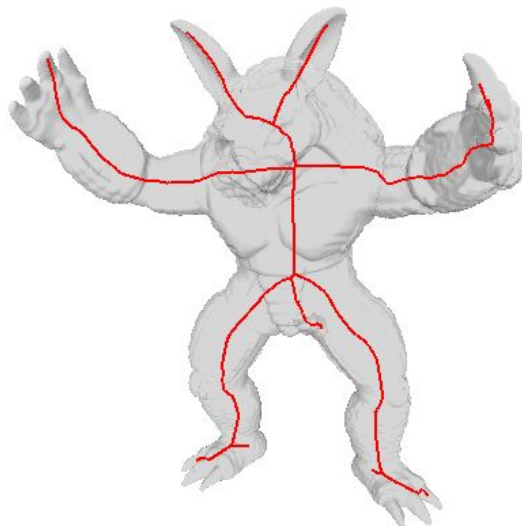


Построение трёхмерных криволинейных скелетов при помощи пространственных циркуляров

Докладчик: Д.В. Хромов, МГУ им. Ломоносова



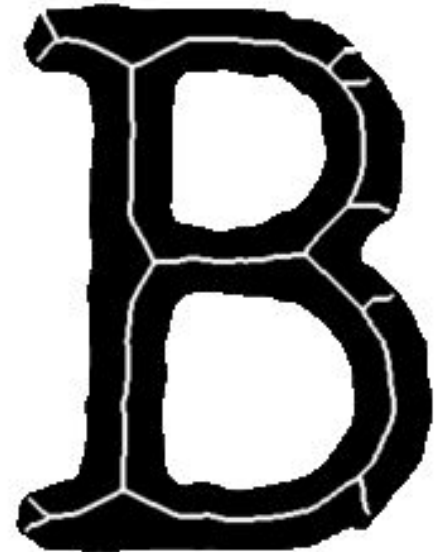
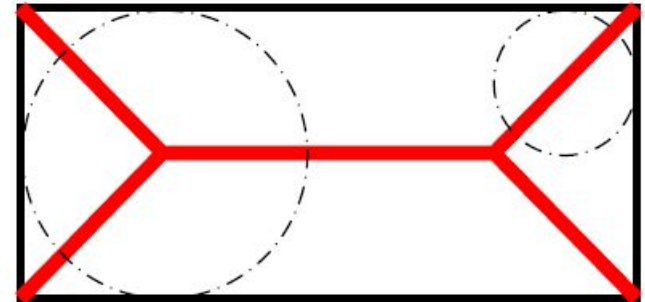
Серединная ось (скелет)

Серединная ось плоской фигуры – множество центров максимальных вписанных в эту фигуру кругов.

Серединная ось является планарным графом.

Примеры использования:

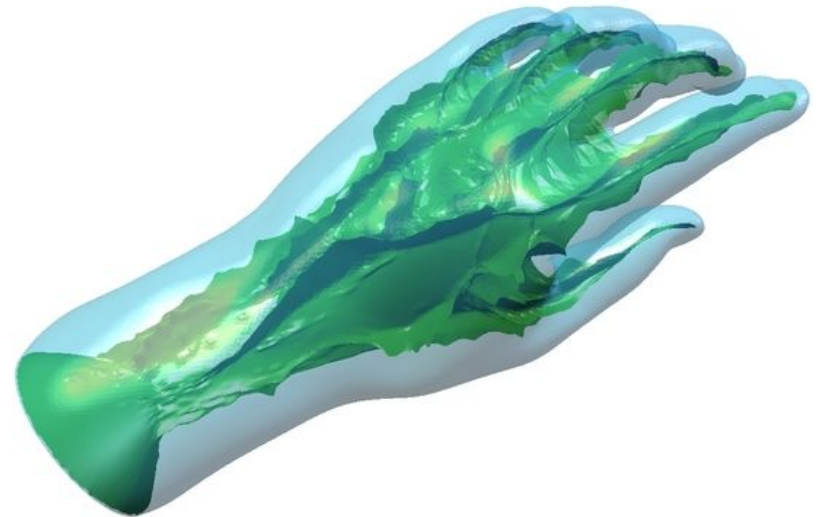
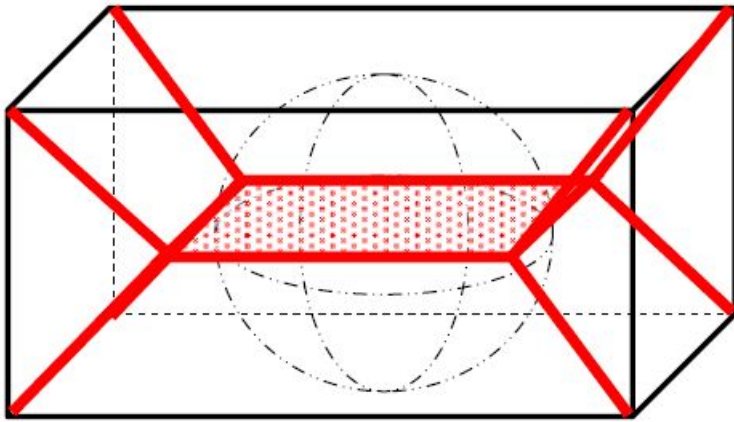
- OCR;
- биометрия (отпечатки пальцев, форма ладони и проч.);
- маршрутизация в среде с препятствиями.



Серединная ось в 3D

Серединная ось трёхмерной фигуры – множество центров максимальных вписанных в эту фигуру шаров.

Серединная ось в 3D содержит двумерные фрагменты и не является графом!



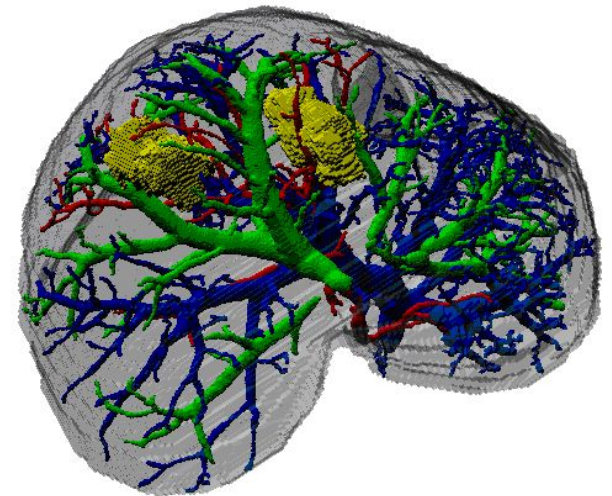
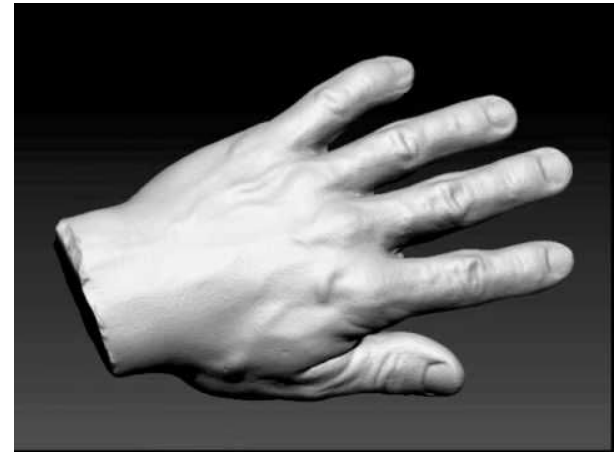
Криволинейный скелет (curve-skeleton)

Криволинейный скелет 3D фигуры – пространственный граф, описывающий геометрию этой фигуры.

Серединная ось (3D) не является криволинейным скелетом.

Мотивация (практическое применение):

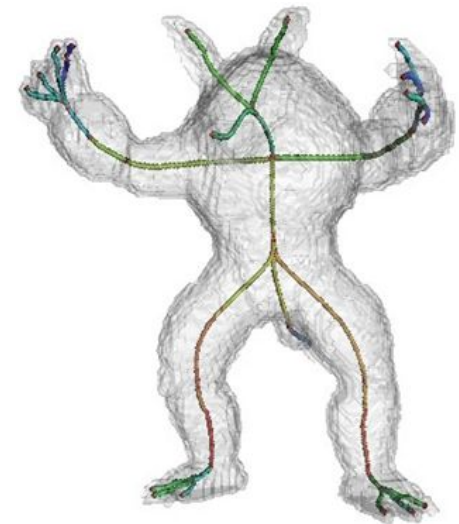
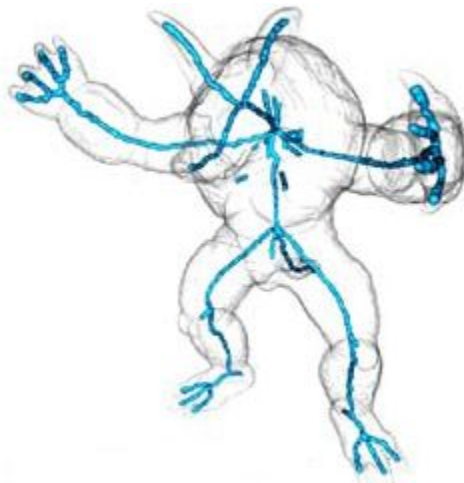
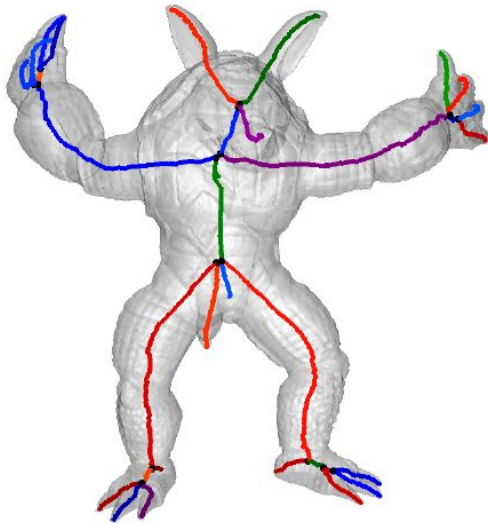
- распознавание поз, жестов;
- медицина (анализ формы, колоноскопия);
- компьютерная графика.



Решаемая задача

Необходимы:

1. Математическая модель, позволяющая строго определить криволинейный скелет и численно оценить его качество.
2. Алгоритм, экспериментально обосновывающий выбранную математическую модель.

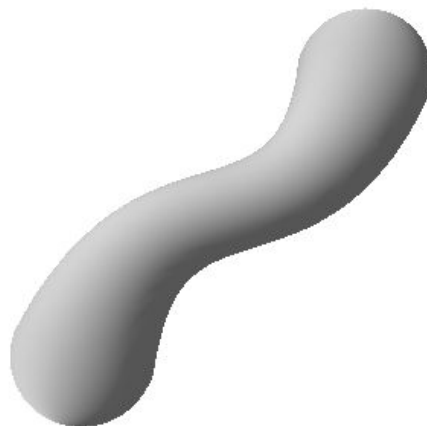
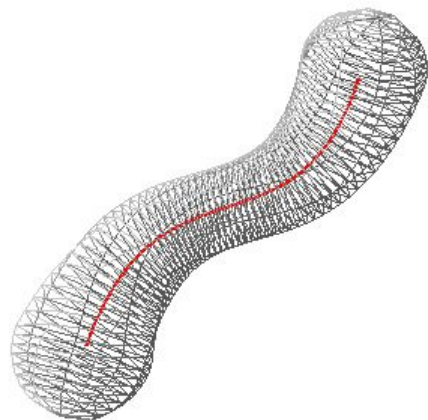


Жирная кривая

Жирная кривая – это множество точек

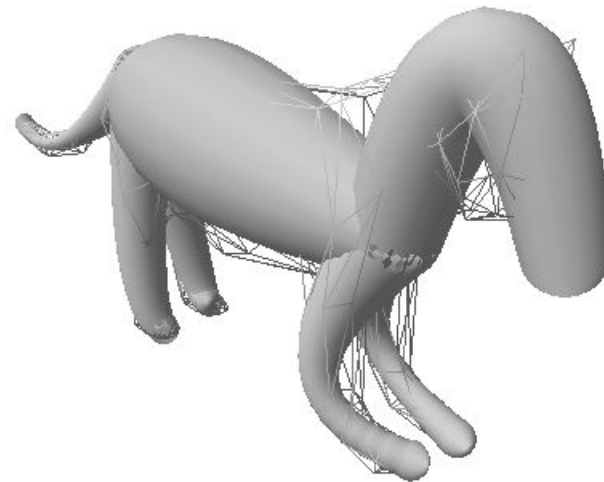
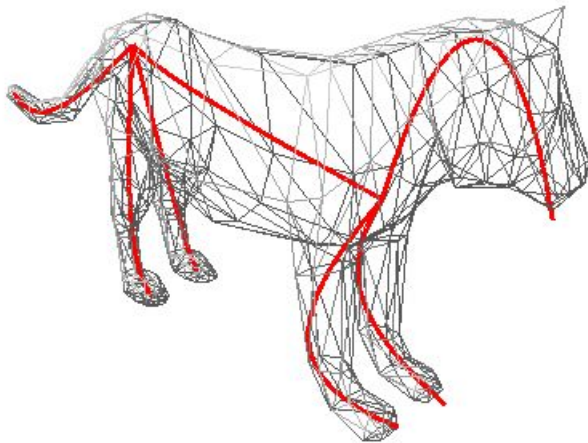
$$I(c, r) = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \exists \mathbf{y} \in c : \rho(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq r(\mathbf{y}) \}$$

Ось жирной кривой c – гладкая кривая;
радиальная функция r – заданная на c непрерывная неотрицательная функция.



Пространственный циркуляр

Пространственный циркуляр – это совокупность жирных кривых, оси которых являются рёбрами некоторого пространственного графа.



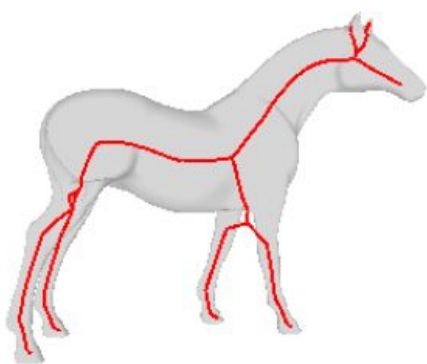
Аппроксимация трёхмерного объекта пространственным циркуляром

Оценка погрешности аппроксимации

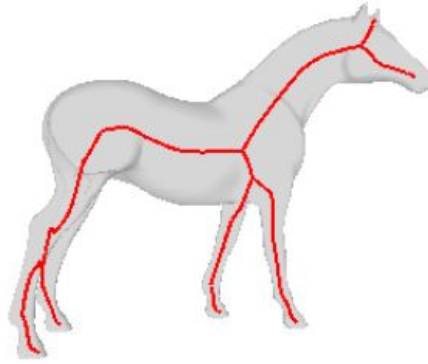
$$\varepsilon(\Omega, F) = \int_{\mathbf{x} \in \partial\Omega} \rho^2(\mathbf{x}, F) dS$$

аппроксимируемая фигура

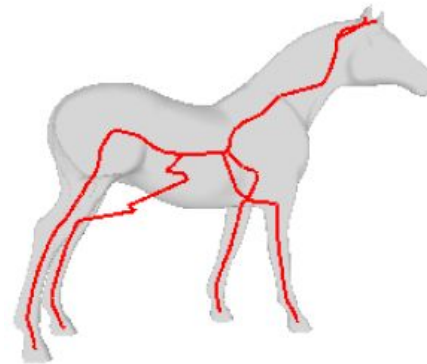
аппроксимирующий
пространственный циркуляр



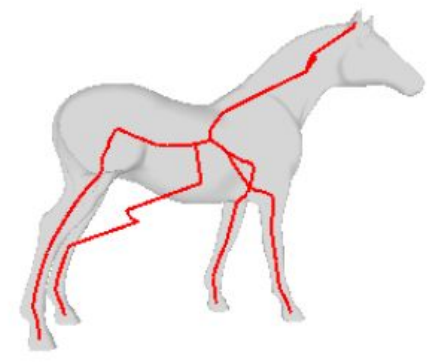
(a) $\varepsilon = 0.0077$



(b) $\varepsilon = 0.0080$



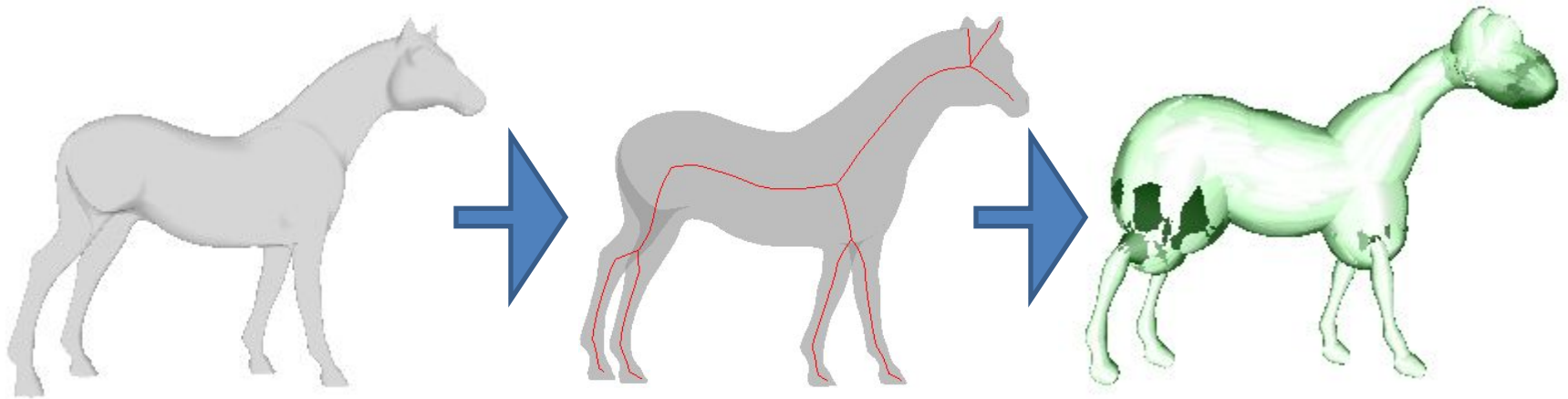
(c) $\varepsilon = 0.0082$



(d) $\varepsilon = 0.0089$

Алгоритм построения скелета

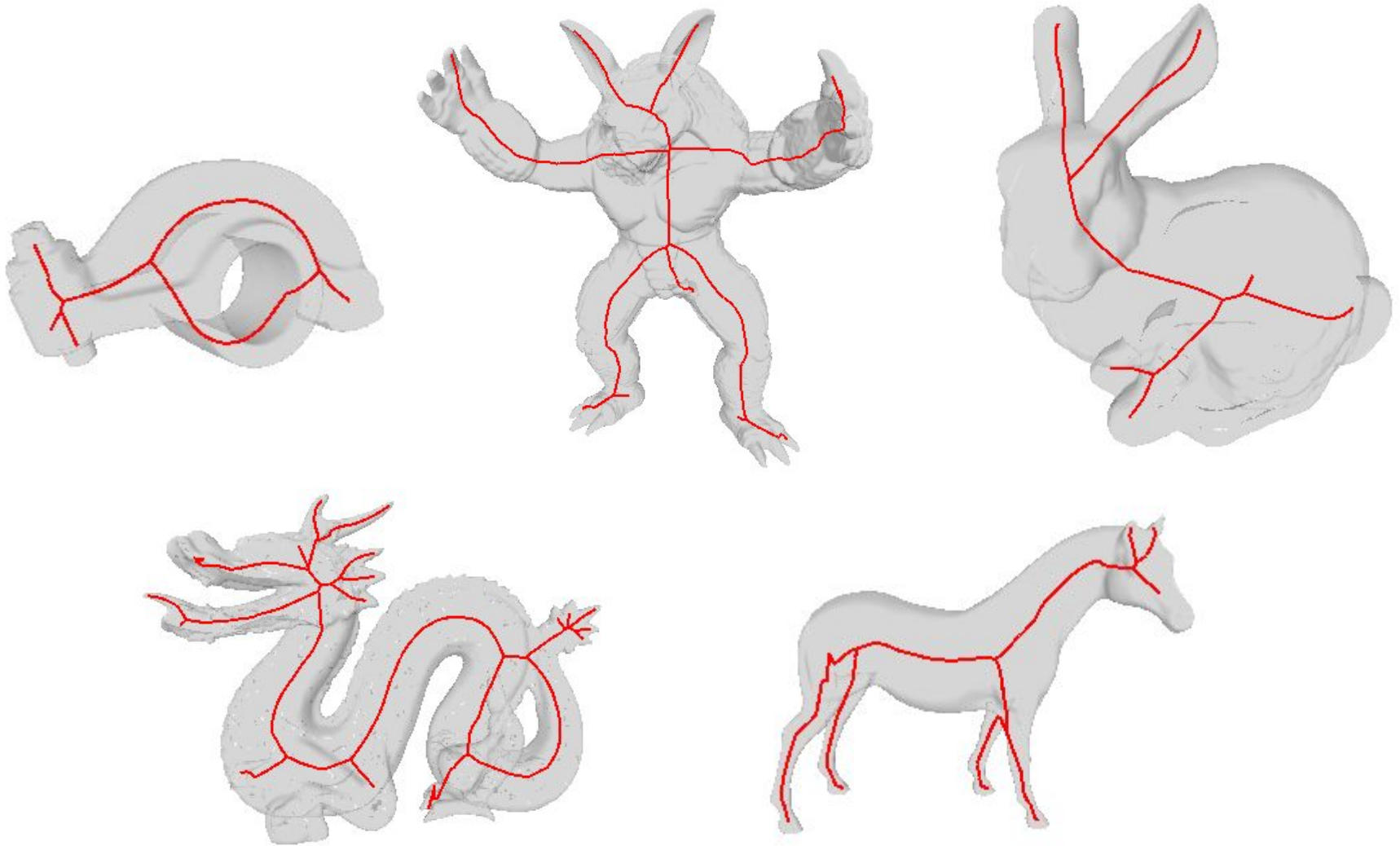
1. Выбор начального приближения



2. Итеративная подгонка

$$\varepsilon(\Omega, F) = \int_{\mathbf{x} \in \partial\Omega} \rho^2(\mathbf{x}, F) dS$$

Примеры скелетов



Основные результаты

1. Математическая модель, позволяющая строго определить криволинейный скелет и численно оценить его качество.
2. Алгоритм, экспериментально обосновывающий выбранную математическую модель.