



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Российское авиационно-космическое агентство  
Федеральное государственное унитарное предприятие  
НПП ОПТЭКС



# Алгоритмы факторизации: достоверность результата

*Н. В. Свешникова, аспирант МФТИ,  
[sveshnikova\\_n@list.ru](mailto:sveshnikova_n@list.ru)*

*Д. В. Юрин, к.ф.-м.н., нач. отдела (НПП ОПТЭКС),  
[yurin\\_d@inbox.ru](mailto:yurin_d@inbox.ru)*

# Необходимость анализа алгоритмов восстановления трехмерных сцен

Разнообразие

алгоритмов

областей их  
применения

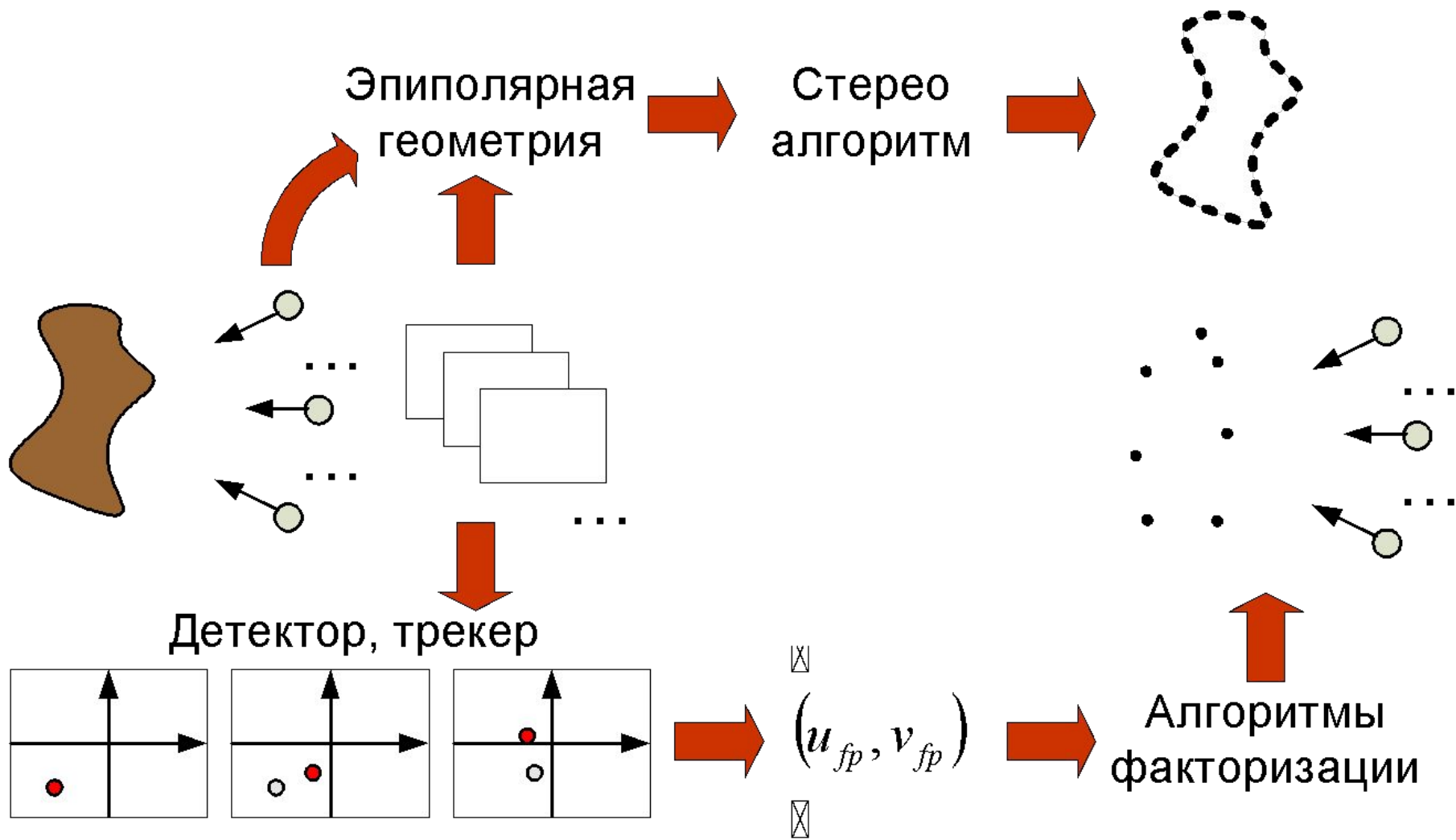
входных  
данных

получаемых  
результатов

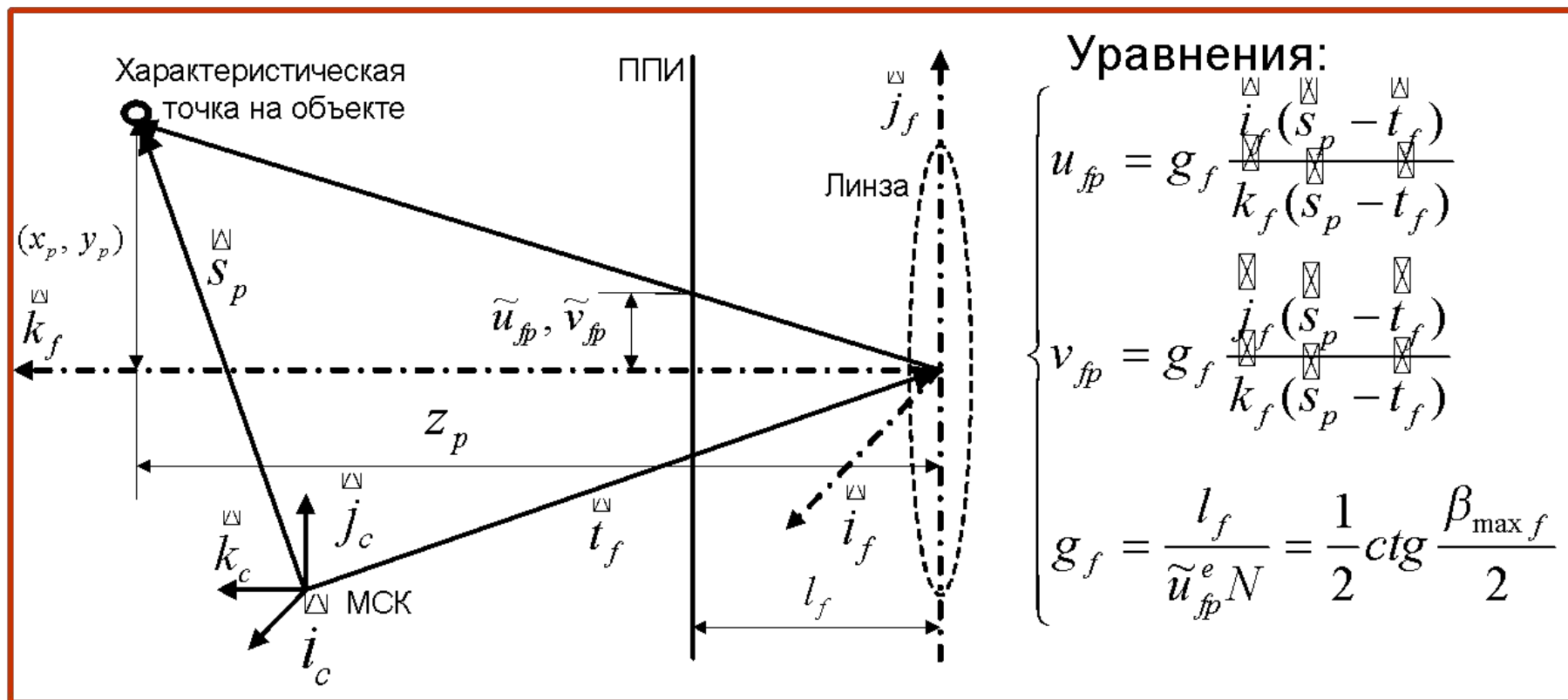
Задача выбора одного алгоритма или комбинации нескольких

Задача детального анализа применимости и погрешностей

# Восстановление на основе факторизации и по стерео паре



# Восстановление на основе факторизации



$$\mathbf{W}' = \mathbf{M}\mathbf{S}$$

$$\text{rank } \mathbf{M} \leq 3, \text{rank } \mathbf{S} \leq 3 \Rightarrow \text{rank } \mathbf{W}' \leq 3$$

SVD

# Идеальная и реальная матрицы

$$\tilde{\mathbf{W}}' = \mathbf{W}' + \boldsymbol{\omega}$$

$$\langle \boldsymbol{\omega}^2 \rangle = \rho^2,$$

$$\langle \boldsymbol{\omega} \rangle = 0.$$

Воспользуемся  
нормой  
Фробениуса

$$\Phi = \|\mathbf{W}'\|^2$$

$$\Delta\Phi = \|\boldsymbol{\omega}\|^2$$

Норма матрицы  $\mathbf{W}$   
может быть выражена  
через параметры  
съемки и формы сцены

$$\|\mathbf{W}'\|^2 = \|\mathbf{MS}\|^2$$

Норма шумовой  
добавки:

$$\|\boldsymbol{\omega}\|^2 = 2FP\rho^2$$

$$\|\boldsymbol{\omega}\|^2 \approx \sigma_n^2$$

$$\Delta\Phi \approx d\Phi$$

Ищем частные  
производные  
функционала  $\Phi$  по  
параметрам задачи

# Погрешности восстановления: a posteriori

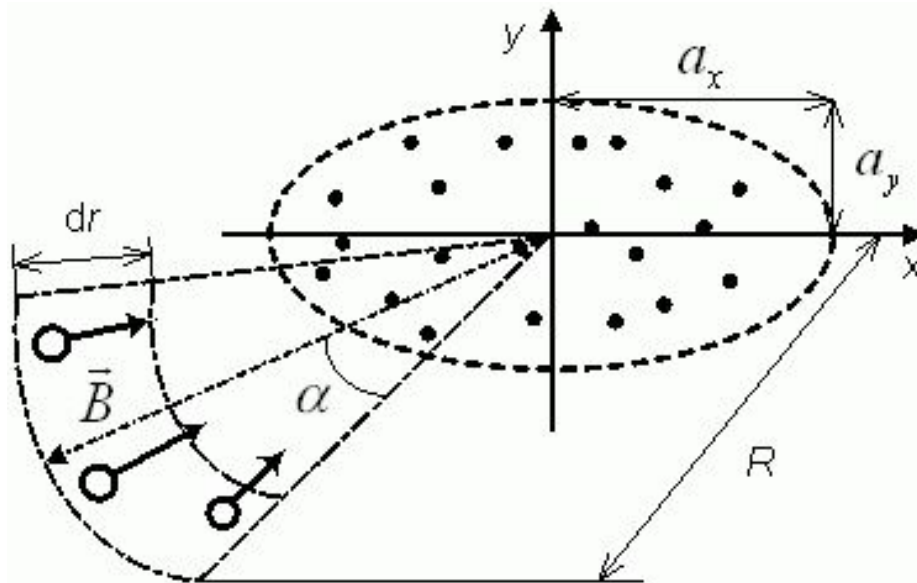
Аналитические выражения для вычисления апостериорной погрешности

$$\varepsilon_{camera\_z} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \sigma_i^2}}$$

$$\varepsilon_{shape} = \sigma_n \sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \frac{1}{\|m_i\|^2 \|s_i\|^2}}$$

$$\varepsilon_{rotation} = \frac{\sqrt{2}\sigma_n}{\|M\|} \sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \frac{1}{\|s_i\|^2}}$$

# Проверка полученных оценок



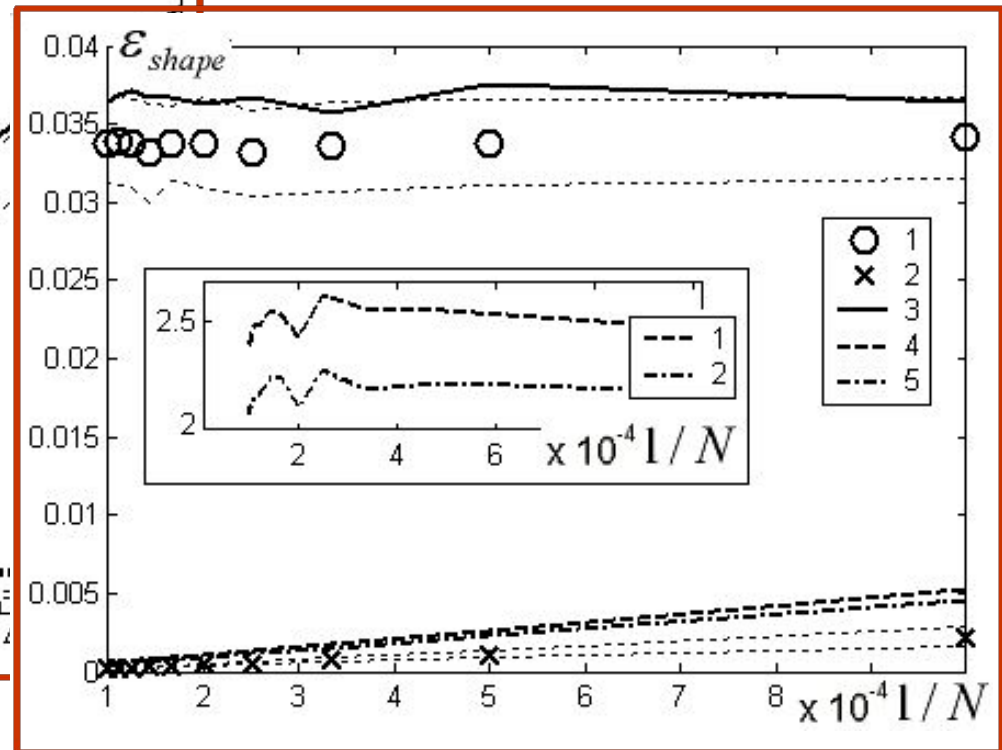
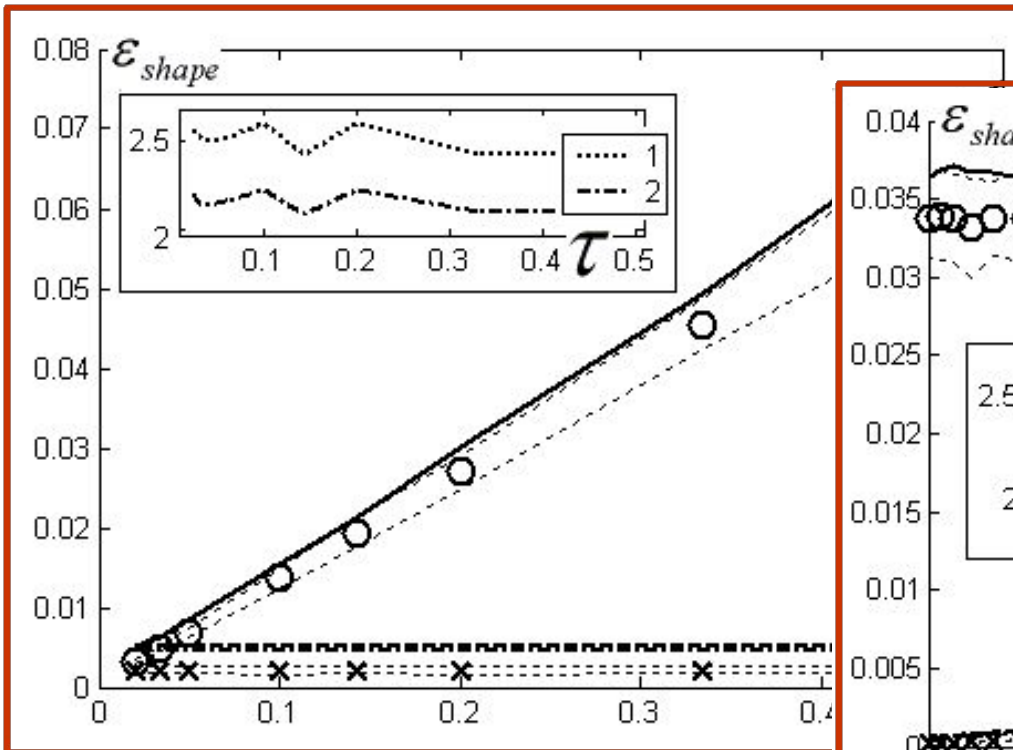
## Модель «Точки»

$$\frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} + \frac{z^2}{a_z^2} \leq 1$$

## Схема работы:

1. Построение трехмерной модели в среде MatLab.
2. Вычисление изображения модели с привнесением шумов.
3. Восстановление 3D с помощью ИПП и МОП.
4. Совмещение исходной модели и восстановленной. Вычисление практических погрешностей.
5. Сравнение полученных погрешностей и аналитических зависимостей.

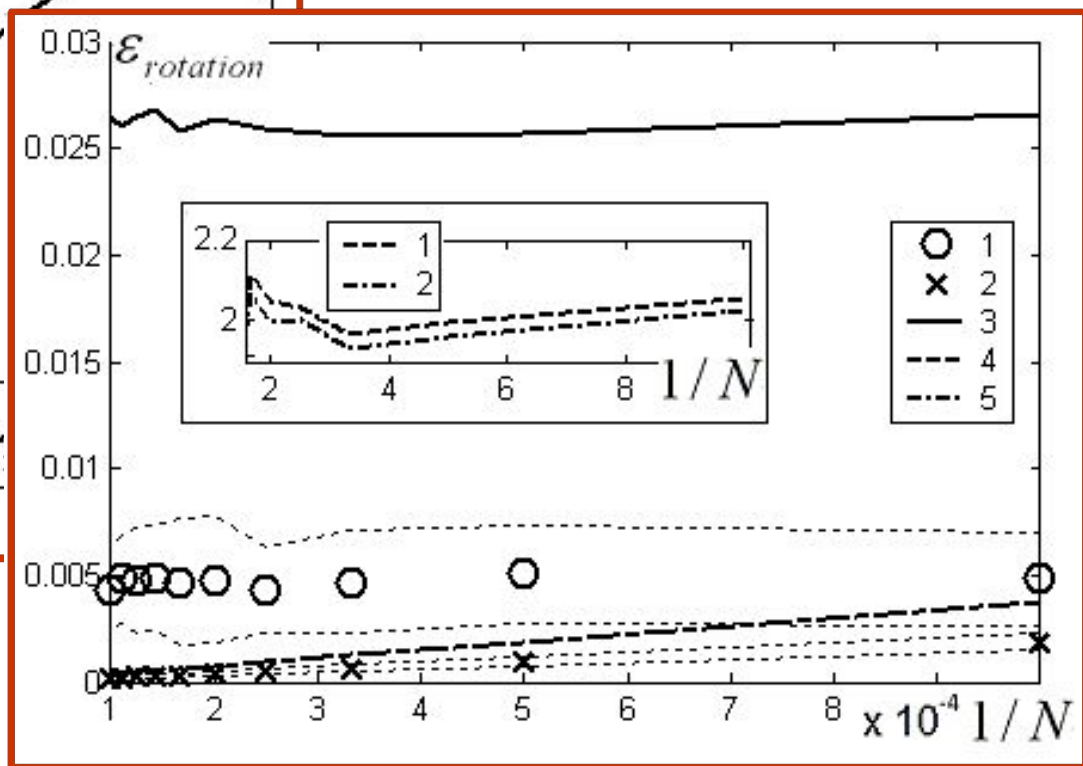
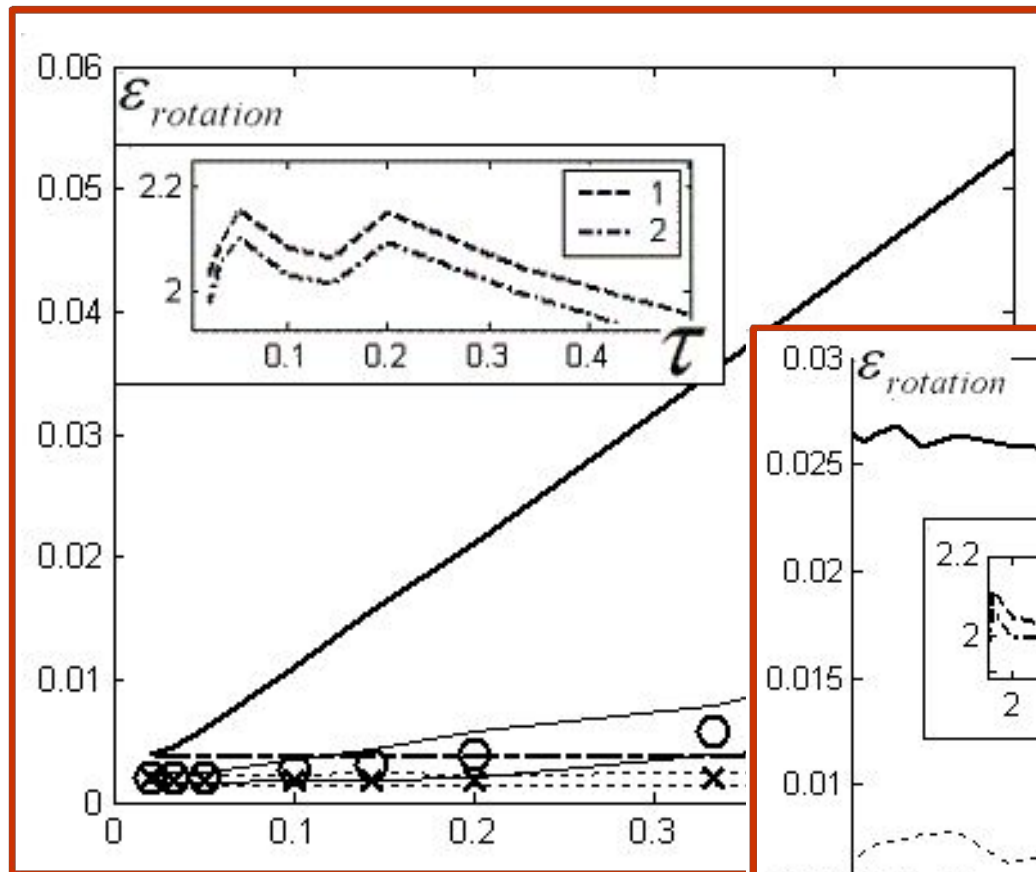
# Погрешности восстановления формы



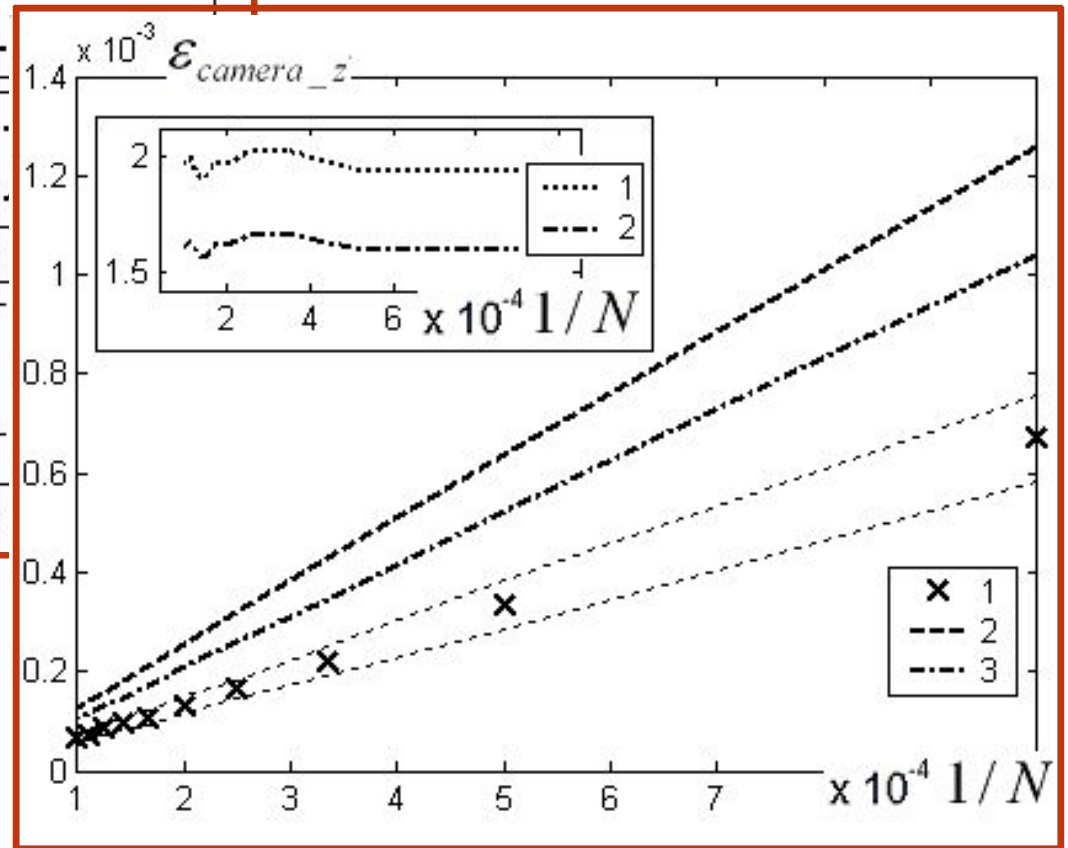
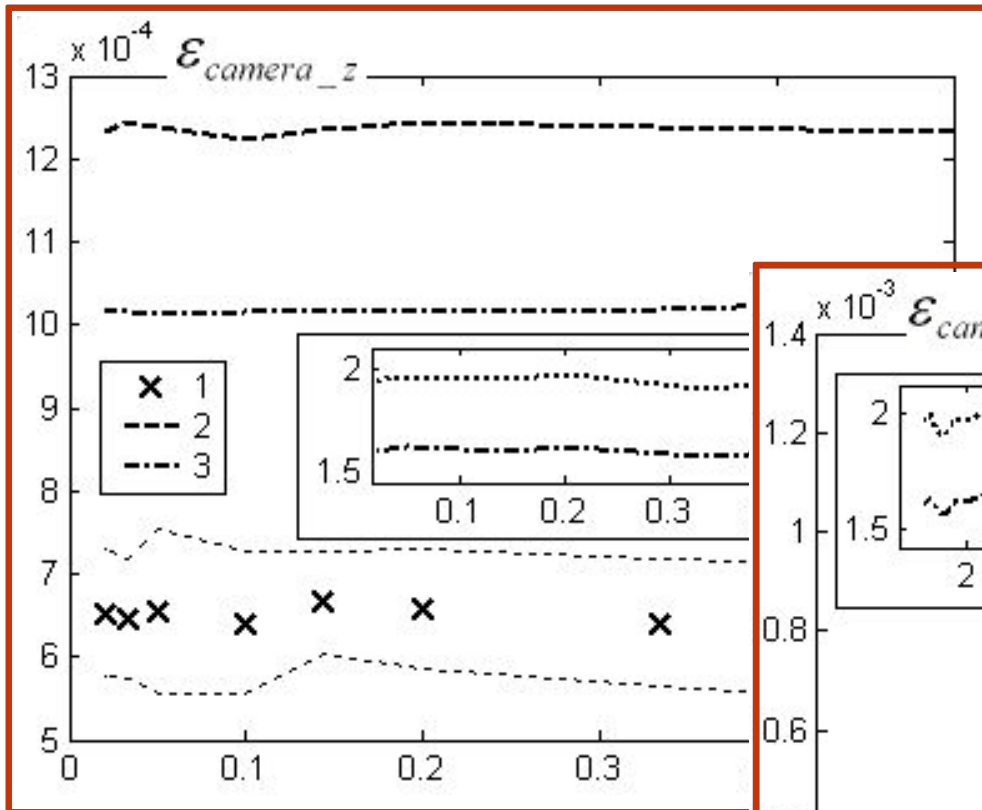
- 1, 2. среднеквадратичные погрешности для МОП и ИПП
- 3, 4. апостериорные оценки погрешностей до и после итераций.
5. Априорные оценки погрешностей для ИПП.



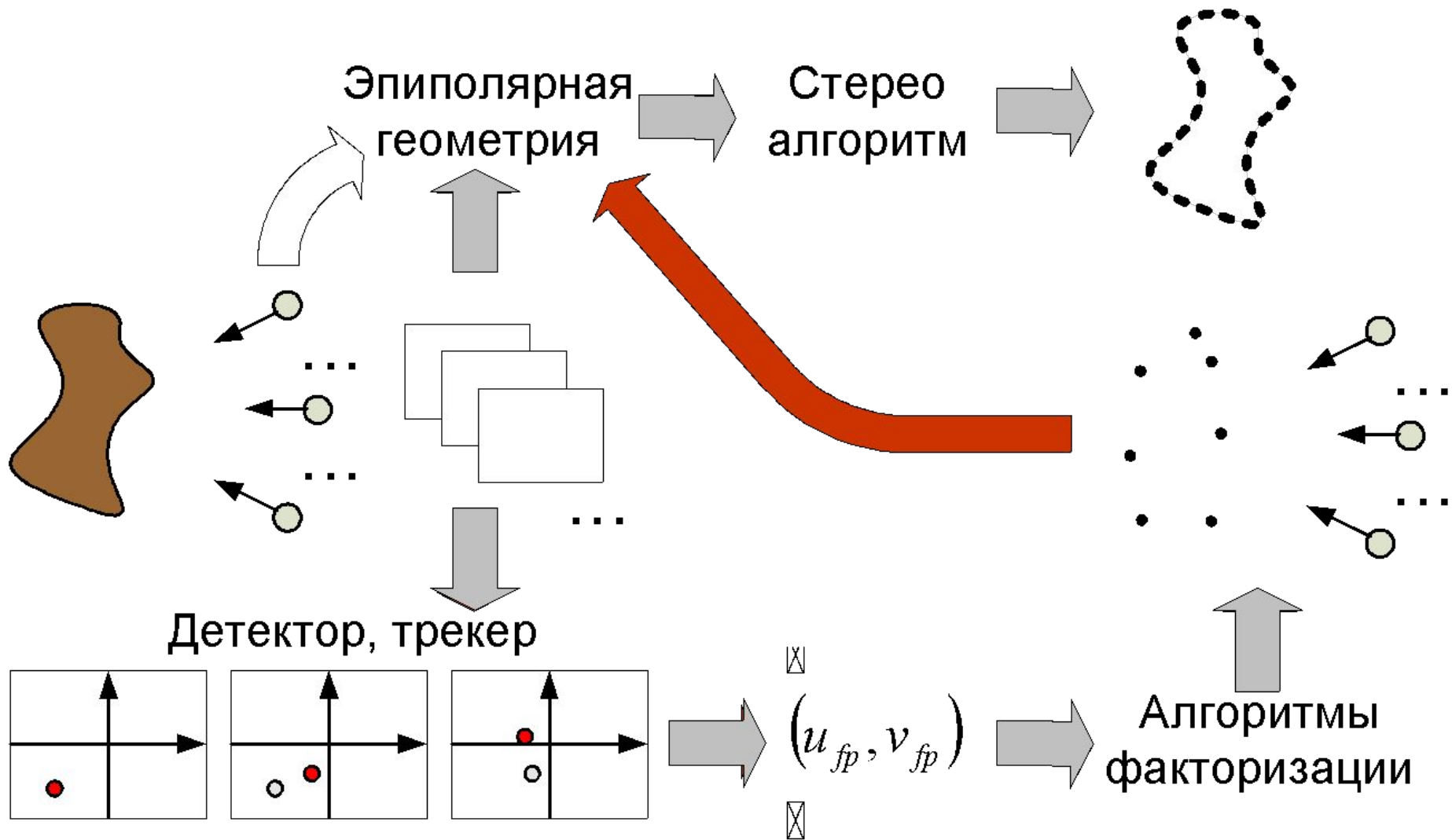
# Погрешности восстановления ориентации



# Погрешности восстановления расстояния



# Применение полученных оценок погрешностей



# Заключение

- Получены апостериорные оценки погрешностей алгоритмов, основанных на факторизации
- Апостериорные оценки могут быть переформулированы для априорного анализа точности результата
- Предложена интеграция алгоритмов факторизации со стерео подходом



Вопросы?