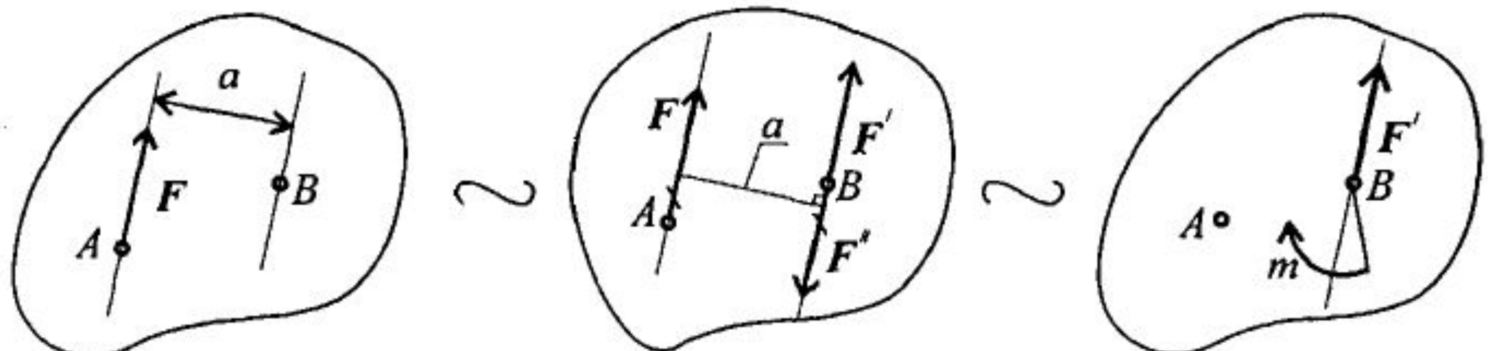
Плоская система произвольно расположенных сил

Статика

Теорема Пуансо

Силу можно перенести параллельно линии её действия, при этом нужно добавить пару сил, с моментом, равным произведению модуля силы на расстояние, на которое перенесена сила



$|F| = |F'| = |F''|$

$m = Fa$

Луи Пуансо

1777 – 1859

Французский математик и механик

Академик Парижской Академии наук

Ввёл понятие реакции связей, сформулировал принцип освобождаемости от связей

Произвольная плоская система сил ⇒

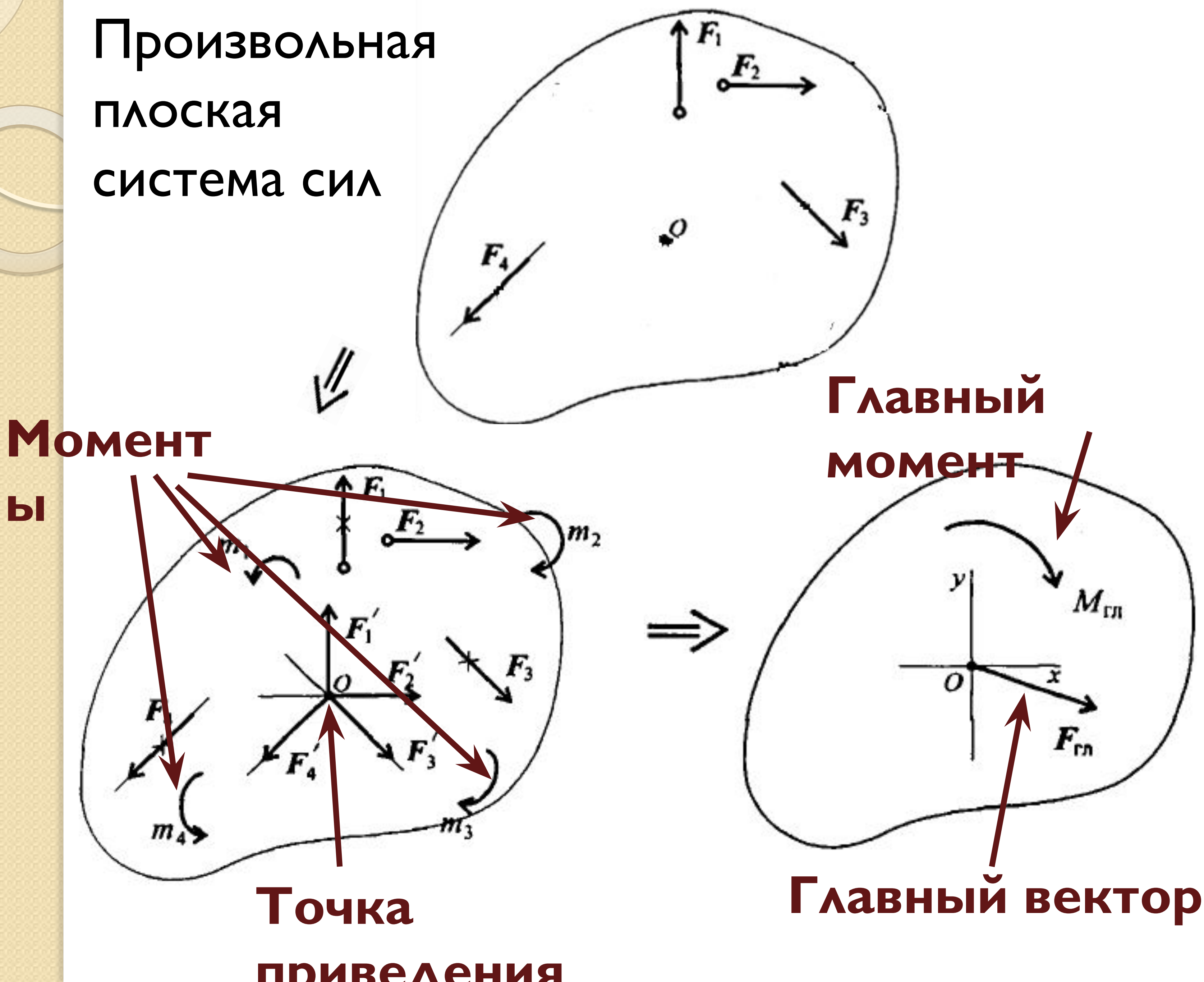
Силы не пересекаются в одной точке ⇒

Упрощаем, перенеся все силы системы в одну произвольную **точку приведения** ⇒

Применяем теорему Пуансо ⇒

При переносе силы в точку, не лежащую на линии действия, добавляем **присоединённую** пару сил

Произвольная плоская система сил



Главный вектор системы

Геометрическая сумма векторов

$$F_{гл} = \sum_{0}^{n} F_k$$

Для проекций

$$F_{гл_x} = \sum_{0}^{n} F_{kx}; \quad F_{гл_y} = \sum_{0}^{n} F_{ky}.$$

Модуль главного вектора

$$F_{гл} = \sqrt{F_{гл_x}^2 + F_{гл_y}^2}.$$

Главный момент системы

Алгебраическая сумма моментов сил системы относительно точки приведения

$$M_{\text{гл}_O} = m_1 + m_2 + m_3 + \cdots + m_n$$

$$M_{\text{гл}_O} = \sum_{0}^{n} m_O(\boldsymbol{F}_k).$$

Условие равновесия

Для равновесия **плоской** системы **произвольно расположенных** сил необходимо и достаточно, чтобы векторная сумма всех сил была равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно произвольно выбранной точки также была равна нулю

Основная форма уравнения равновесия

$$\left\{\begin{array}{l}\sum\limits_{0}^{n} F_{kx} = 0; \\ \sum\limits_{0}^{n} F_{ky} = 0; \\ \left.\begin{array}{l}\sum\limits_{0}^{n} m_A(\boldsymbol{F}_k) = 0; \\ \sum\limits_{0}^{n} m_B(\boldsymbol{F}_k) = 0; \\ \sum\limits_{0}^{n} m_C(\boldsymbol{F}_k) = 0\end{array}\right\} \quad \text{уравнения моментов.}\end{array}\right.$$

Уравнений моментов можно записать бесконечное множество

Но на плоскости можно составить только **3** независимых уравнения моментов, при этом центры моментов не должны лежать на одной линии

Для разных случаев – три группы уравнений равновесия

Формы уравнений равновесия

Перва

$$\begin{cases} \sum\limits_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum\limits_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum\limits_0^n m_A(\boldsymbol{F}_k) = 0 \end{cases}$$

Втора

$$\begin{cases} \sum\limits_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum\limits_0^n m_A(\boldsymbol{F}_k) = 0; \\ \sum\limits_0^n m_B(\boldsymbol{F}_k) = 0. \end{cases}$$

Треть
я

$$\begin{cases} \sum\limits_0^n m_A(\boldsymbol{F}_k) = 0; \\ \sum\limits_0^n m_B(\boldsymbol{F}_k) = 0 \\ \sum\limits_0^n m_C(\boldsymbol{F}_k) = 0. \end{cases}$$

Задача

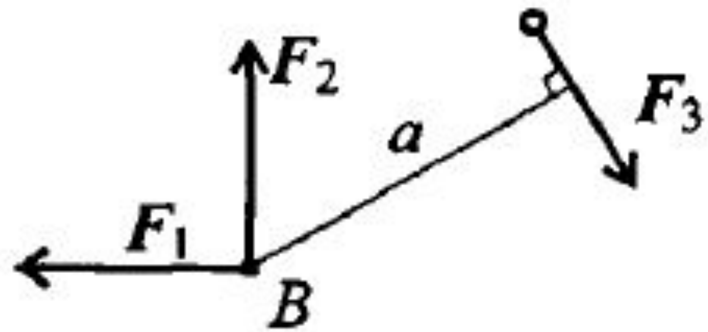
Найти момент присоединённой пары при переносе силы F_3 в точку B

F_1=10 кН

F_2=15 кН

F_3=18 кН

a=0.2 м



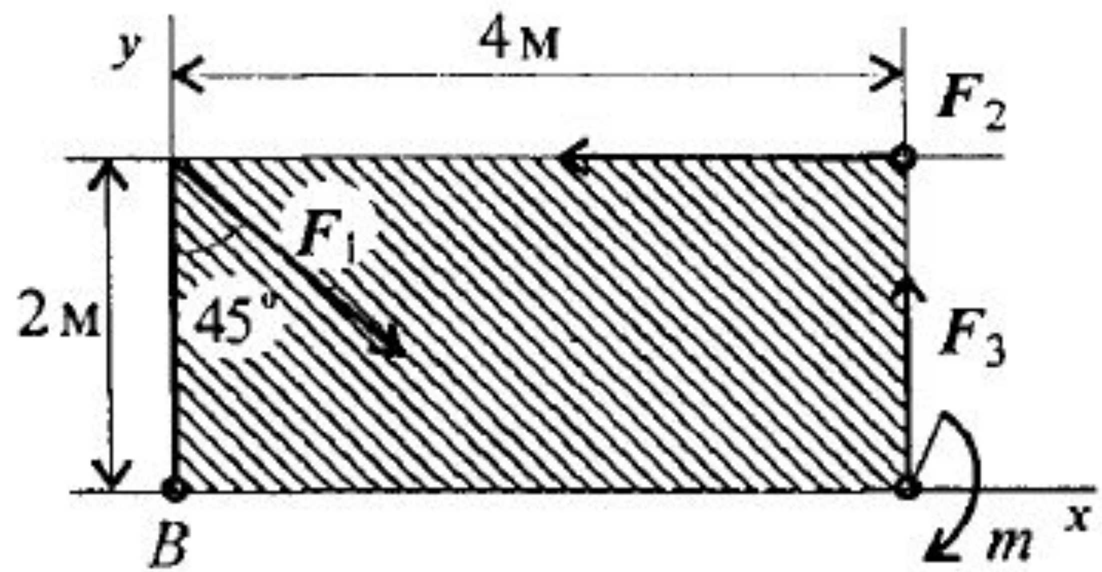
По теореме Пуансо

$$M_B(F_3) = 18 \cdot 0{,}2 = 3{,}6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Задача

Найти главный вектор системы и главный момент системы относительно точки B

F_1=10 кН
F_2=16 кН
F_3=12 кН
m=60 кН · м



Решение

$$\boldsymbol{F}_{\text{гл}_x} = \sum_{0}^{n} \boldsymbol{F}_{kx};$$

$$F_{\text{гл}_x} = F_1 \cos 45° - F_2 = -9 \text{ кН}$$

$$\boldsymbol{F}_{\text{гл}_y} = \sum_{0}^{n} \boldsymbol{F}_{ky};$$

$$F_{\text{гл}_y} = -F_1 \cos 45° + F_3 = 5 \text{ кН}$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}_x}^2 + F_{\text{гл}_y}^2};$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{(-9)^2 + 5^2} \approx 10 \text{ кН}.$$

Главный момент равен алгебраической сумме моментов сил относительно точки приведения

$$M_{гл} = \sum_{0}^{n} m_B(\boldsymbol{F}_k);$$

$$\sum m_B = F_1 \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ - F_2 \cdot 2 - F_3 \cdot 4 + m;$$

$$M_{гл} = 10 \cdot 2 \cdot 0{,}7 - 16 \cdot 2 - 12 \cdot 4 + 60 = -6\,\text{кН·м}.$$