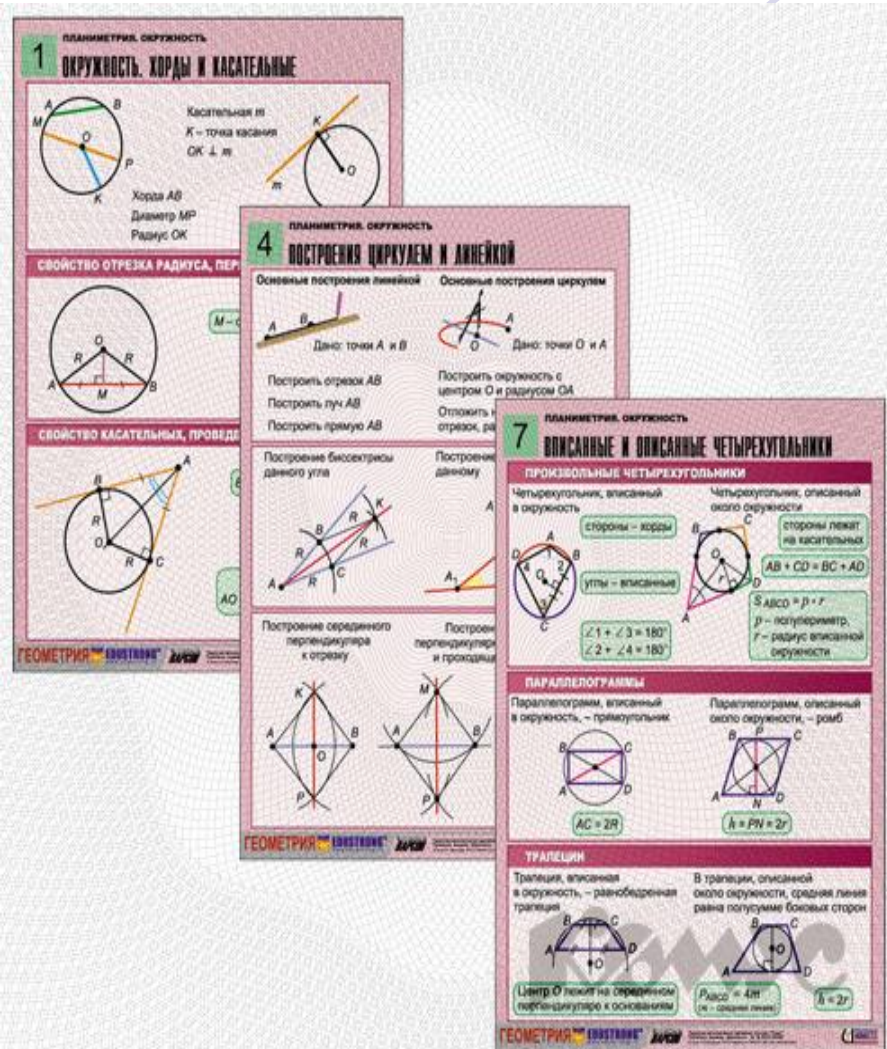


Построение циркулем и линейкой.

Цель урока:
познакомиться с новым
типом задач –
построением с
помощью циркуля и
линейки.

Рассмотреть основные
(простейшие) задачи
этого типа.



В геометрии специально выделяют задачи на построение, которые решаются только с помощью **двух инструментов:**

ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ

без масштабных делений.

Условные обозначения

$\text{окр}(O; r)$ - окружность с центром в точке O и радиусом r

\sphericalangle - знак угла

\in - знак принадлежности

\perp - знак перпендикулярности

\cap - знак пересечения

$\{ \}$ - в скобках указано множество точек пересечения

$:$ - заменяет слова ”такой что”

Задача 1

На данном луче от его начала
отложить отрезок, равный данному



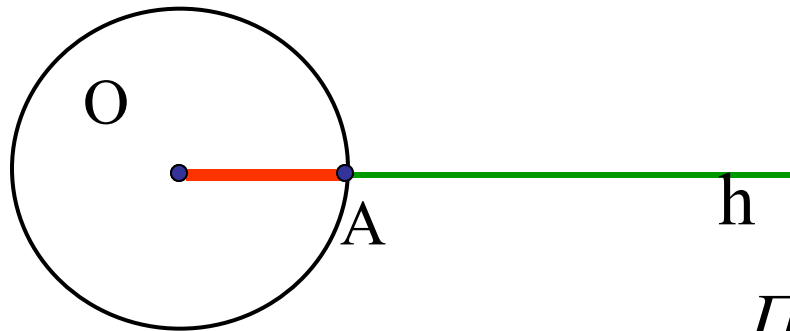
Дано:

Луч h , O - начало

PQ -отрезок

Построить: OA :

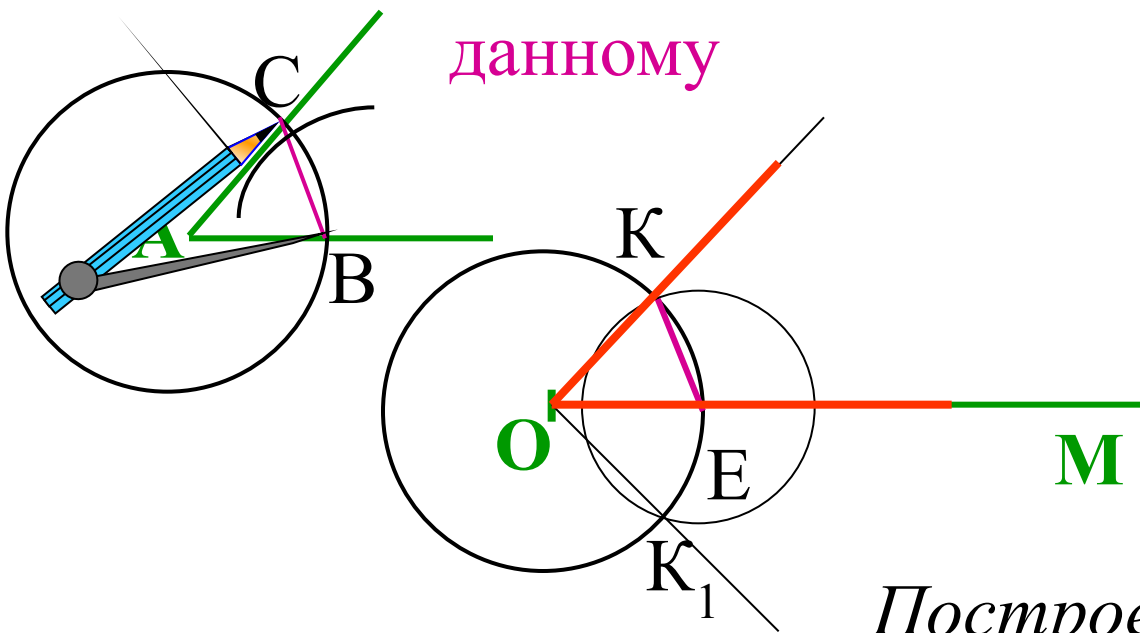
$A \in h$, $OA = PQ$



Построение:

1. $\text{окр}(O; PQ)$
2. $h \cap \text{окр}(O; PQ) = \{A\}$
3. OA -искомый

Задача 2 Отложить от данного луча угол, равный данному



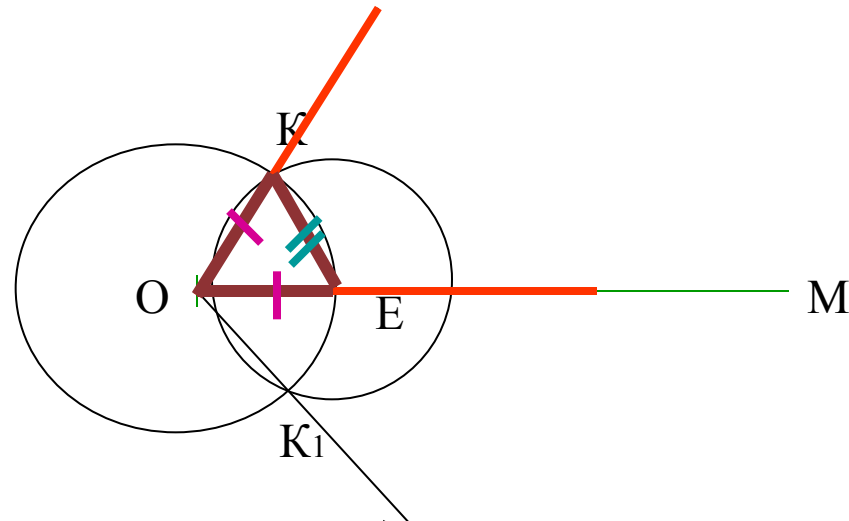
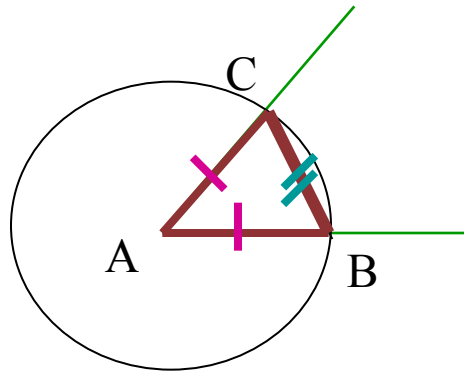
Дано: $\angle A$
луч OM

Построить:
 $\angle KOM = \angle A$

Построение:

1. $\text{окр}(A, r)$; r -любой
2. $\text{окр}(A, r) \cap \angle A = \{B; C\}$
3. $\text{окр}(O, r)$
4. $\text{окр}(O, r) \cap OM = \{E\}$
5. $\text{окр}(E, BC)$
6. $\text{окр}(E, BC) \cap \text{окр}(O, r) = \{K; K_1\}$
7. луч OK ; луч OK_1
8. $\angle KOM$ -искомый

Докажем, что отложенный от данного луча угол,
равен данному



Доказательство:

$\triangle ABC = \triangle OЕК$ (по трем сторонам)

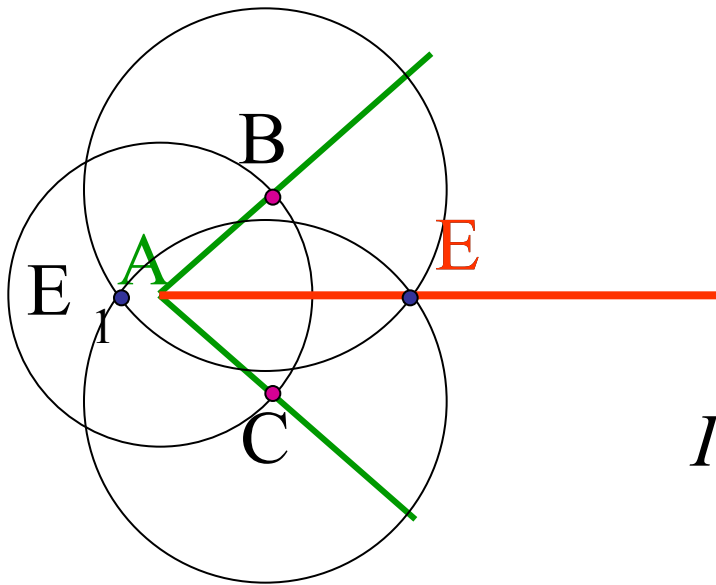
так как 1) $AB = OE = r$

2) $AC = OK = r$

3) $BC = EK = r_1$

Следовательно, $\angle КОМ = \angle A$

Задача 3 Построить биссектрису данного угла



Дано: \angle

Построить:

Луч AE -
биссектрису $\angle A$

Построение:

1. $\text{окр}(A; r)$; r -любой
2. $\text{окр}(A; r) \cap \angle A = \{B; C\}$
3. $\text{окр}(B; r_1)$
4. $\text{окр}(C; r_1)$
5. $\text{окр}(B; r_1) \cap \text{окр}(C; r_1) = \{E; E_1\}$

6. E -внутри $\angle A$

7. AE -луч

8. AE -искомый

Докажем, что АЕ – биссектриса данного угла

Доказательство:

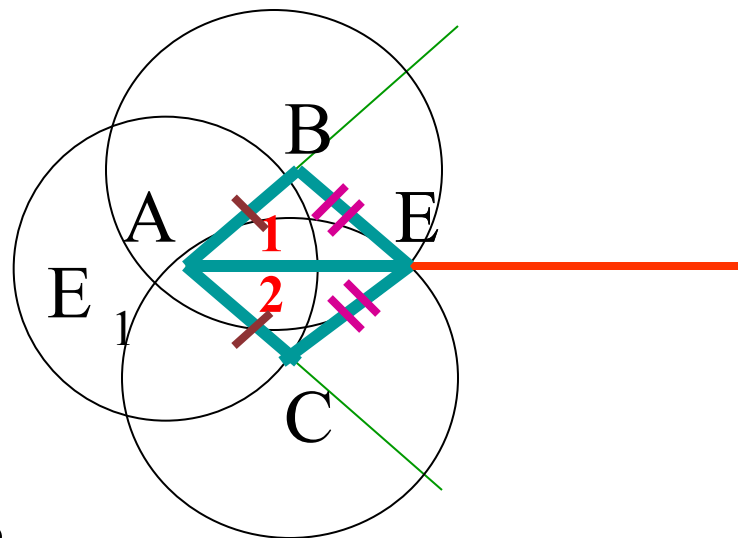
$$\triangle ABE = \triangle ACE$$

(по трем сторонам)

так как 1) $AC = AB = r$

2) $CE = BE = r_1$

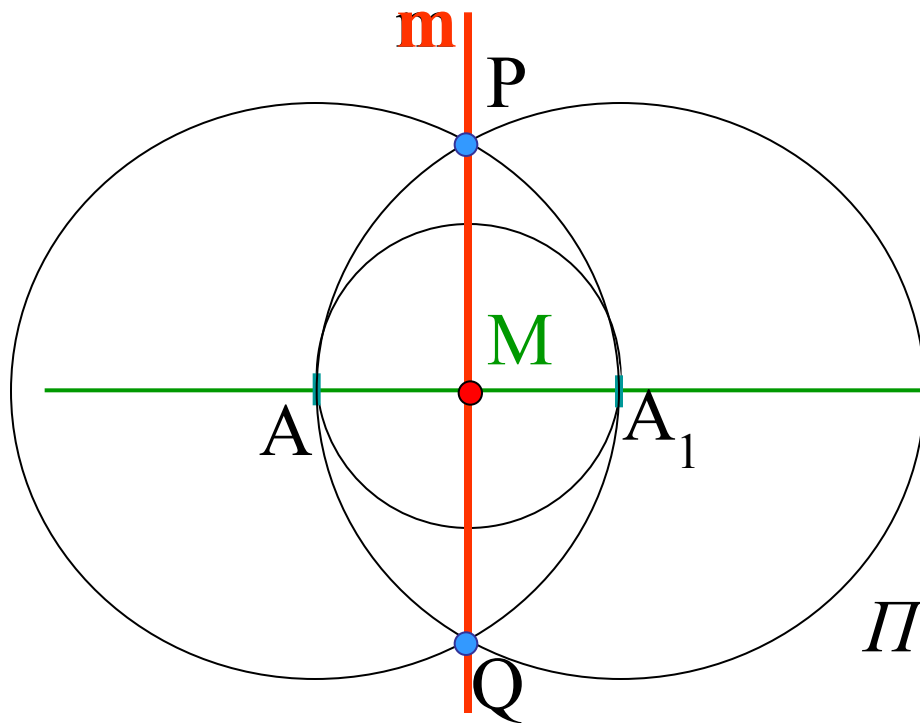
3) АЕ-общая



Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Значит, АЕ-биссектриса $\angle A$.

Задача 4 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, лежащую на этой прямой.



Дано: прямая a

точка M

$M \in a$

Построить: m :

$M \in m$; $m \perp a$

Построение:

1. $\text{окр}(M; r)$; r -любой
2. $\text{окр}(M; r) \cap a = \{A; A_1\}$
3. $\text{окр}(A; AA_1)$
4. $\text{окр}(A_1; A_1A)$
5. $\text{окр}(A; AA_1) \cap \text{окр}(A_1; A_1A) = \{P; Q\}$
6. прямая $PM = m$
7. m -искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку M перпендикулярна к данной прямой

Доказательство:

$\triangle ARA_1$ - равнобедренный

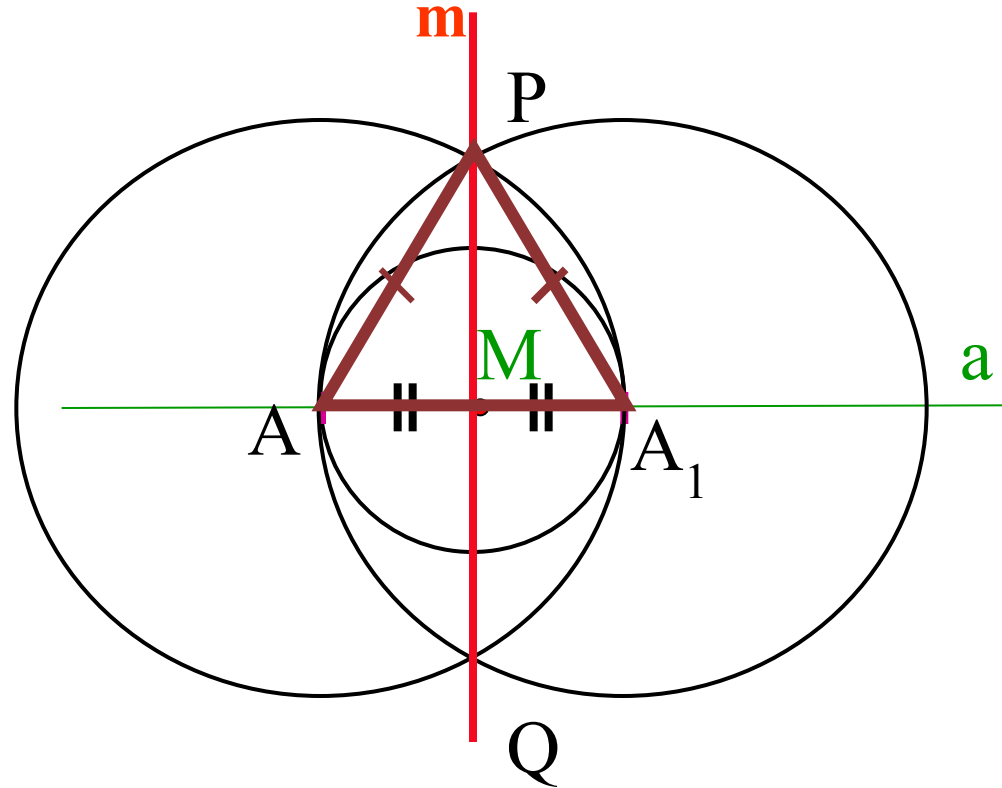
($AR = A_1R = r_1$)

RM - медиана

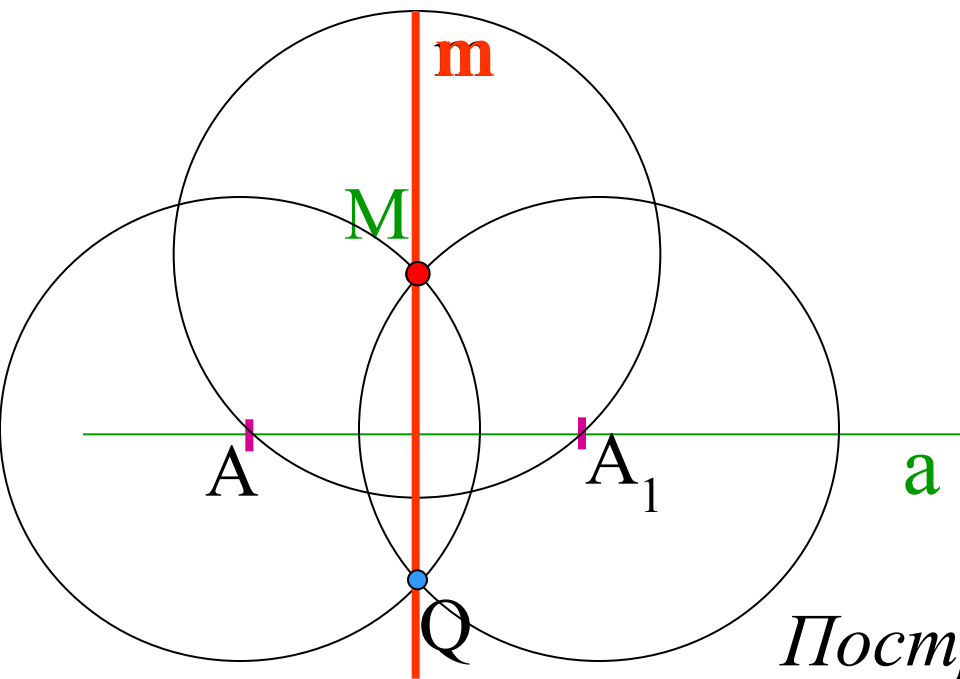
($MA = MA_1 = r$)

Значит, RM - высота $\triangle ARA_1$

То есть $RM \perp a$.



Задача 5 Построить перпендикуляр к данной прямой, проходящий через данную точку, не лежащую на этой прямой.



Дано: прямая a

точка M

$M \notin a$

Построить: m :

$M \in m$; m

Построение: $\perp a$

1. $\text{окр}(M; \gamma)$
2. $\text{окр}(M; \gamma) \cap a = \{A; A_1\}$
3. $\text{окр}(A; AM)$
4. $\text{окр}(A_1; A_1M)$

5. $\text{окр}(A; AM) \cap \text{окр}(A_1; A_1M) = \{M; Q\}$
6. прямая $MQ = m$
7. m -искомая

Докажем, что прямая, проходящую через данную точку M перпендикулярна к данной прямой

Доказательство:

$$\triangle AMQ = \triangle A_1MQ$$

(по трем сторонам)

1) $AM = A_1M = r$

2) $AQ = A_1Q = r$

3) MQ -общая

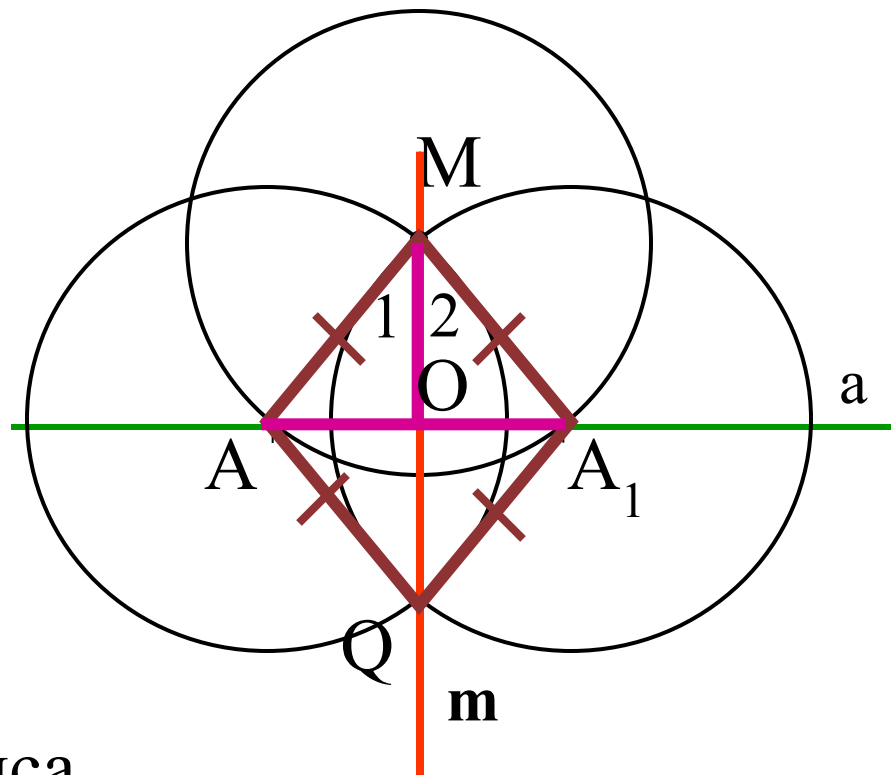
Следовательно,

$$\angle 1 = \angle 2.$$

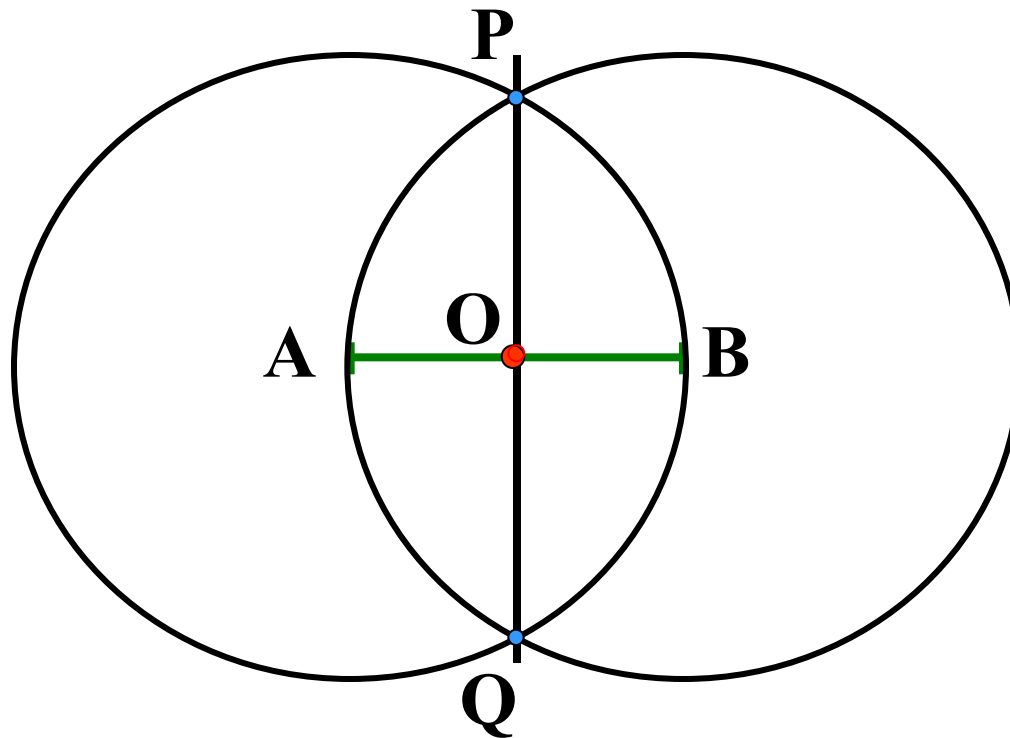
Тогда, MO -биссектриса

равнобедренного $\triangle AMA_1$.

Значит, MO и высота $\triangle AMA_1$. Тогда, $MQ \perp a$.



Задача 6 Построить середину данного отрезка



Дано:

AB-отрезок

Построить: O:

$O \in AB$; $OA=OB$

Построение:

1. $\text{окр}(A; AB)$
2. $\text{окр}(B; BA)$
3. $\text{окр}(A; AB) \cap \text{окр}(B; BA) = \{P; Q\}$
4. RQ-прямая
5. $PQ \cap AB = \{O\}$
6. O – искомая точка

Докажем, что O – середина данного отрезка

Доказательство:

$$\triangle APQ = \triangle BPQ$$

(по трем сторонам)

так как 1) $AP = BP = r$

2) $AQ = BQ = r$

3) PQ -общая

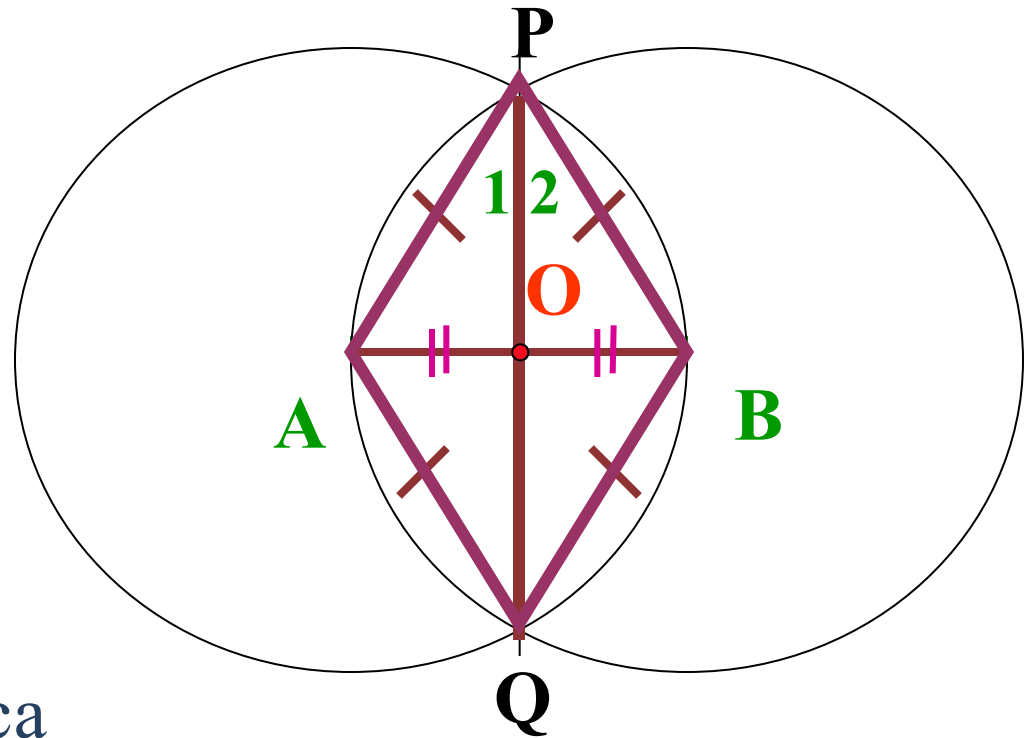
Следовательно,

$$\angle 1 = \angle 2$$

Значит, PO – биссектриса
равнобедренного $\triangle APB$.

Значит, PO и медиана $\triangle APB$.

То есть, O – середина AB .



Домашнее задание:

Вопросы 17 – 21 стр. 48.

Задачи 149; 154.