

Массивы

При создании использовались материалы К. Полякова
<http://kpolyakov.narod.ru/>

Что это?

Массив – упорядоченная последовательность данных одного типа, объединённых одним именем.

Описание:

ИМЯ

начальный
индекс

конечный
индекс

ТИП
элементов

```
var A: array[ 1 .. 5 ] of integer ;
```

Размер через константу

```
const N=5;
```

```
var A: array[1..N] of integer;
```

Как устроен?



Действия с массивами

Единственная операция, возможная с массивом — присваивание, но только в случае, когда размерность массивов и тип элементов совпадают.

Var

a,b: array [1..10] of real;

c: array [1..10] of char;

d:array [1..2, 1..5] of real;

Begin

a:=b;

~~a:=c;~~ ~~a:=d;~~

Все остальные действия выполняются с элементами массива и зависят от типа данных элементов.

Заполнение и обработка массивов

Для работы с массивами используется цикл с параметром.

Задание:

```
... Begin
```

```
for i:=1 to N do {ввод данных}
```

```
begin
```

```
  writeln('Введите элемент');
```

```
  readln(a[i]);
```

```
end;
```

```
for i:=1 to N do {вывод данных}
```

```
  write(a[i]:4);
```

Генерация случайных величин



Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Ф random; - генерирует вещественное число в диапазоне от 0 до 1.

Ф random(x); - генерирует целое число в диапазоне от 0 до x (x – целое число).

Пример:

Begin

y:=random(1000);



Многомерные массивы

Многомерные массивы – массивы, размерность которых больше либо равна двум.

Для обработки чаще всего используются вложенные циклы с параметром. Двумерные массивы часто называют **матрицей**.

Var

```
mas: array [1..5,1..10] of integer;
```

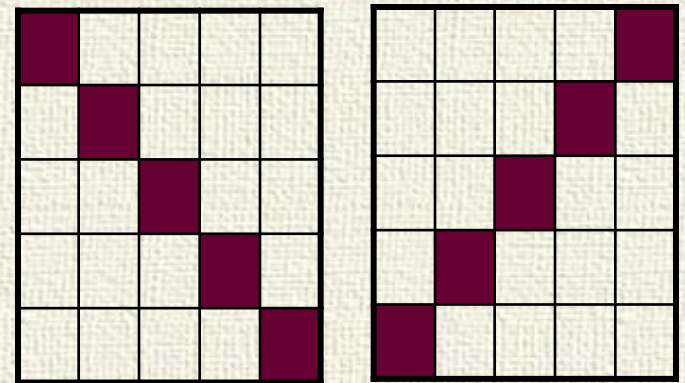
Begin

```
for i:=1 to 5 do {ввод данных}
```

```
for j:=1 to 10 do
```

```
mas[i,j]:=random(100);
```

*Главная и побочная
диагонали*



Сортировка элементов массива

Сортировка

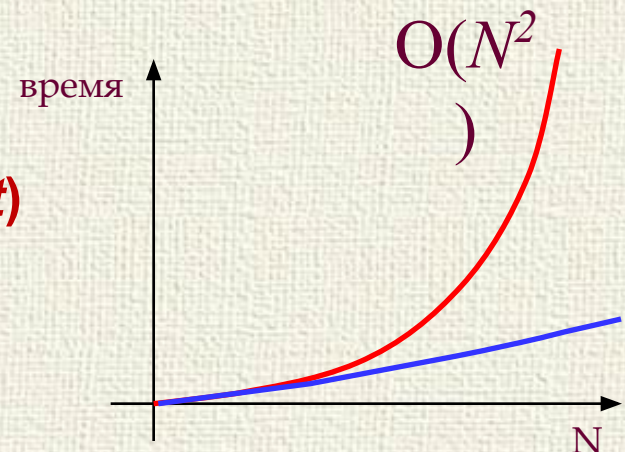
Сортировка – это расстановка элементов массива в заданном порядке (по возрастанию, убыванию, последней цифре, сумме делителей, ...).

Задача: переставить элементы массива в порядке возрастания.

СЛОЖНОСТЬ $O(N^2)$

Алгоритмы:

- простые и понятные, но неэффективные для больших массивов
 - метод пузырька
 - метод выбора
- сложные, но эффективные
 - «быстрая сортировка» (*Quick Sort*)
 - сортировка «кучей» (*Heap Sort*)
 - сортировка слиянием
 - пирамидальная сортировка



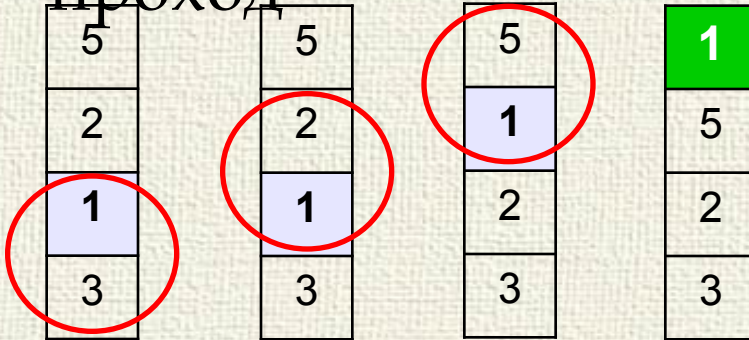
Метод пузырька

Идея – пузырек воздуха в стакане воды поднимается со дна вверх.

Для массивов – самый маленький («легкий») элемент перемещается вверх («всплывает»).

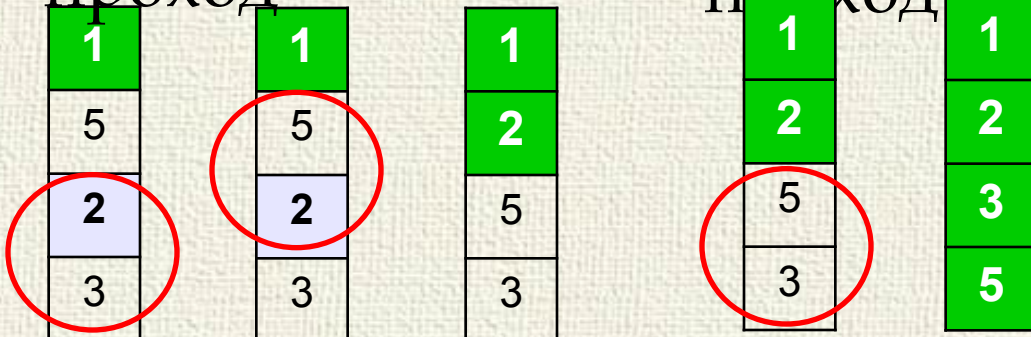
1-ый

проход



2-ой

проход



3-ий

проход



- начиная снизу, сравниваем два соседних элемента; если они стоят «неправильно», меняем их местами
- за 1 проход по массиву **один** элемент (самый маленький) становится на свое место

Для сортировки массива из N элементов нужен N-1 проход (достаточно поставить на свои места N-1 элементов).

Программа



сравниваются пары

$A[N-1]$ и $A[N]$, $A[N-2]$ и $A[N-1]$
...
 $A[1]$ и $A[2]$

$A[j]$ и $A[j+1]$

```
for j:=N-1 downto 1 do
  if A[j] > A[j+1] then begin
    c:=A[j]; A[j]:=A[j+1]; A[j+1]:=c;
  end;
```

! $A[1]$ уже на своем месте!

```
for j:=N-1 downto 2 do
  if A[j] > A[j+1] then begin
    c:=A[j]; A[j]:=A[j+1]; A[j+1]:=c;
  end;
```

```
for j:=N-1 downto i do
  ...
```

Программа

```
program qq;  
const N = 10;  
var A: array[1..N] of integer;  
    i, j, c: integer;  
begin  
    { заполнить массив }  
    { вывести исходный массив }  
    for i:=1 to N-1 do begin  
        for j:=N-1 downto i do  
            if A[j] > A[j+1] then begin  
                c := A[j];  
                A[j] := A[j+1];  
                A[j+1] := c;  
            end;  
        end;  
    end;  
    { вывести полученный массив }  
end.
```



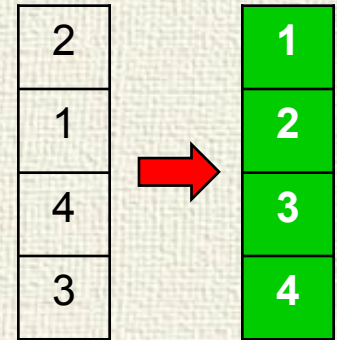
Почему цикл по i до $N-1$?

элементы выше $A[i]$
уже поставлены

Метод пузырька с флажком

Идея – если при выполнении метода пузырька не было обменов, массив уже отсортирован и остальные проходы не нужны.

Реализация: переменная-флаг, показывающая, был ли обмен; если она равна **False**, то выход.



```
var flag: boolean;
```

```
repeat  
  flag := False; { сбросить флаг }  
  for j:=N-1 downto 1 do  
    if A[j] > A[j+1] then begin  
      c := A[j];  
      A[j] := A[j+1];  
      A[j+1] := c;  
      flag := True; { поднять флаг }  
    end;  
until not flag; { выход при flag=False }
```



Как улучшить?

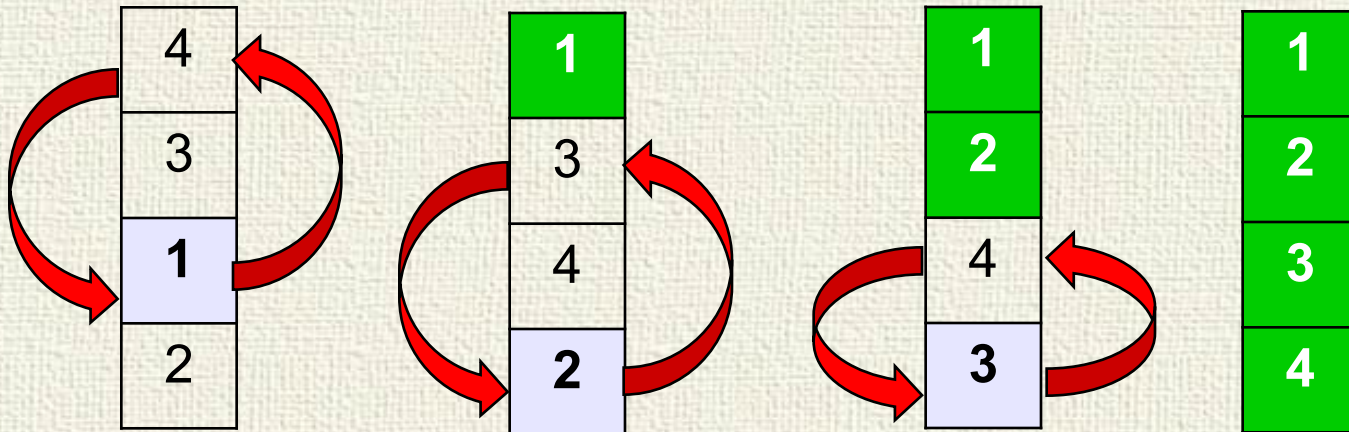
Метод пузырька с флажком

```
i :=  
0;  
repeat  
  i := i +  
  1;  
  flag := False; { сбросить флаг }  
  for j:=N-1 downto i do  
    if A[j] > A[j+1] then begin  
      c := A[j];  
      A[j] := A[j+1];  
      A[j+1] := c;  
      flag := True; { поднять флаг }  
    end;  
until not flag; { выход при flag=False }
```

Метод выбора

Идея:

- найти минимальный элемент и поставить на первое место (поменять местами с $A[1]$)
- **из оставшихся** найти минимальный элемент и поставить на второе место (поменять местами с $A[2]$), и т.д.



Метод выбора

нужно $N-1$ проходов

```
for i := 1 to N-1 do begin
```

```
  nMin := i;
```

```
  for j := i+1 to N do
```

```
    if A[j] < A[nMin] then nMin := j;
```

```
  if nMin <> i then begin
```

```
    c := A[i];
```

```
    A[i] := A[nMin];
```

```
    A[nMin] := c;
```

```
  end;
```

```
end;
```

ПОИСК МИНИМАЛЬНОГО
ОТ $A[i]$ ДО $A[N]$

если нужно,
переставляем



Можно ли убрать **if**?

Эффективные методы сортировки

«Быстрая сортировка» (*Quick Sort*)

Идея – более эффективно переставлять элементы, расположенные дальше друг от друга.

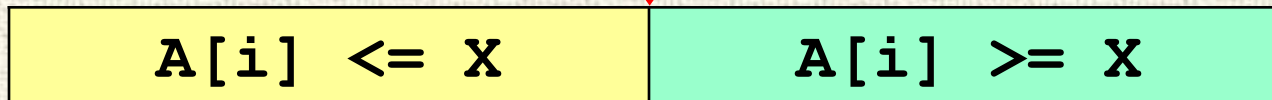


Сколько перестановок нужно, если массив отсортирован по убыванию, а надо – по возрастанию?

$$N \div 2$$

1 шаг: выбрать некоторый элемент массива X

2 шаг: переставить элементы так:



при сортировке элементы не покидают «свою область»!

3 шаг: так же отсортировать две получившиеся области

Разделяй и властвуй (англ. *divide and conquer*)

«Быстрая сортировка» (Quick Sort)

78	6	82	67	55	44	34
----	---	----	----	----	----	----



Как лучше выбрать X ?

Медиана – такое значение X , что слева и справа от него в отсортированном массиве стоит одинаковое число элементов (*для этого надо отсортировать массив...*).

Разделение:

1) выбрать средний элемент массива ($x=67$)

78	6	82	67	55	44	34
----	---	----	----	----	----	----

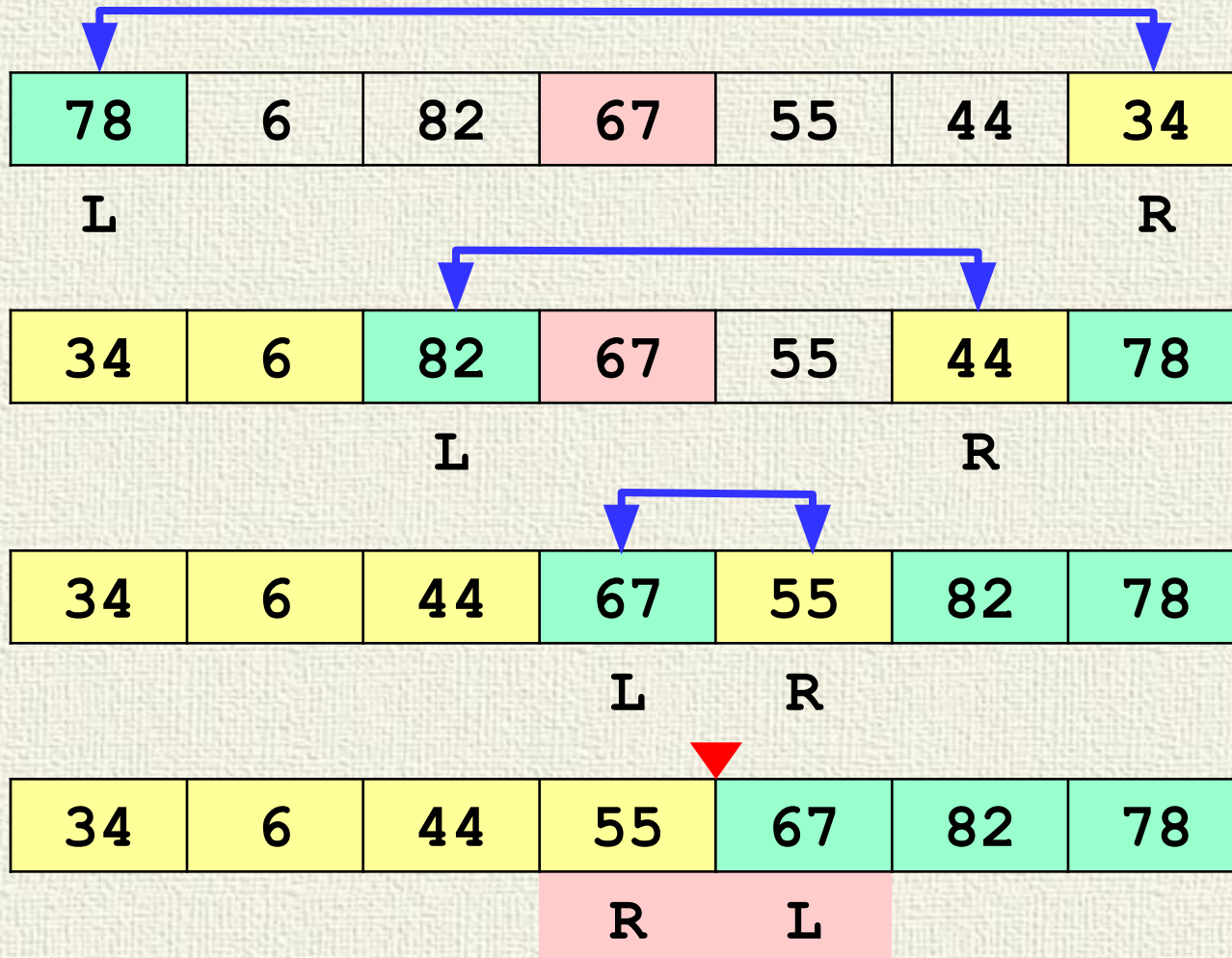
2) установить $L := 1$, $R := N$


3) увеличивая L , найти первый элемент $A[L]$, который $\geq X$
(должен стоять справа)

4) уменьшая R , найти первый элемент $A[R]$, который $\leq X$
(должен стоять слева)

5) если $L \leq R$, поменять местами $A[L]$ и $A[R]$ и перейти к п. 3

«Быстрая сортировка» (*Quick Sort*)



 **L > R : разделение закончено**

«Быстрая сортировка» (*Quick Sort*)

```
procedure QSort ( first, last: integer);  
var L, R, c, X: integer;  
begin  
  if first < last then begin  
    X:=A[(first+last) div 2];  
    L:=first; R:=last;  
  
    while L <= R do begin  
      while A[L] < X do L:=L+1;  
      while A[R] > X do R:=R-1;  
      if L <= R then begin  
        c:=A[L]; A[L]:=A[R]; A[R]:=c;  
        L:=L+1; R:=R-1;  
      end;  
    end;  
  
    QSort(first, R);  QSort(L, last);  
  end;  
end.
```

ограничение рекурсии

разделение

обмен

двигаемся дальше

сортируем две части

«Быстрая сортировка» (*Quick Sort*)

```
program qq;  
const N = 10;  
var A: array[1..N] of integer;  
procedure QSort ( first, last: integer);  
...  
begin  
    { заполнить массив }  
    { вывести исходный массив на экран }  
    Qsort ( 1, N ); { сортировка }  
    { вывести результат }  
end.
```



Сложность (в среднем) $O(N \log N)$!

Количество перестановок (случайные данные)

N	<i>QuickSort</i> $O(N \log N)$	«пузырек» $O(N^2)$
10	11	24
100	184	2263
200	426	9055
500	1346	63529
1000	3074	248547