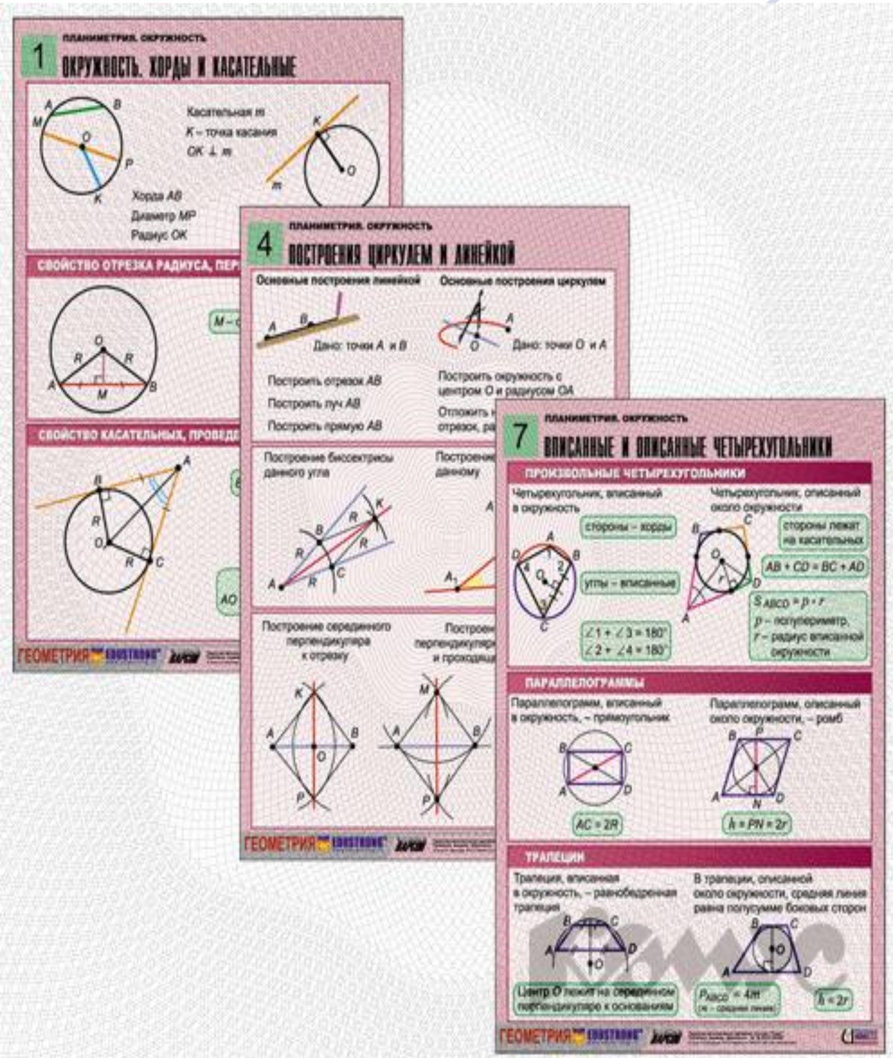
Построение циркулем и линейкой.



Цель урока: познакомиться с новым типом задач – построением с помощью циркуля и линейки.

Рассмотреть основные (простейшие) задачи этого типа.

В геометрии специально выделяют задачи на построение, которые решаются только с помощью **двух инструментов:**

ЦИРКУЛЯ и ***ЛИНЕЙКИ***

без масштабных делений.

Условные обозначения

окр(О;r) - окружность с центром в точке О и радиусом r

$\angle$ - знак угла

$\in$ - знак принадлежности

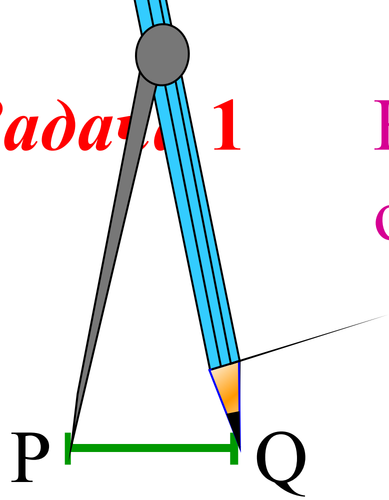
$\perp$ - знак перпендикулярности

$\cap$ - знак пересечения

{ } - в скобках указано множество точек пересечения

: - заменяет слова ”такой что”

Задача 1 На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному



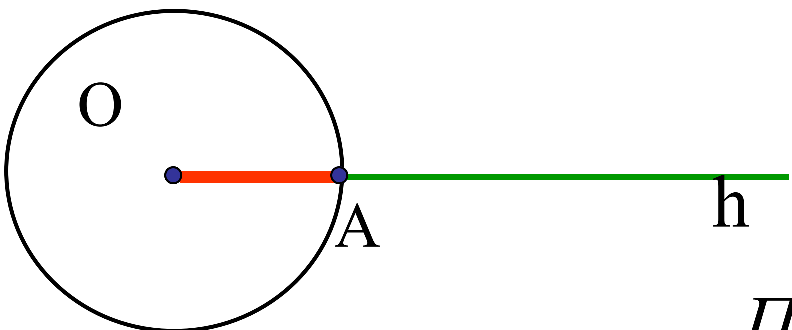
Дано:

Луч h, O- начало

PQ-отрезок

Построить: OA:

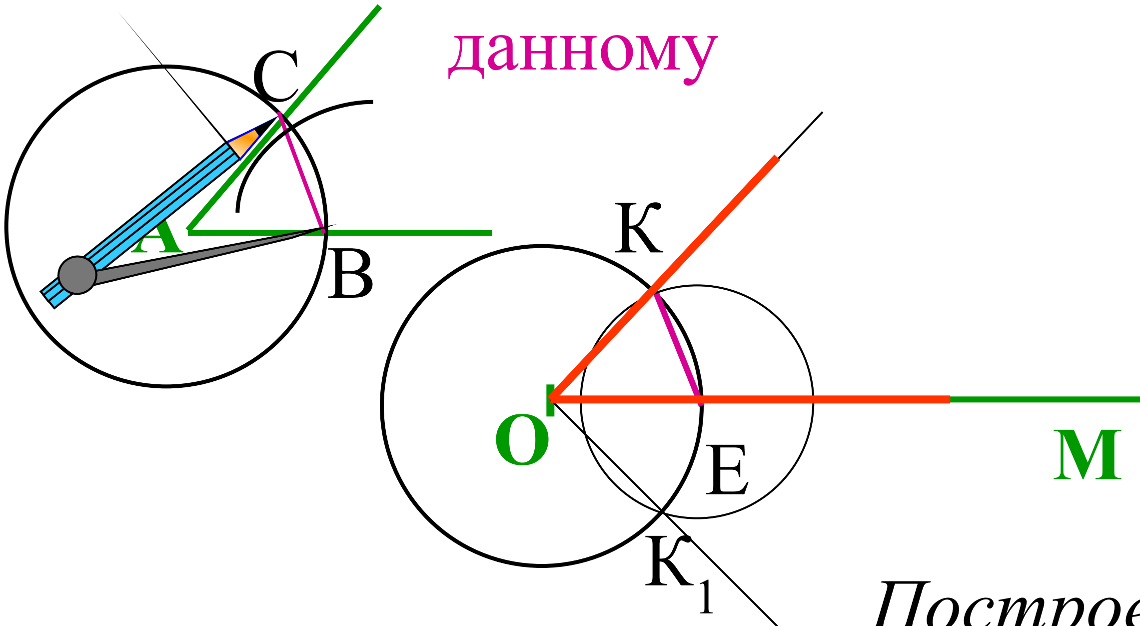
$A \in h$, $OA = PQ$



Построение:

1. окр(O;PQ)
2. $h \cap$ окр(O;PQ)= {A}
3. OA-искомый

Задача 2 Отложить от данного луча угол, равный данному



Дано: $\angle A$

луч ОМ

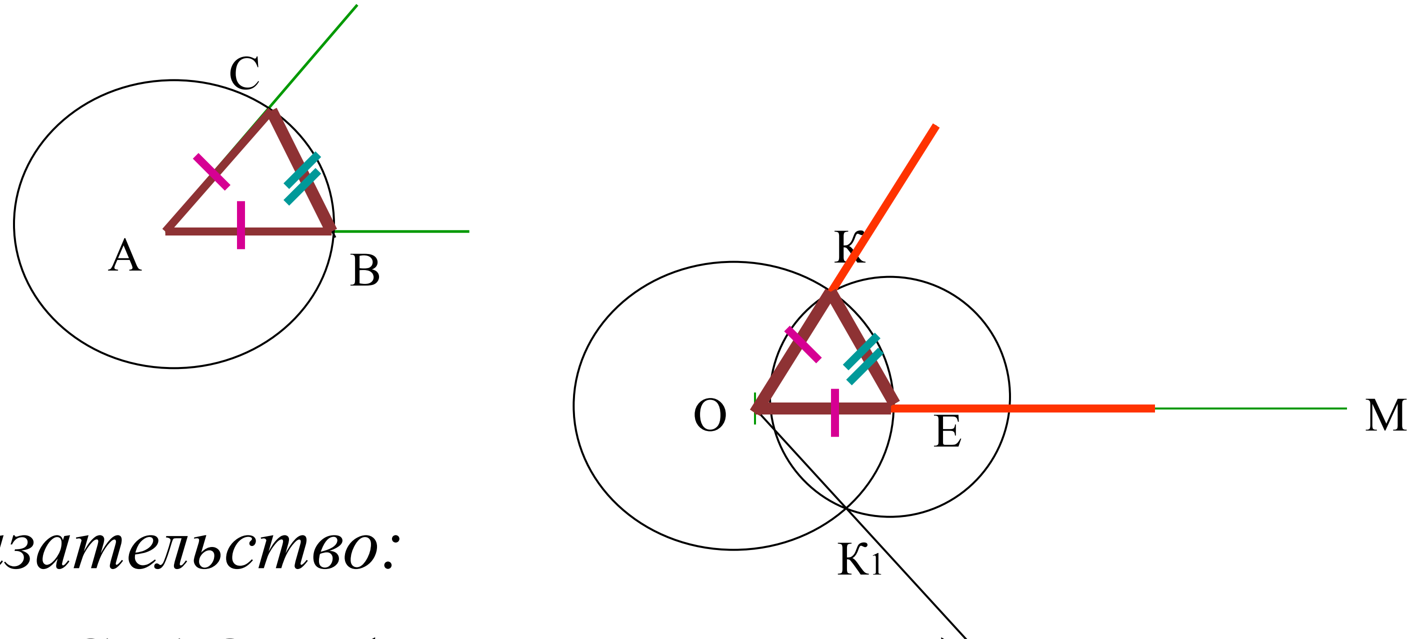
Построить:

$\angle KOM = \angle A$

Построение:

1. окр(А,г); г-любой
2. окр(А;г)$\cap\angle$А={В; С}
3. окр(О,г)
4. окр(О,г) $\cap$OM= {E}
5. окр(Е,ВС)
6. окр(Е,ВС)$\cap$окр(О,г)= {K;K_1}
7. луч ОК; луч OK_1
8. $\angle$KOM -искомый

Докажем, что отложенный от данного луча угол, равен данному



Доказательство:

$\Delta ABC=\Delta OEK$(по трем сторонам)

так как 1) $AB=OE=r$

2) $AC=OK=r$

3) $BC=EK=r_1$

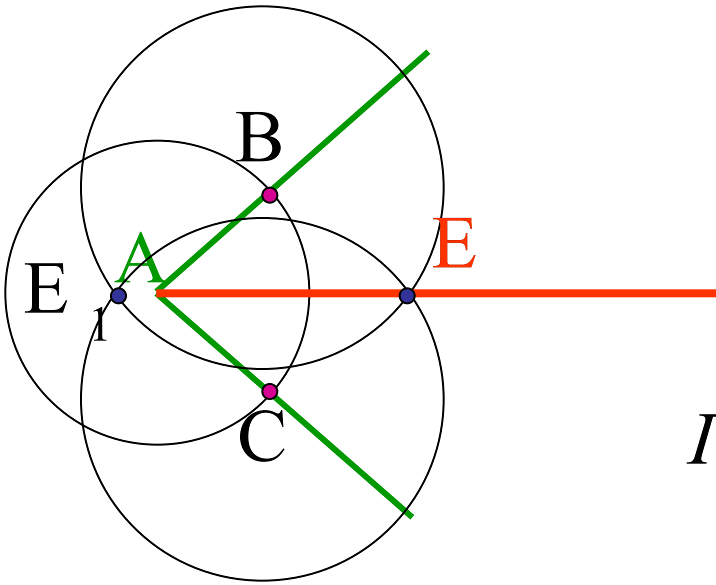
Следовательно, $\angle KOM=\angle A$

Задача 3 Построить биссектрису данного угла

Дано: $\angle A$

Построить:

Луч AE- биссектрису $\angle A$



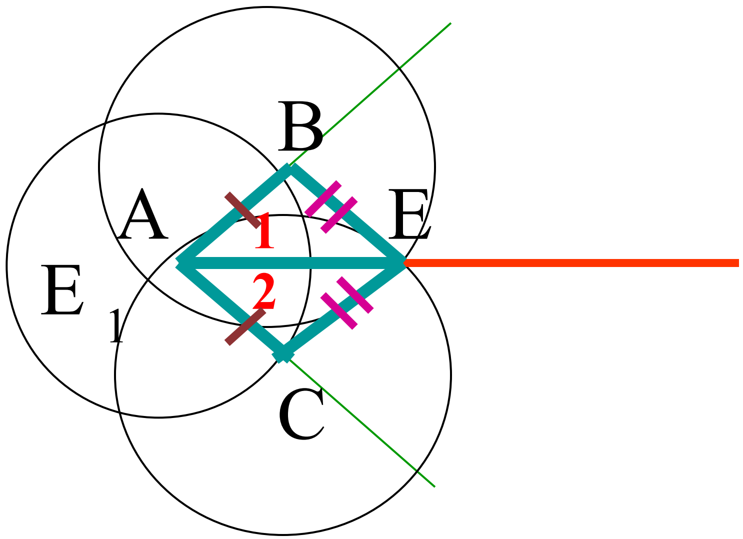
Построение:

1. окр(A;г); г-любой
2. окр(A;г)$\cap\angle$A={B;C}
3. окр(B;$г_1$)
4. окр(C;$г_1$)
5. окр(B;$г_1$)$\cap$окр(C;$г_1$)={E;E_1}
6. E-внутри $\angle$A
7. AE-луч
8. AE-искомый

Докажем, что АЕ – биссектриса данного угла

Доказательство:

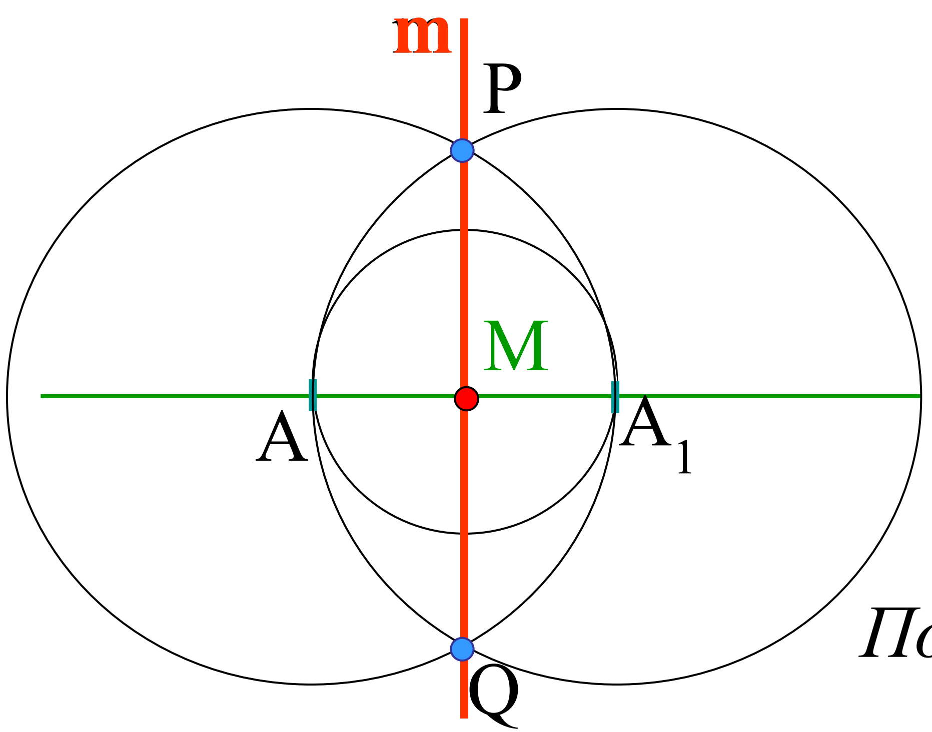
ΔАВЕ=ΔАСЕ
(по трем сторонам)
так как 1) АС=АВ=г
2) СЕ=ВЕ=$г_1$
3) АЕ-общая



Следовательно, ∠1=∠2.

Значит, АЕ-биссектриса ∠А.

Задача 4 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, лежащую на этой прямой.



Дано: прямая a

точка M

$M \in a$

Построить: m:

$M \in m$; $m \perp a$

Построение:

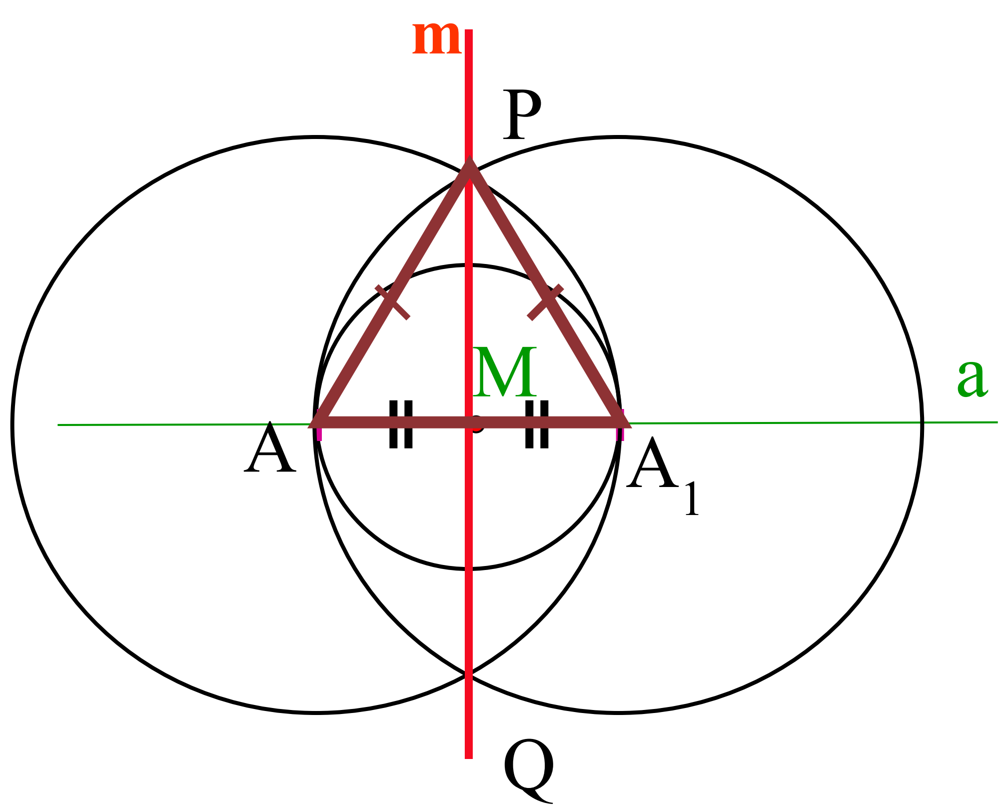
1. окр(M;r); r-любой
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AA_1)
4. окр(A_1;A_1A)
5. окр(A; AA_1)$\cap$окр(A_1;AA_1)={P;Q}
6. прямая PM=m
7. m-искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку М перпендикулярна к данной прямой

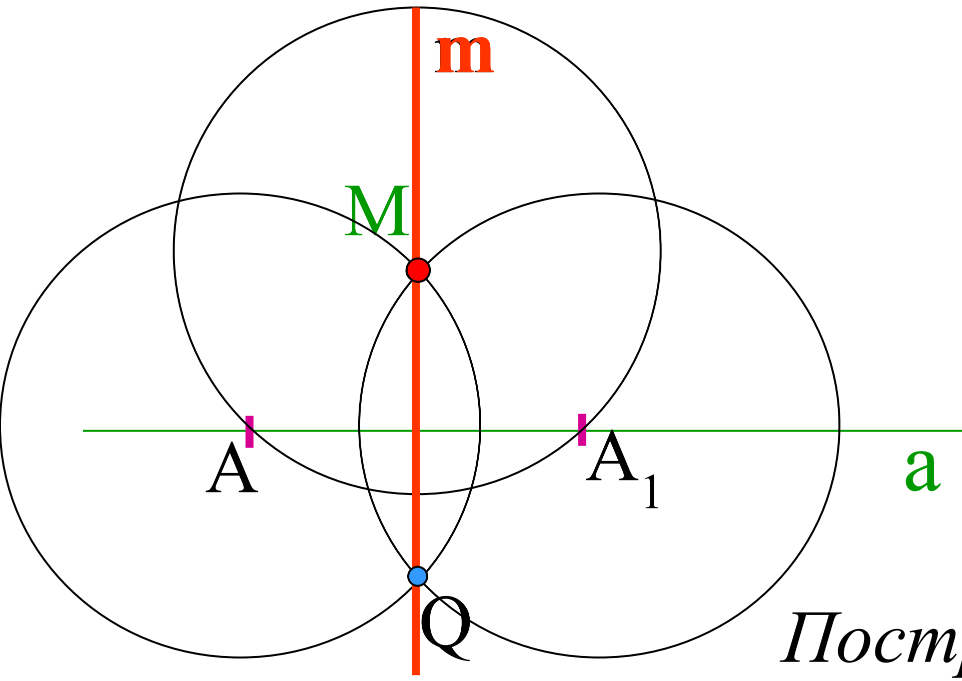
Доказательство:

ΔAPA_1-равнобедренный
($AP=A_1P=$г$_1$)
PM-<u>медиана</u>
($MA=MA_1=$г)

Значит, PM-<u>высота</u> ΔAPA_1
. То есть $PM \perp a$.



Задача 5 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, не лежащую на этой прямой.



Дано: прямая a

точка M

$M \notin a$

Построить: m:

$M \in m$; $m \perp a$

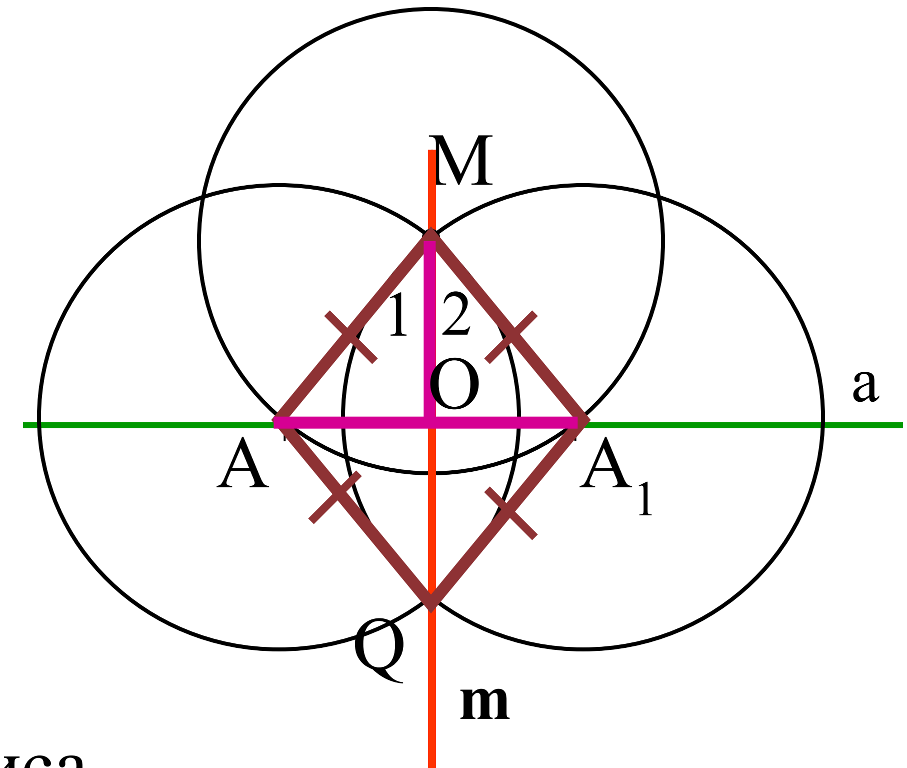
Построение:

1. окр(M;r)
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AM)
4. окр(A_1;A_1M)
5. окр(A;AM)$\cap$окр(A_1;A_1M)={M;Q}
6. прямая MQ=m
7. m-искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку M перпендикулярна к данной прямой

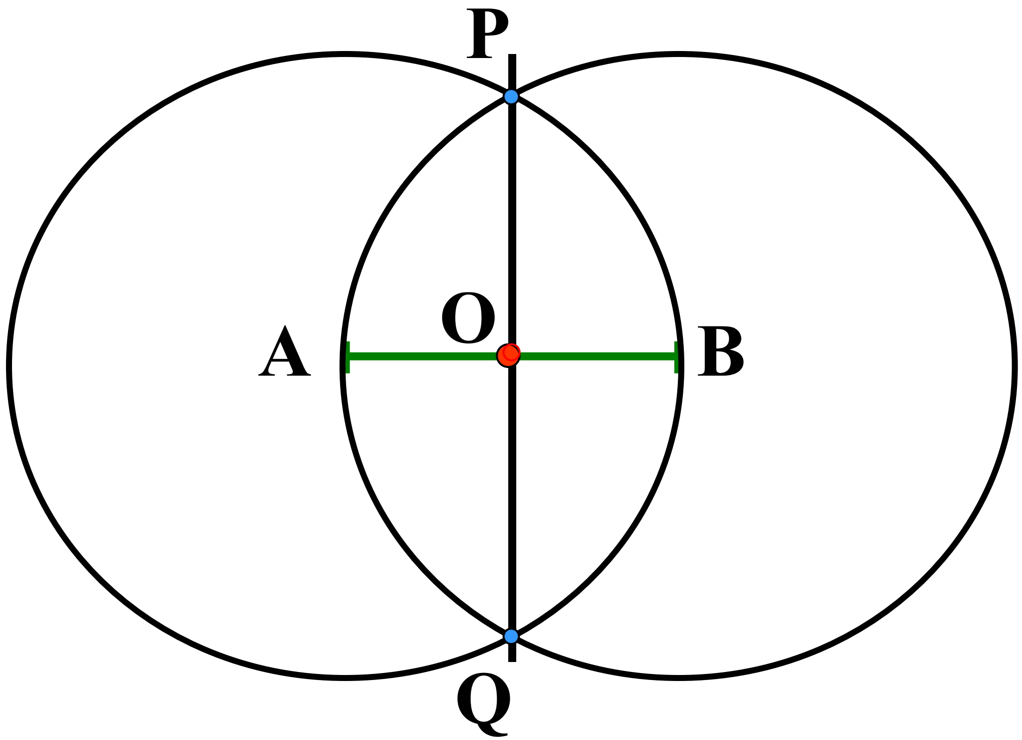
Доказательство:

$\Delta AMQ=\Delta A_1MQ$
(по трем сторонам)
1) $AM=A_1M=г$
2) $AQ=A_1Q=г$
3) MQ-общая
Следовательно,
$\angle 1=\angle 2$.



Тогда, MO-<u>биссектриса</u> равнобедренного ΔAMA_1.
Значит, MO и <u>высота</u> ΔAMA_1. Тогда, $MQ \perp a$.

Задача 6 Построить середину данного отрезка



Дано:

AB-отрезок

Построить: O:

$O \in AB$; $OA = OB$

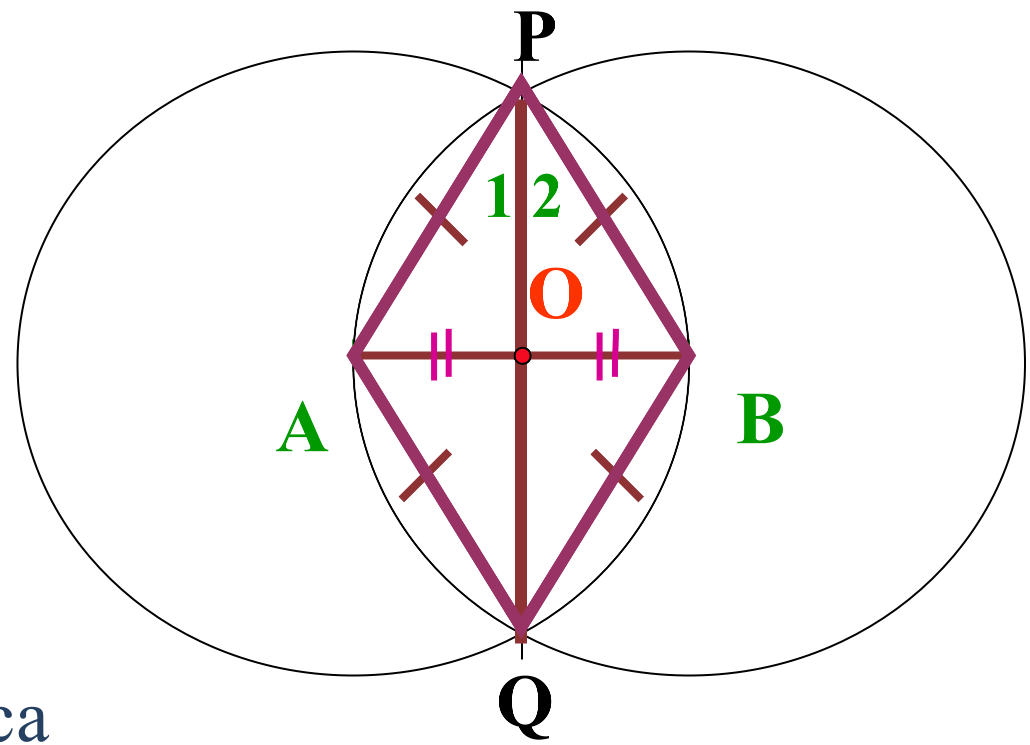
Построение:

1. окр(A ;AB)
2. окр(B;BA)
3. окр(A;AB)$\cap$окр(B;BA)= {P;Q}
4. PQ-прямая
5. $PQ \cap AB = \{O\}$
6. O – искомая точка

Докажем, что О – середина данного отрезка

Доказательство:

ΔAPQ=ΔBPQ
(по трем сторонам)
так как 1) AP=BP=r
2) AQ=BQ=r
3) PQ-общая
Следовательно,
$\angle 1 = \angle 2$



Значит, PO-биссектриса равнобедренного ΔAPB.

Значит, PO и медиана ΔAPB.

То есть, О – середина AB.

Домашнее задание:

Вопросы 17 – 21 стр. 48.

Задачи 149; 154.