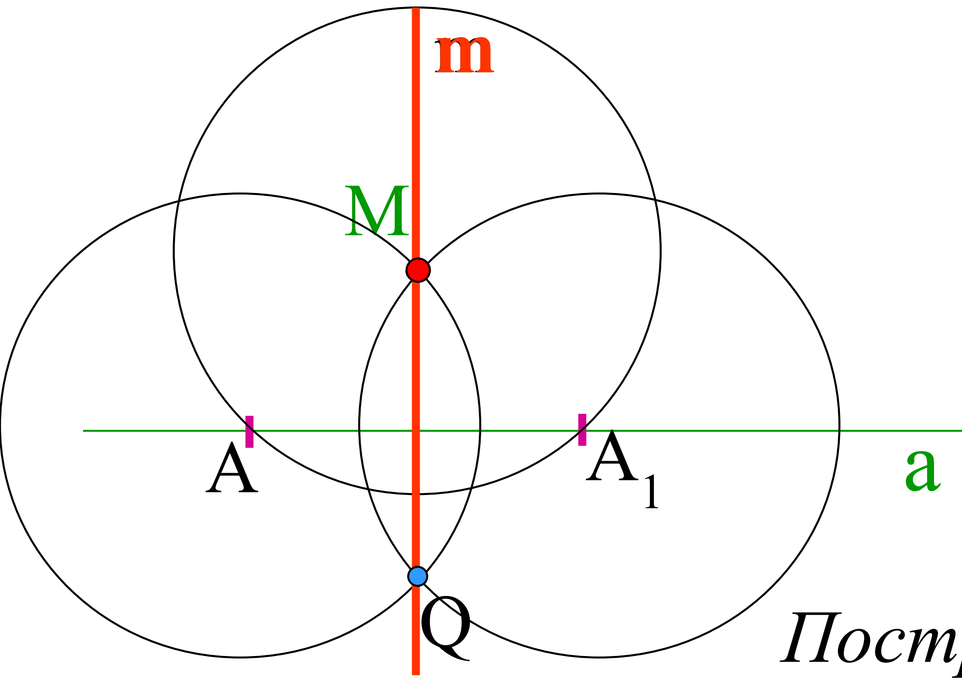
$(MA=MA_1=r)$

Значит, PM-<u>высота</u> ΔAPA_1

. То есть $PM \perp a$.



Задача 5 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, не лежащую на этой прямой.



Дано: прямая a

точка M

$M \notin a$

Построить: m:

$M \in m$; $m \perp a$

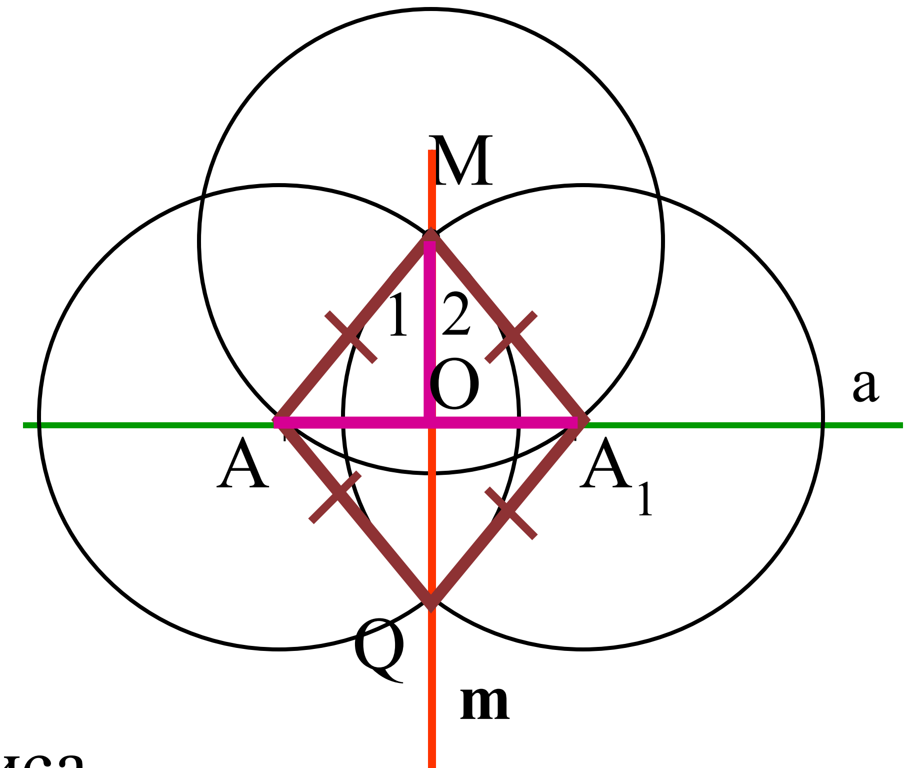
Построение:

1. окр(M;r)
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AM)
4. окр(A_1;A_1M)
5. окр(A;AM)$\cap$окр(A_1;A_1M)={M;Q}
6. прямая MQ=m
7. m-искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку M перпендикулярна к данной прямой

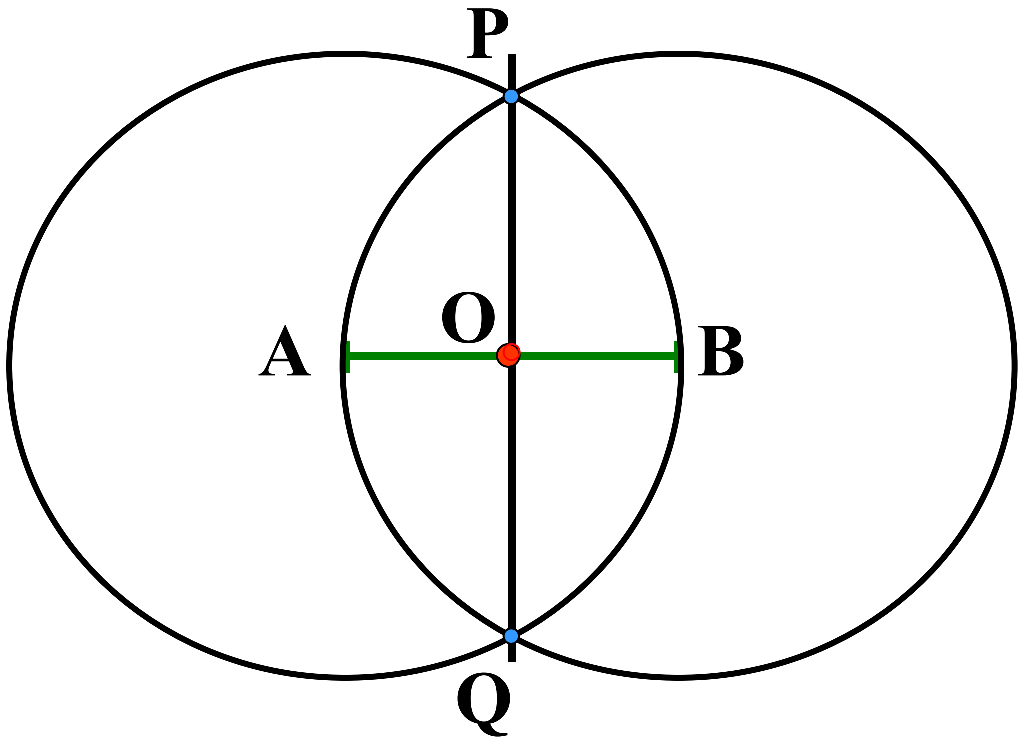
Доказательство:

$\Delta AMQ = \Delta A_1MQ$
(по трем сторонам)
1) $AM = A_1M = r$
2) $AQ = A_1Q = r$
3) MQ-общая
Следовательно,
$\angle 1 = \angle 2$.



Тогда, MO-<u>биссектриса</u> равнобедренного ΔAMA_1.
Значит, MO и <u>высота</u> ΔAMA_1. Тогда, $MQ \perp a$.

Задача 6 Построить середину данного отрезка



Дано:

AB-отрезок

Построить: O:

$O \in AB$; $OA = OB$

Построение:

1. окр(A ;AB)
2. окр(B;BA)
3. окр(A;AB)$\cap$окр(B;BA)= {P;Q}
4. PQ-прямая
5. $PQ \cap AB = \{O\}$
6. O – искомая точка

Докажем, что О – середина данного отрезка

Доказательство:

$\Delta APQ = \Delta BPQ$

(по трем сторонам)

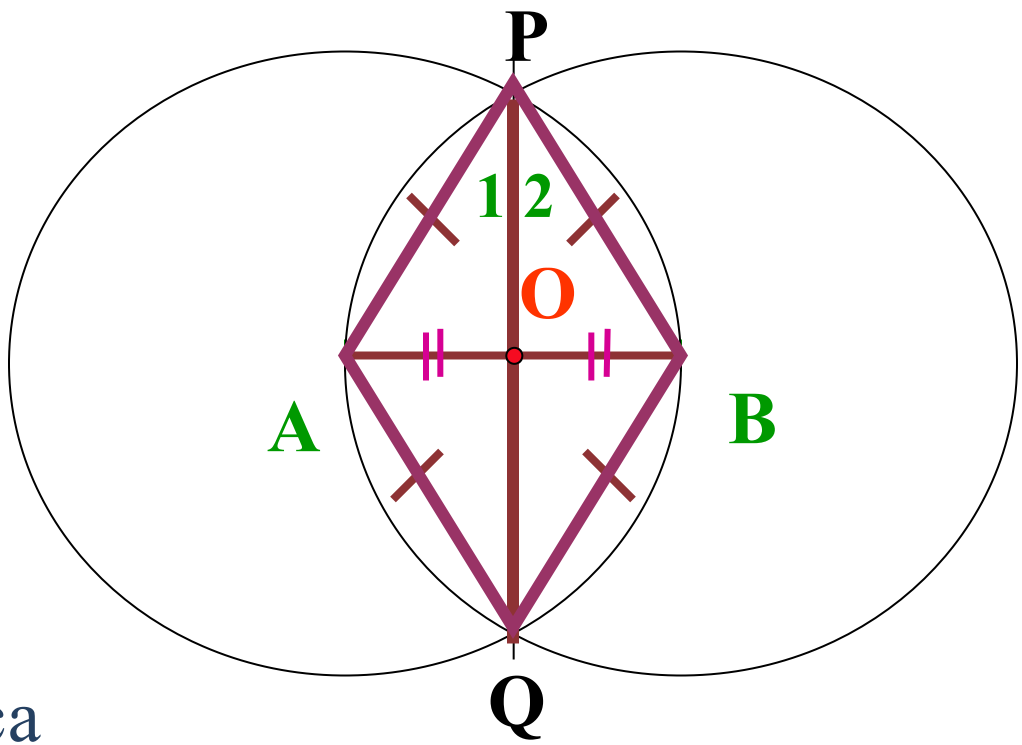
так как 1) AP=BP=r

2) AQ=BQ=r

3) PQ-общая

Следовательно,

$\angle 1 = \angle 2$



Значит, PO-<u>биссектриса</u> равнобедренного ΔAPB.

Значит, PO и <u>медиана</u> ΔAPB.

То есть, О – середина AB.

Домашнее задание:

Вопросы 17 – 21 стр. 48.

Задачи 149; 154.