

#### МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Российское авиационно-космическое агентство Федеральное государственное унитарное предприятие НПП ОПТЭКС



# Алгоритмы факторизации: достоверность результата

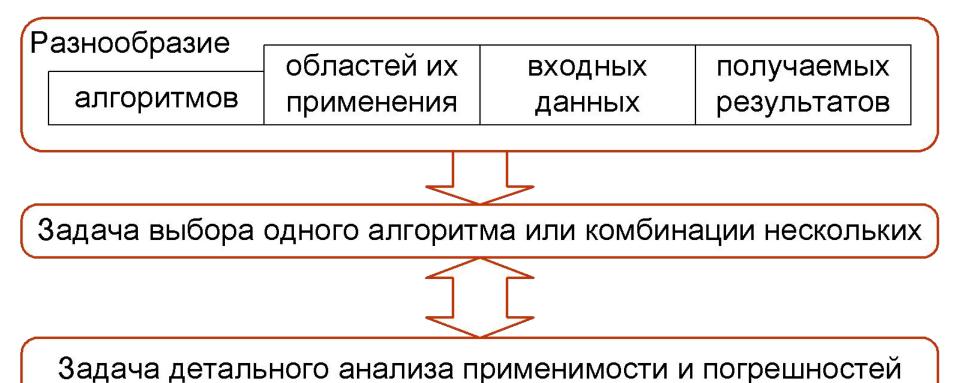
**Н. В. Свешникова**, аспирант МФТИ,

sveshnikova n@list.ru

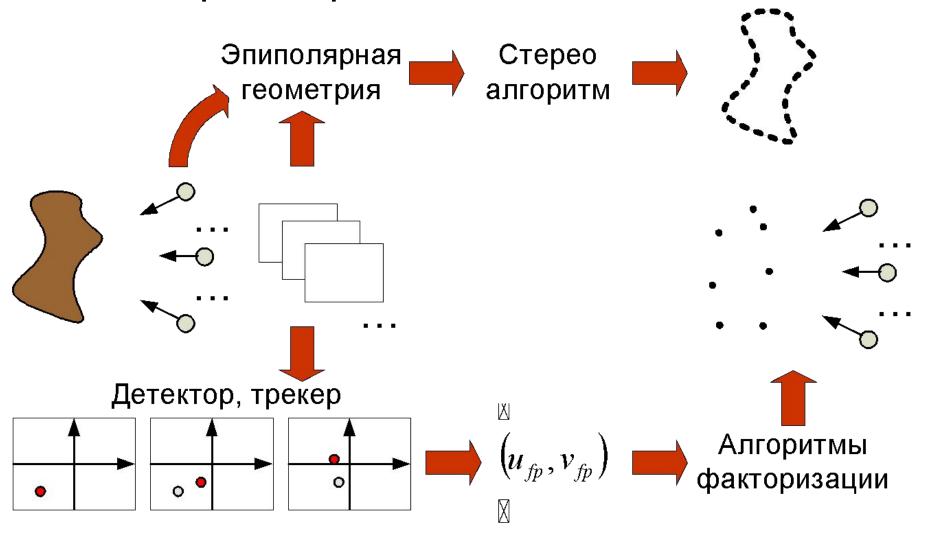
Д. В. Юрин, к.ф.-м.н., нач. отдела (НПП ОПТЭКС), yurin\_d@inbox.ru



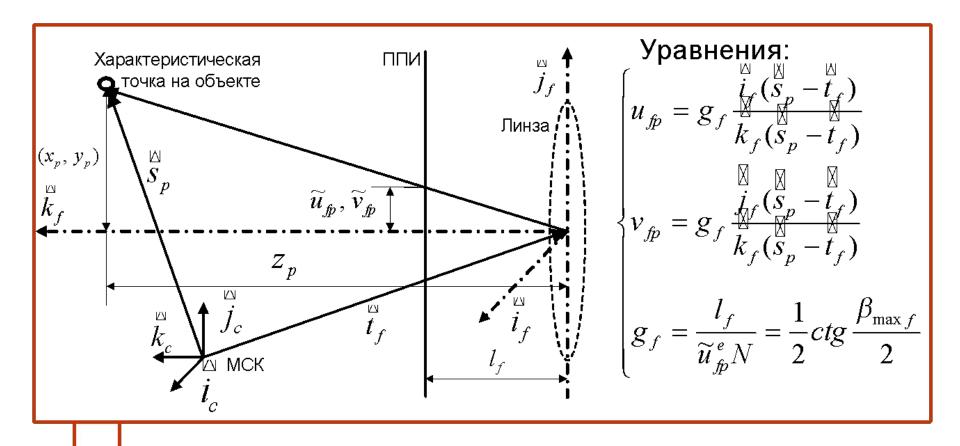
# Необходимость анализа алгоритмов восстановления трехмерных сцен



# Восстановление на основе факторизации и по стерео паре



### Восстановление на основе факторизации

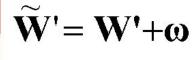


W' = MS

 $\operatorname{rank} \mathbf{M} \leq 3, \operatorname{rank} \mathbf{S} \leq 3 \Longrightarrow \operatorname{rank} \mathbf{W}' \leq 3$ 

**SVD** 

## Идеальная и реальная матрицы



$$\langle \omega^2 \rangle = \rho^2$$
,

$$\langle \omega \rangle = 0.$$

Воспользуемся нормой Фробениуса

$$\mathbf{\Phi} = \left\| \mathbf{W}' \right\|^2$$

$$\Delta \Phi = \left\| \mathbf{\omega} \right\|^2$$

Норма матрицы **W** может быть выражена через параметры съемки и формы сцены

$$\|\mathbf{W'}\|^2 = \|\mathbf{MS}\|^2$$

Норма шумовой добавки:

$$\|\mathbf{\omega}\|^2 = 2FP\rho^2$$

$$\|\mathbf{\omega}\|^2 \approx \sigma_n^2$$

 $\Delta\Phi \approx d\Phi$ 

Ищем частные производные функционала Ф по параметрам задачи

## ۲

## Погрешности восстановления: a posteriori

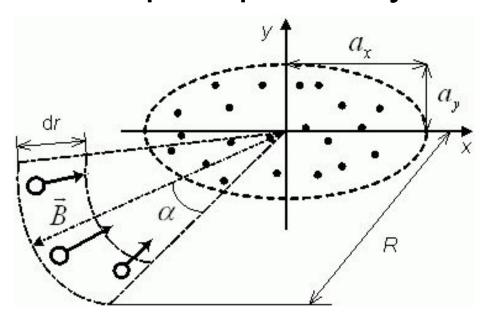
Аналитические выражения для вычисления апостериорной погрешности

$$\varepsilon_{camera_z} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sum_{i=\{x=y=z\}}^{\sigma_i^2}}}$$

$$\varepsilon_{shape} = \sigma_n \sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \frac{1}{\|\mathbf{m}_i\|^2 \|\mathbf{S}_i\|^2}}$$

$$\varepsilon_{rotation} = \frac{\sqrt{2}\sigma_n}{\|M\|} \sqrt{\sum_{i=\{x=y=z\}} \frac{1}{\|S_i\|^2}}$$

## Проверка полученных оценок



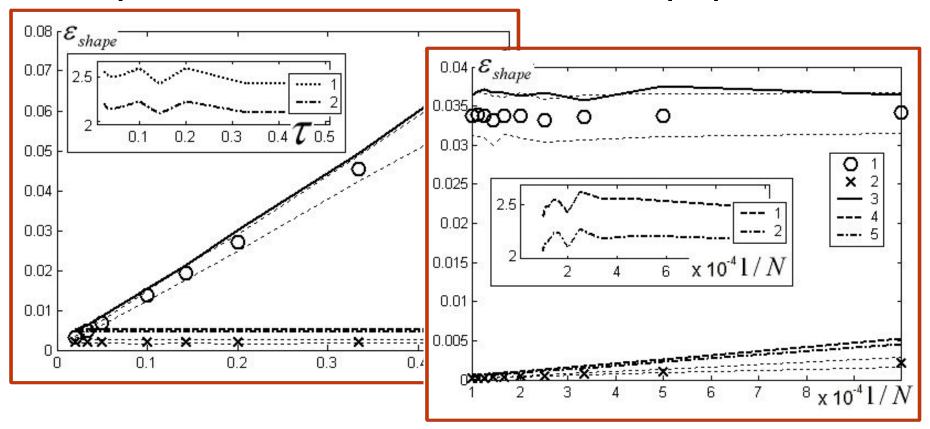
#### Модель «Точки»

$$\frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} + \frac{z^2}{a_z^2} \le 1$$

#### Схема работы:

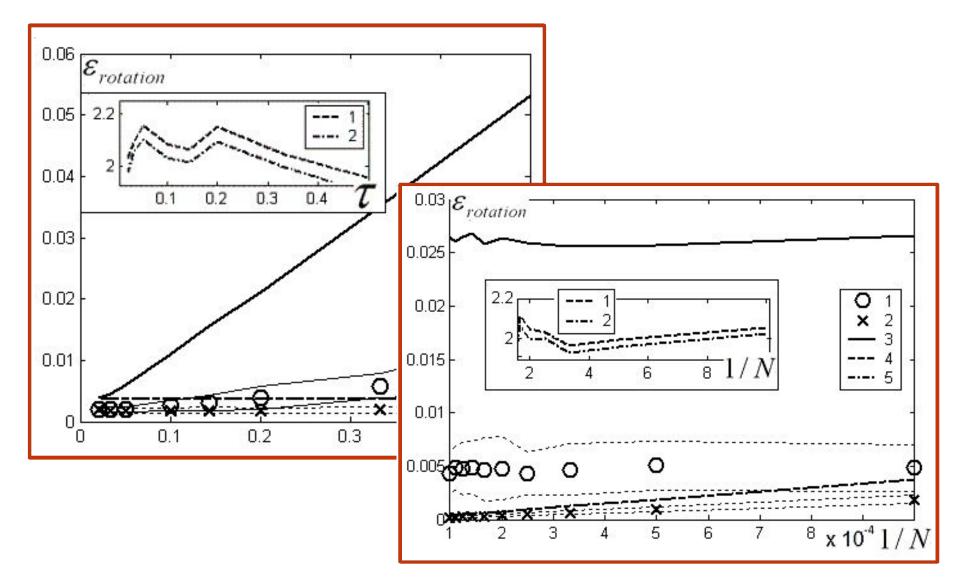
- 1. Построение трехмерной модели в среде MatLab.
- 2. Вычисление изображения модели с привнесением шумов.
- 3. Восстановление 3D с помощью ИПП и МОП.
- 4. Совмещение исходной модели и восстановленной. Вычисление практических погрешностей.
- 5. Сравнение полученных погрешностей и аналитических зависимостей.

## Погрешности восстановления формы

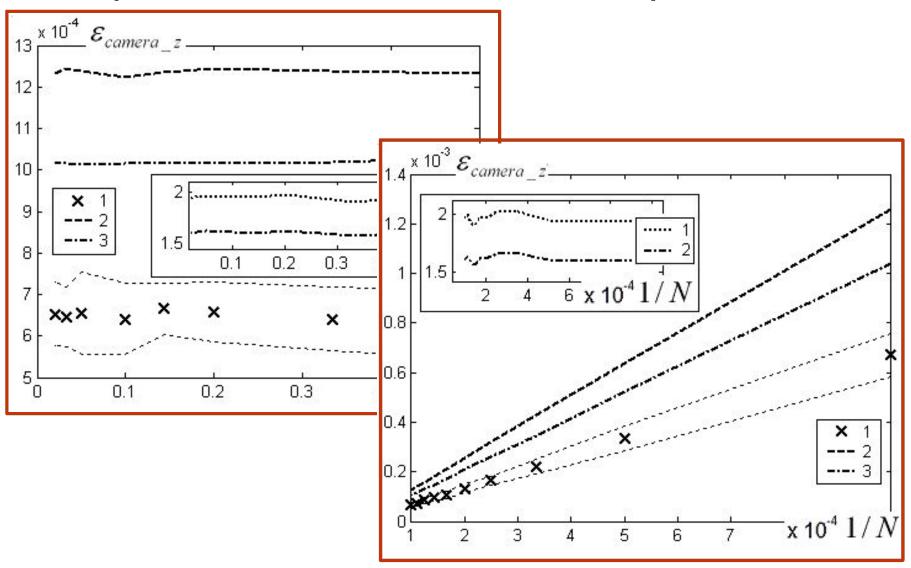


- 1, 2. среднеквадратичные погрешности для МОП и ИПП
- 3, 4. апостериорные оценки погрешностей до и после итераций.
- 5. Априорные оценки погрешностей для ИПП.

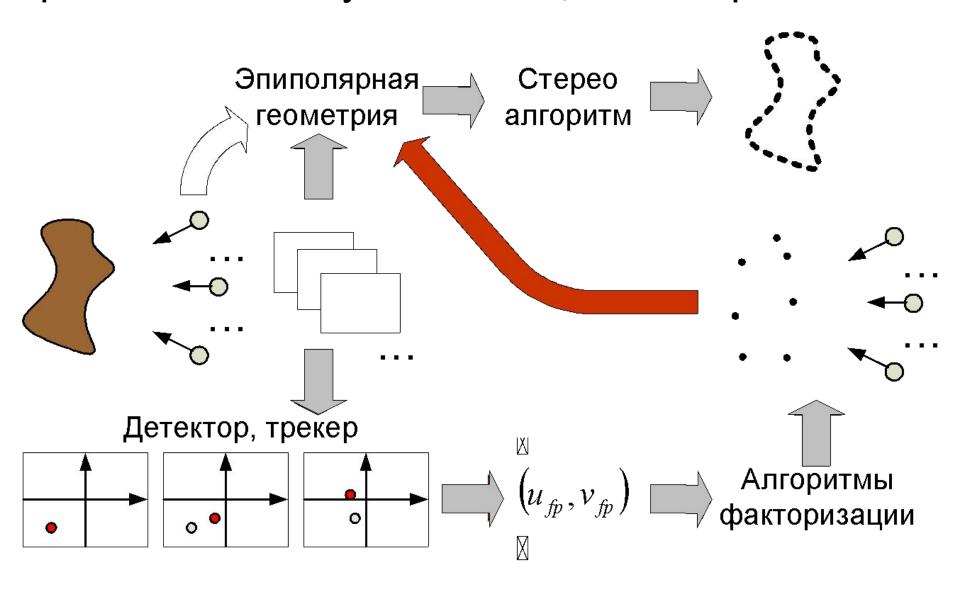
## Погрешности восстановления ориентации



### Погрешности восстановления расстояния



## Применение полученных оценок погрешностей



#### Заключение

- Получены апостериорные оценки погрешностей алгоритмов, основанных на факторизации
- Апостериорные оценки могут быть переформулированы для априорного анализа точности результата
- Предложена интеграция алгоритмов факторизации со стерео подходом

## Вопросы?