


# **Магистральные модели экономики**

Выполнила:  
Алангузова Алина  
ГМУ-41-14



В математической экономике *магистралью* называется **траектория экономического роста**, на которой пропорции производственных показателей (такие как темп роста производства, темп снижения цен) неизменны, а сами показатели (такие как интенсивность производства, валовый выпуск) растут с постоянным максимально возможным темпом.

Таким образом, *магистраль* - это траектория или луч максимального сбалансированного роста. Ее часто сравнивают со скоростной автострадой.

Так, например, для того чтобы добраться из Кемерово в Киселевск как можно быстрее, наиболее целесообразно сначала проехать по автостраде Кемерово-Новокузнецк, а затем уже съехать на ответвляющуюся от нее дорогу в районе Киселевска. Так мы потеряем на дороге меньше времени и доедем до конечного пункта с большим комфортом, чем если бы мы ехали по обычному шоссе через Ленинск-Кузнецкий и Белово.

Поскольку "оптимальное" или "эффективное" развитие экономики в любом смысле так или иначе связано и должно сопровождаться экономическим ростом, то для достижения любой конечной цели следует поступать аналогичным образом: сначала вывести производство на магистральный путь, т.е. на траекторию (или луч) Неймана, характеризующуюся максимальным темпом роста и минимальной нормой процента а по истечении определенного срока времени вывести ее к задуманной цели.

Таковыми целями могут быть максимизация прибыли, минимизация затрат, максимизация полезности от потребления товаров, достижение конкурентного равновесия при наиболее благоприятных условиях, т.е. на более высоком уровне благосостояния населения, и т.д.

Итак, с одной стороны мы имеем магистральные модели, а с другой - оптимизационные модели экономики. Изучение этих двух моделей во взаимосвязи, т.е. изучение связи между магистральными и оптимальными траекториями и является **предметом магистральной теории.**

Можно говорить, что магистральная теория является одним из средств качественного анализа оптимальных траекторий. Основной целью этой теории является исследование условий так называемых "слабой" и "сильной" теорем о магистралях. Слабая теорема утверждает, что за исключением некоторого малого периода, не зависящего от продолжительности  $T$  планового периода, все оптимальные траектории сосредотачиваются в относительной близости к магистральной траектории.

Сильная теорема говорит о том, что те небольшие промежутки времени, на которых оптимальные траектории удалены от магистральной, если они существуют, то разве лишь в начале периода, или в конце периода; а в середине периода оптимальные траектории расположены в относительной близости к магистральной.

В общем случае в моделях экономической динамики даже при неизменности технологических возможностей утверждения теорем о магистрали не выполняются. Для их выполнения приходится вводить различные дополнительные предположения о свойствах исходной модели экономики. Другой путь состоит в изучении реальных отраслевых пропорций и сравнении их с магистральными. Благодаря техническому прогрессу и изменчивости во времени общественных предпочтений различных благ, реальное состояние экономики при детальном ее описании всегда значительно отличается от магистрального. В то же время, как показывают полученные в этом направлении результаты исследований, при высоком уровне агрегирования экономические пропорции близки к магистральным.

Теоремы о магистралях доказываются для ряда оптимизационных моделей расширяющейся экономики. Наиболее общей из них является известная теорема Раднера для нелинейных моделей расширения. Здесь мы приведем подобные теоремы для линейных моделей Леонтьева и Неймана.

В модели Неймана представлены  $n$  продуктов и  $m$  способов их производства. Каждый  $j$ -й способ задается вектор-столбцом затрат продуктов  $a_j$  и вектор-столбцом выпусков продуктов  $b_j$  в расчете на единицу интенсивности процесса:

$$a_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \dots \\ a_{nj} \end{pmatrix}, \quad b_j = \begin{pmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ \dots \\ b_{nj} \end{pmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, m.$$

Это означает, что при единичных интенсивностях  $j$ -го производственного процесса потребляется вектор продуктов  $a_j$  и производится продуктов  $b_j$ . Векторы рассматриваются в натуральных единицах или в постоянных ценах.

Из векторов затрат и выпуска образуются матрицы затрат  $A$  и выпусков  $B$

с неотрицательными элементами

$$A = (a_1, \dots, a_n) = \|a_{ij}\|, \quad B = (b_1, \dots, b_n) = \|b_{ij}\|.$$

**Матрицы  $A$  и  $B$  обладают следующими свойствами:**

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} > 0, \quad j=1-m,$$

$a_{ij} \geq 0, b_{ij} \geq 0$ , т.е. все элементы матриц неотрицательны;

2) что означает: в каждом из  $m$  способов

Производства потребляется хотя бы один продукт;

$$\sum_{j=1}^m b_{ij} > 0, \quad i=1-n$$

Таким образом, каждый столбец матрицы  $A$  и каждая строка матрицы  $B$  должны иметь по крайней мере один положительный элемент.

3) что означает: каждый продукт производится хотя бы одним способом производства;



Через  $X(t)$  обозначим вектор-столбец интенсивностей

$$X(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \dots \\ x_m(t) \end{pmatrix} \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T.$$

Тогда  $AX(t)$  – вектор затрат,  $BX(t)$  – вектор выпусков при заданном векторе  $X(t)$  интенсивностей процессов.

Модель Неймана является обобщением динамической модели межотраслевого баланса Леонтьева, поскольку допускает производство одного продукта несколькими способами производства, и совпадает с ней

В модели Неймана имеют место следующие соотношения

$$\begin{aligned} AX(t+1) &\leq BX(t), \\ X(t) &\geq 0, \quad X(t+1) \geq 0. \end{aligned}$$

Эти Соотношения означают, что при производстве продукции в году  $(t+1)$  расходуется продукция, произведенная в году  $t$ .



- Данное решение называется *магистралью* , или траекторией
- максимального сбалансированного роста в модели Неймана.
- Модель Неймана является невычислимой, чисто теоретической моделью. Выход к практическим результатам осуществляется через динамическую модель В. Леонтьева, являющуюся частным случаем модели Неймана. Цены, полученные на основе динамического баланса, обладают свойствами цен модели Неймана. Модель Леонтьева использует данные динамического межотраслевого баланса. На основе динамического баланса также возможно построение неймановского луча максимального сбалансированного роста экономики и вычисление цен, соответствующих этому лучу, которые отражают альтернативную стоимость. Отличие динамической межотраслевой модели от модели Неймана состоит в том, что она базируется на предположении, что в каждой отрасли возможен один и только один производственный процесс. Таким образом, выбор решения по каждой отрасли сводится лишь к определению интенсивности производственного способа.