Массивы

При создании использовались материалы К. Полякова
http://kpolyakov.narod.ru/

Что это?

Массив – упорядоченная последовательность данных одного типа, объединённых одним именем.

Описание:

имя

начальный индекс

конечный индекс

тип элементов

```
var A: array[ 1 .. 5 ] of integer ;
```

Размер через константу

```
const N=5;
var A: array[1..N] of integer;
```

Как устроен?

НОМЕР
элемента массива
(ИНДЕКС)
A
массив
1
2
3
4
5
5
10
15
20
25
A[1]
A[2]
A[5]
ЗНАЧЕНИЕ
элемента массива
НОМЕР (ИНДЕКС)
элемента массива: 2
A[2]
ЗНАЧЕНИЕ
элемента массива: 10

Действия с массивами

Единственная операция, возможная с массивом – присваивание, но только в случае, когда размерность массивов и тип элементов совпадают.

```
Var
 a,b: array [1..10] of real;
 c: array [1..10] of char;
 d:array [1..2, 1..5] of real;
Begin
  a:=b;
```

~~a:=c;~~ ~~a:=d;~~

Все остальные действия выполняются с элементами массива и зависят от типа данных элементов.

Заполнение и обработка массивов

Для работы с массивами используется цикл с параметром.

Задание:

```
… Begin
for i:=1 to N do {ввод данных}
begin
  writeln(‘Введите элемент');
  readln(a[i]);
end;
for i:=1 to N do {вывод данных}
  write(a[i]:4);
```

Генерация случайных величин

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Ф random; - генерирует вещественное число в диапазоне от 0 до 1.

Ф random(x); - генерирует целое число в диапазоне от 0 до x (x – целое число).

Пример:

```
Begin
 y:=random(1000);
```

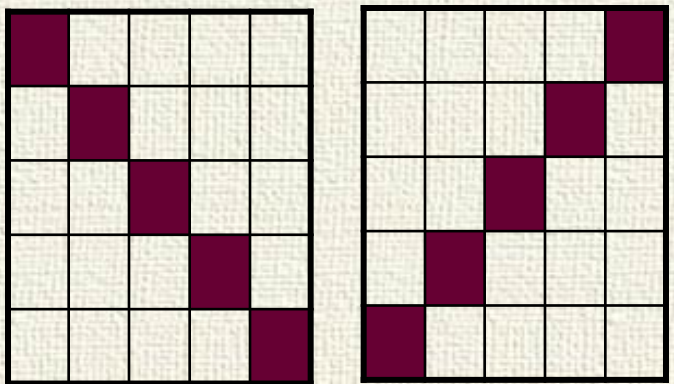
Многомерные массивы

Многомерные массивы – массивы, размерность которых больше либо равна двум.

Для обработки чаще всего используются вложенные циклы с параметром. Двумерные массивы часто называют **матрицей**.

```
Var
 mas: array [1..5,1..10] of integer;
Begin
for i:=1 to 5 do {ввод данных}
 for j:=1 to 10 do
  mas[i,j]:=random(100);
```

Главная и побочная диагонали



Сортировка элементов массива

Сортировка

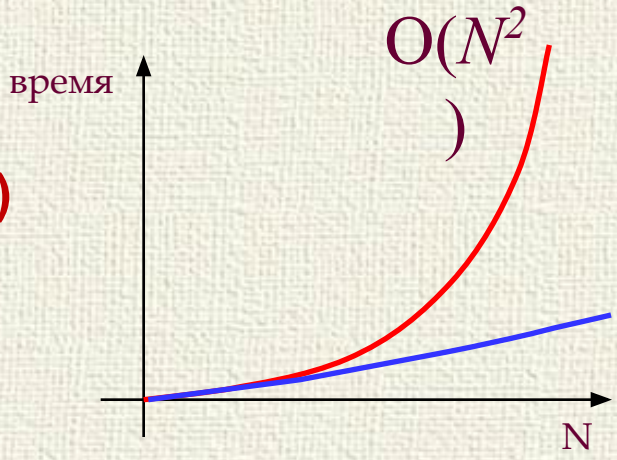
Сортировка – это расстановка элементов массива в заданном порядке (по возрастанию, убыванию, последней цифре, сумме делителей, …).

Задача: переставить элементы массива в порядке возрастания.

сложность $O(N^2)$

Алгоритмы:

- простые и понятные, но неэффективные для больших массивов
  - **метод пузырька**
  - **метод выбора**
- сложные, но эффективные
  - **«быстрая сортировка» (*Quick Sort*)**
  - **сортировка «кучей» (*Heap Sort*)**
  - **сортировка слиянием**
  - **пирамидальная сортировка**

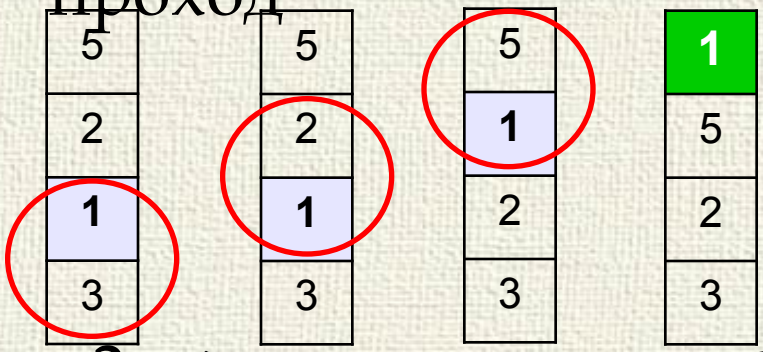


Метод пузырька

Идея – пузырек воздуха в стакане воды поднимается со дна вверх.

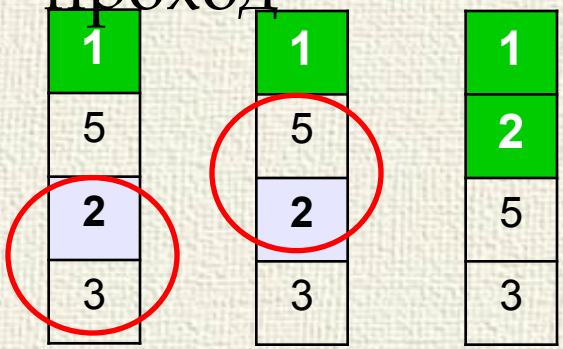
Для массивов – самый маленький («легкий» элемент перемещается вверх («всплывает»).

1-ый проход

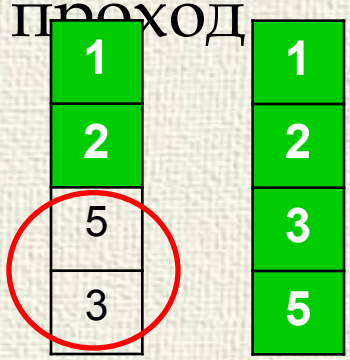


- начиная снизу, сравниваем два соседних элемента; если они стоят «неправильно», меняем их местами
- за 1 проход по массиву **один** элемент (самый маленький) становится на свое место

2-ой проход



3-ий проход



Для сортировки массива из N элементов нужен N-1 проход (достаточно поставить на свои места N-1 элементов).

Программа

1-ый проход:

1	5
2	2
…	…
N-1	6
N	3

сравниваются пары

A[N-1] и A[N], A[N-2] и A[N-1]

…

A[1] и A[2]

A[j] и A[j+1]

```
for j:=N-1 downto 1 do
  if A[j] > A[j+1] then begin
    c:=A[j]; A[j]:=A[j+1]; A[j+1]:=c;
  end;
```

2-ой проход

1	1
2	5
…	…
N-1	3
N	6

A[1] уже на своем месте!

```
for j:=N-1 downto 2 do
  if A[j] > A[j+1] then begin
    c:=A[j]; A[j]:=A[j+1]; A[j+1]:=c;
  end;
```

i-ый проход

```
for j:=N-1 downto i do
  ...
```

Программа

```
program qq;
const N = 10;
var A: array[1..N] of integer;
    i, j, c: integer;
begin
  { заполнить массив }
  { вывести исходный массив }
  for i:=1 to N-1 do begin
     for j:=N-1 downto i do
       if A[j] > A[j+1] then begin
         c := A[j];
         A[j] := A[j+1];
         A[j+1] := c;
       end;
   end;
  { вывести полученный массив }
end.
```

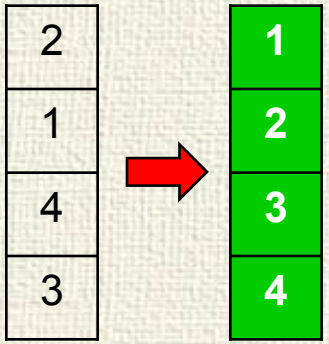
? Почему цикл по **i** до **N-1**?

элементы выше A[i] уже поставлены

Метод пузырька с флажком

Идея – если при выполнении метода пузырька не было обменов, массив уже отсортирован и остальные проходы не нужны.

Реализация: **переменная-флаг**, показывающая, был ли обмен; если она равна **False**, то выход.




```
var flag: boolean;
```

```
repeat
  flag := False; { сбросить флаг }
  for j:=N-1 downto 1 do
    if A[j] > A[j+1] then begin
      c := A[j];
      A[j] := A[j+1];
      A[j+1] := c;
      flag := True; { поднять флаг }
    end;
until not flag;  { выход при flag=False }
```

? Как улучшить?

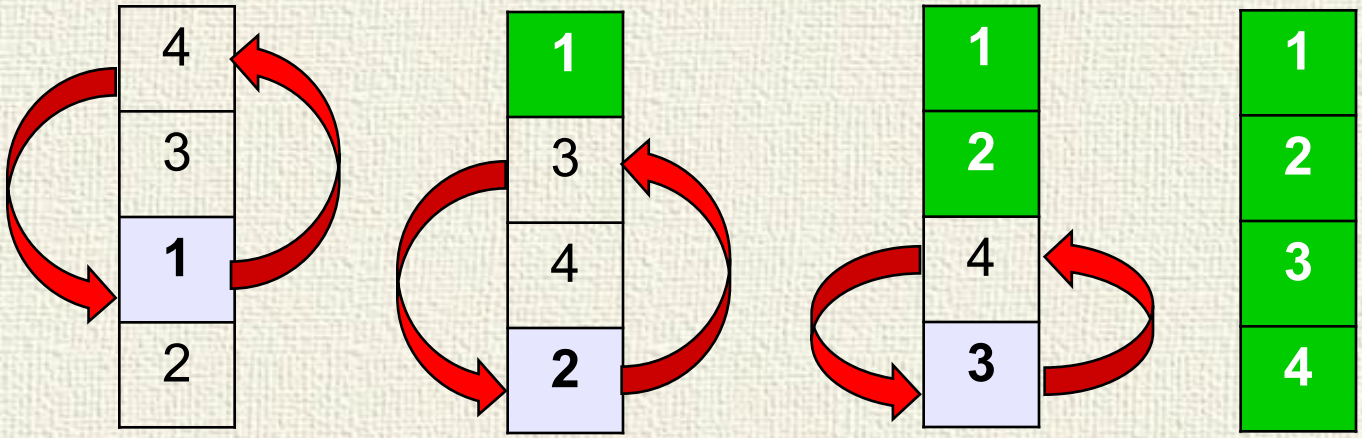
Метод пузырька с флажком

```
  i := 0;
repeat
  i := i + 1;
  flag := False; { сбросить флаг }
  for j:=N-1 downto i do
    if A[j] > A[j+1] then begin
      c := A[j];
      A[j] := A[j+1];
      A[j+1] := c;
      flag := True; { поднять флаг }
    end;
until not flag;  { выход при flag=False }
```

Метод выбора

Идея:

- найти минимальный элемент и поставить на первое место (поменять местами с **`A[1]`**)
- **из оставшихся** найти минимальный элемент и поставить на второе место (поменять местами с **`A[2]`**), и т.д.



Метод выбора

нужно **N-1** проходов

```
for i := 1 to N-1 do begin
  nMin:= i;
  for j:= i+1 to N do
    if A[j] < A[nMin] then nMin:=j;
  if nMin <> i then begin
    c:=A[i];
    A[i]:=A[nMin];
    A[nMin]:=c;
  end;
end;
```

поиск минимального от **A[i]** до **A[N]**

если нужно, переставляем

? Можно ли убрать **if**?

Эффективные методы сортировки

«Быстрая сортировка» *(Quick Sort)*

Идея – более эффективно переставлять элементы, расположенные дальше друг от друга.

Сколько перестановок нужно, если массив отсортирован по убыванию, а надо – по возрастанию?

`N div 2`

1 шаг: выбрать некоторый элемент массива X

2 шаг: переставить элементы так:

`A[i] <= X`	`A[i] >= X`

при сортировке элементы не покидают « свою область»!

3 шаг: так же отсортировать две получившиеся области

Разделяй и властвуй (англ. *divide and conquer*)

«Быстрая сортировка» *(Quick Sort)*

78	6	82	67	55	44	34

? Как лучше выбрать **X**?

Медиана – такое значение X, что слева и справа от него в отсортированном массиве стоит одинаковое число элементов (*для этого надо отсортировать массив…*).

Разделение:

1)выбрать средний элемент массива (**X=67**)

78	6	82	67	55	44	34

2)установить **L:=1**, **R:=N**

3)увеличивая **L**, найти первый элемент **A[L]**, который **>= X** (должен стоять справа)

4)уменьшая **R**, найти первый элемент **A[R]**, который **<= X** (должен стоять слева)

5)если **L<=R**, поменять местами **A[L]** и **A[R]** и перейти к п. 3

«Быстрая сортировка» *(Quick Sort)*

78	6	82	67	55	44	34
L						R

34	6	82	67	55	44	78
		L			R	

34	6	44	67	55	82	78
			L	R		

34	6	44	55	67	82	78
			R	L		

! `L > R` : разделение закончено

«Быстрая сортировка» *(Quick Sort)*

```
procedure QSort ( first, last: integer);
var L, R, c, X: integer;
begin
  if first < last then begin
    X:=A[(first+last) div 2];
    L:=first; R:=last;
    while L <= R do begin
      while A[L]<X do L:=L+1;
      while A[R]>X do R:=R-1;
      if L<=R then begin
        c:=A[L]; A[L]:=A[R]; A[R]:=c;
        L:=L+1; R:=R-1;
      end;
    end;
    QSort(first, R);   QSort(L, last);
  end;
end.
```

ограничение рекурсии

разделение

обмен

двигаемся дальше

сортируем две части

«Быстрая сортировка» *(Quick Sort)*

```
program qq;
const N = 10;
var A: array[1..N] of integer;
procedure QSort ( first, last: integer);
...
begin
  { заполнить массив }
  { вывести исходный массив на экран }
  Qsort ( 1, N ); { сортировка }
  { вывести результат }
end.
```

! Сложность (в среднем) $O(N \log N)$!

Количество перестановок (случайные данные)

N	*QuickSort* $O(N \log N)$	*«пузырек»* $O(N^2)$
10	11	24
100	184	2263
200	426	9055
500	1346	63529
1000	3074	248547