



МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Российское авиационно-космическое агентство
Федеральное государственное унитарное предприятие
НПП ОПТЭКС



Алгоритмы факторизации: достоверность результата

*Н. В. Свешникова, аспирант МФТИ,
sveshnikova_n@list.ru*

*Д. В. Юрин, к.ф.-м.н., нач. отдела (НПП ОПТЭКС),
yurin_d@inbox.ru*

Необходимость анализа алгоритмов восстановления трехмерных сцен

Разнообразие

алгоритмов

областей их
применения

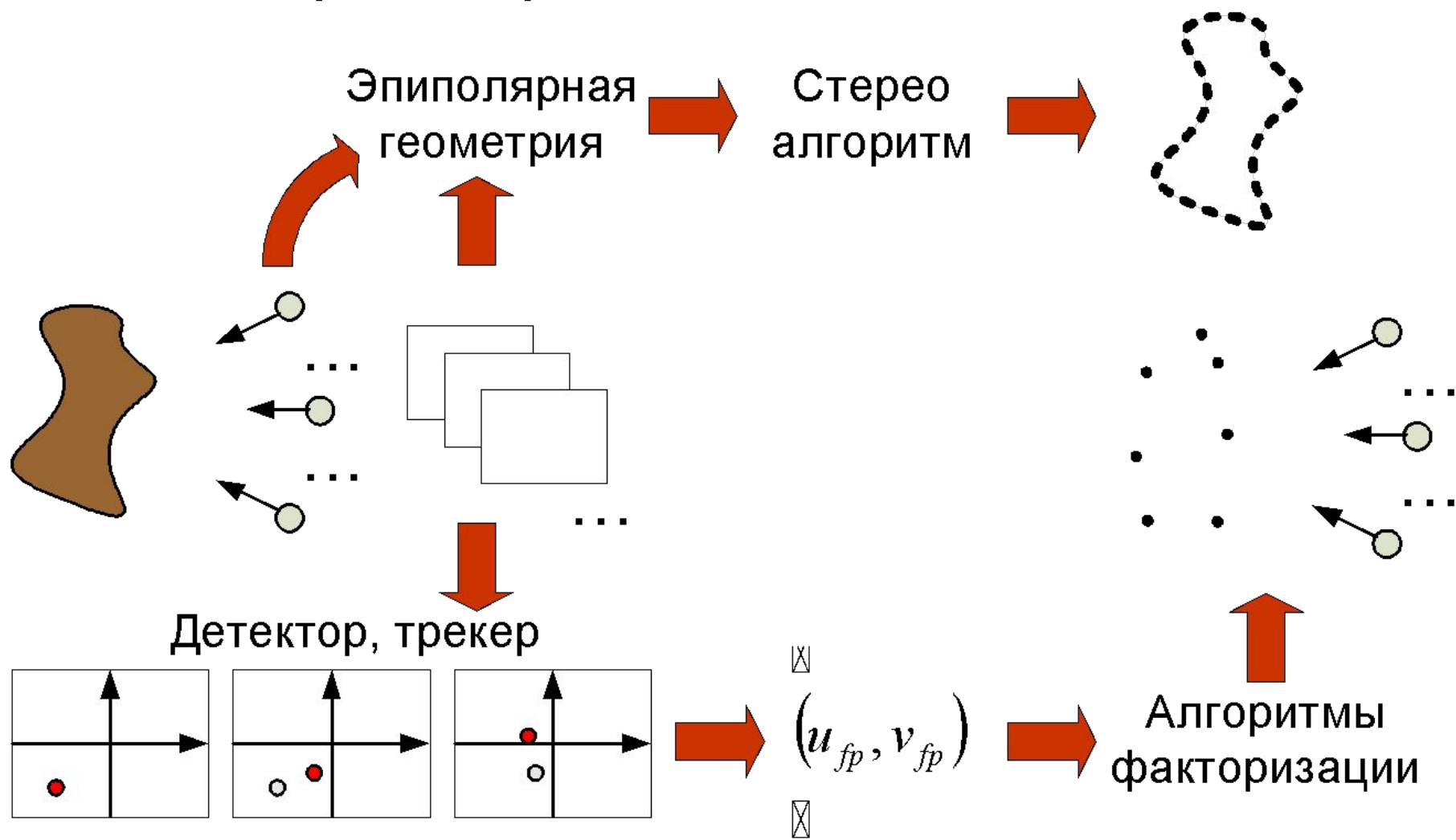
входных
данных

получаемых
результатов

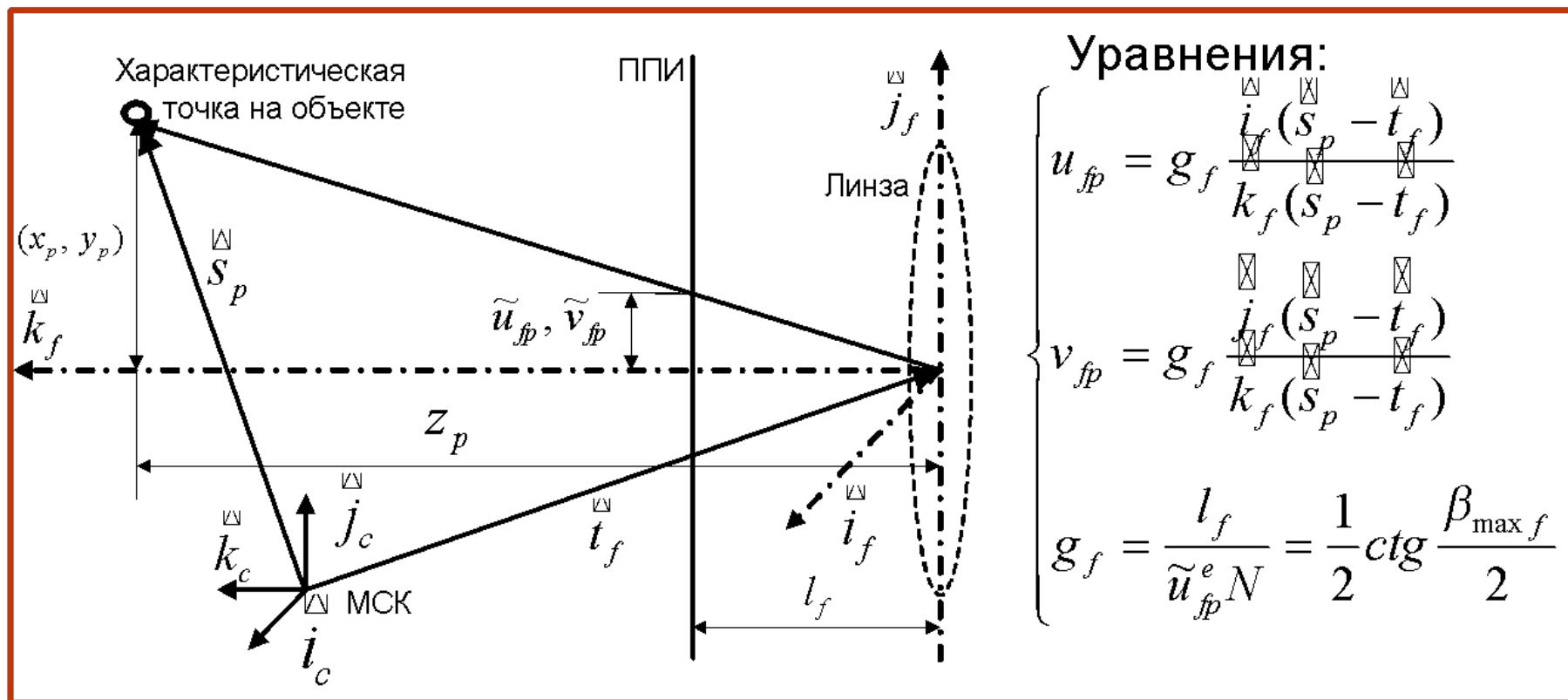
Задача выбора одного алгоритма или комбинации нескольких

Задача детального анализа применимости и погрешностей

Восстановление на основе факторизации и по стерео паре



Восстановление на основе факторизации



$$\mathbf{W}' = \mathbf{M}\mathbf{S}$$

$$\text{rank } \mathbf{M} \leq 3, \text{rank } \mathbf{S} \leq 3 \Rightarrow \text{rank } \mathbf{W}' \leq 3$$

SVD

Идеальная и реальная матрицы

$$\tilde{\mathbf{W}}' = \mathbf{W}' + \boldsymbol{\omega}$$

$$\langle \boldsymbol{\omega}^2 \rangle = \rho^2,$$

$$\langle \boldsymbol{\omega} \rangle = 0.$$

Воспользуемся
нормой
Фробениуса

$$\Phi = \|\mathbf{W}'\|^2$$

$$\Delta\Phi = \|\boldsymbol{\omega}\|^2$$

Норма матрицы \mathbf{W}
может быть выражена
через параметры
съемки и формы сцены

$$\|\mathbf{W}'\|^2 = \|\mathbf{MS}\|^2$$

Норма шумовой
добавки:

$$\|\boldsymbol{\omega}\|^2 = 2FP\rho^2$$

$$\|\boldsymbol{\omega}\|^2 \approx \sigma_n^2$$

$$\Delta\Phi \approx d\Phi$$

Ищем частные
производные
функционала Φ по
параметрам задачи

Погрешности восстановления: a posteriori

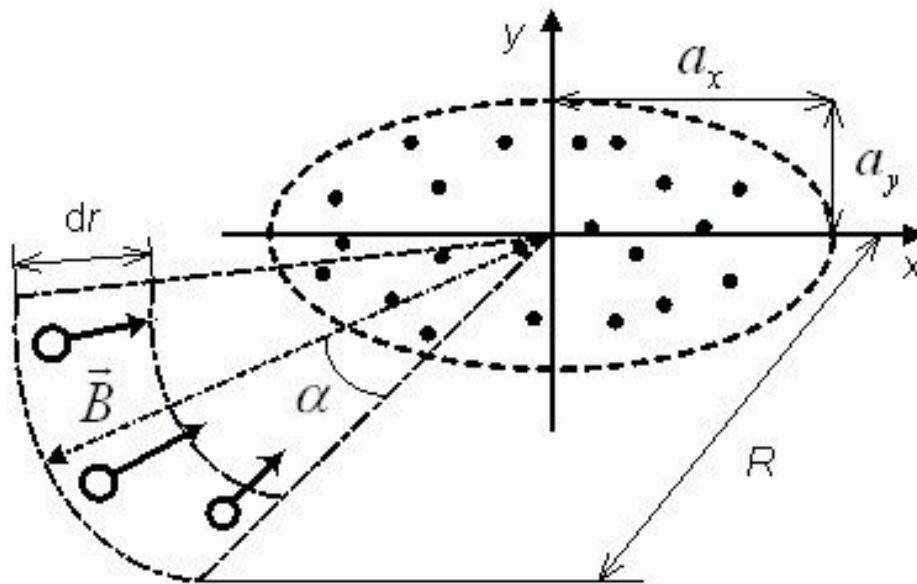
Аналитические выражения для вычисления апостериорной погрешности

$$\varepsilon_{camera_z} = \frac{\sigma_n}{\sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \sigma_i^2}}$$

$$\varepsilon_{shape} = \sigma_n \sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \frac{1}{\|m_i\|^2 \|s_i\|^2}}$$

$$\varepsilon_{rotation} = \frac{\sqrt{2}\sigma_n}{\|M\|} \sqrt{\sum_{i=\{x \ y \ z\}} \frac{1}{\|s_i\|^2}}$$

Проверка полученных оценок



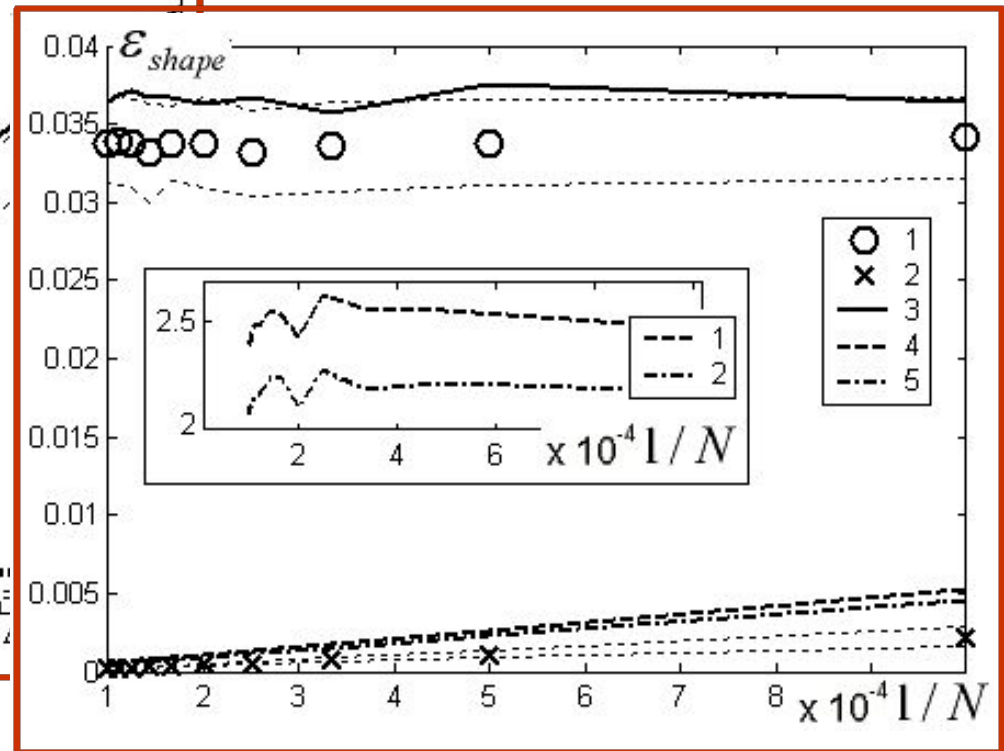
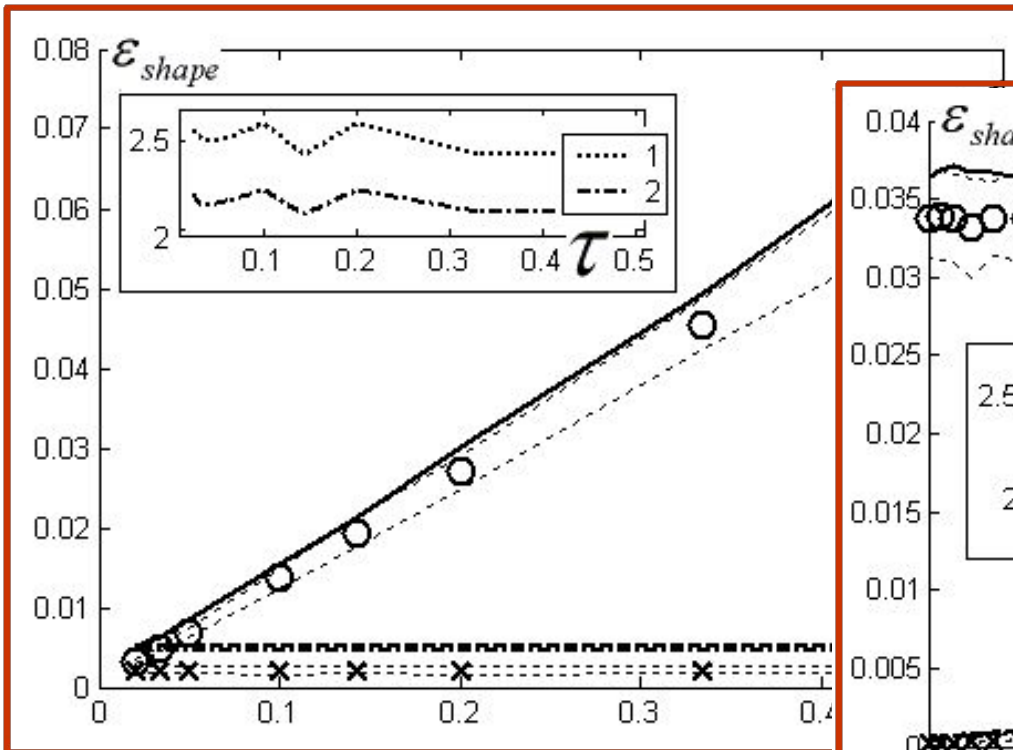
Модель «Точки»

$$\frac{x^2}{a_x^2} + \frac{y^2}{a_y^2} + \frac{z^2}{a_z^2} \leq 1$$

Схема работы:

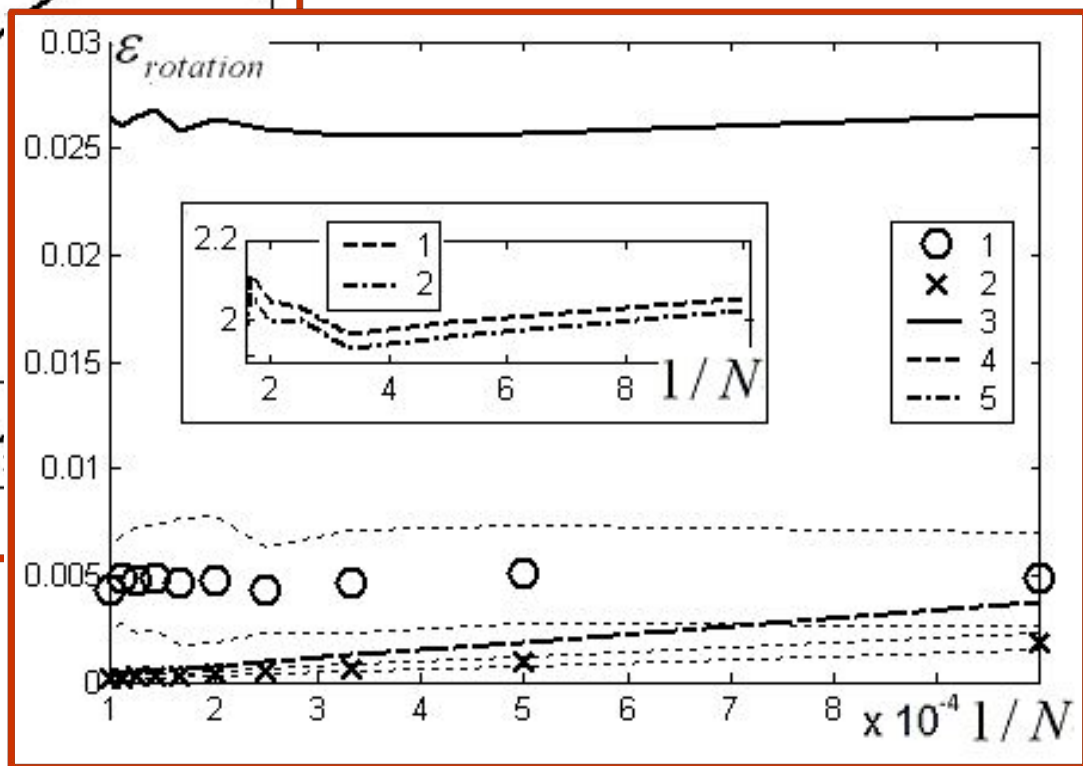
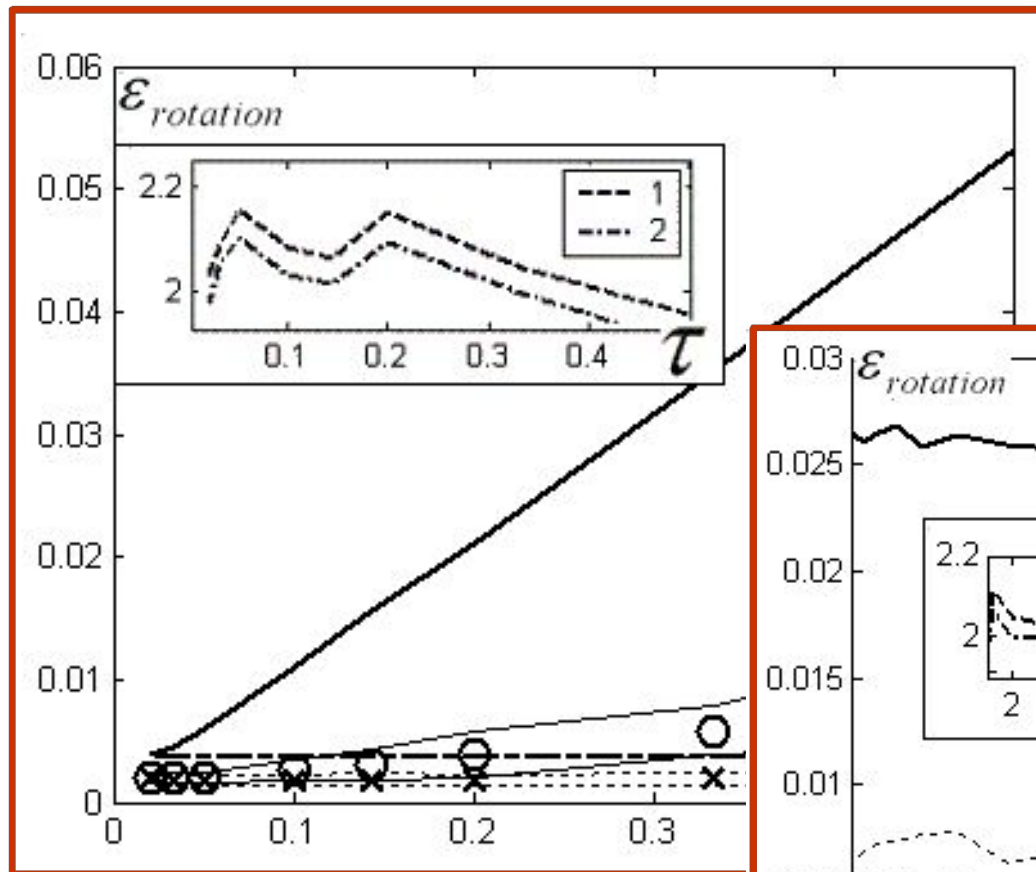
1. Построение трехмерной модели в среде MatLab.
2. Вычисление изображения модели с привнесением шумов.
3. Восстановление 3D с помощью ИПП и МОП.
4. Совмещение исходной модели и восстановленной. Вычисление практических погрешностей.
5. Сравнение полученных погрешностей и аналитических зависимостей.

Погрешности восстановления формы

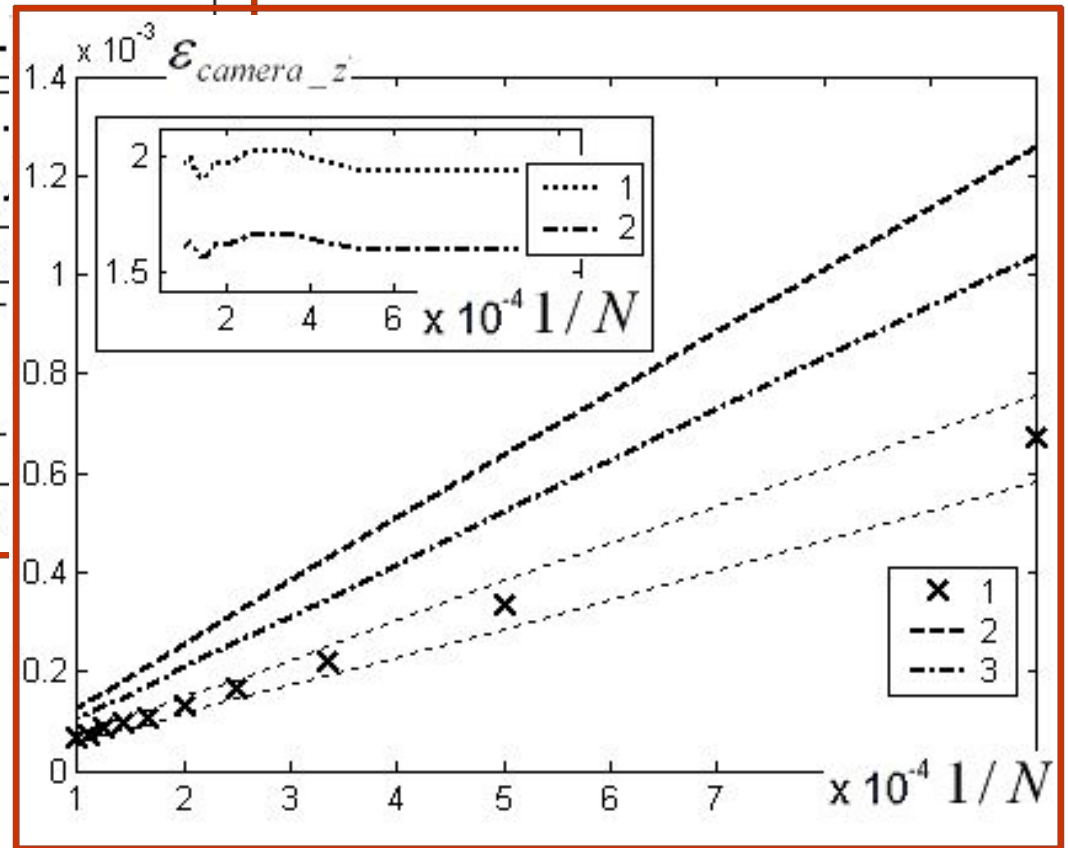
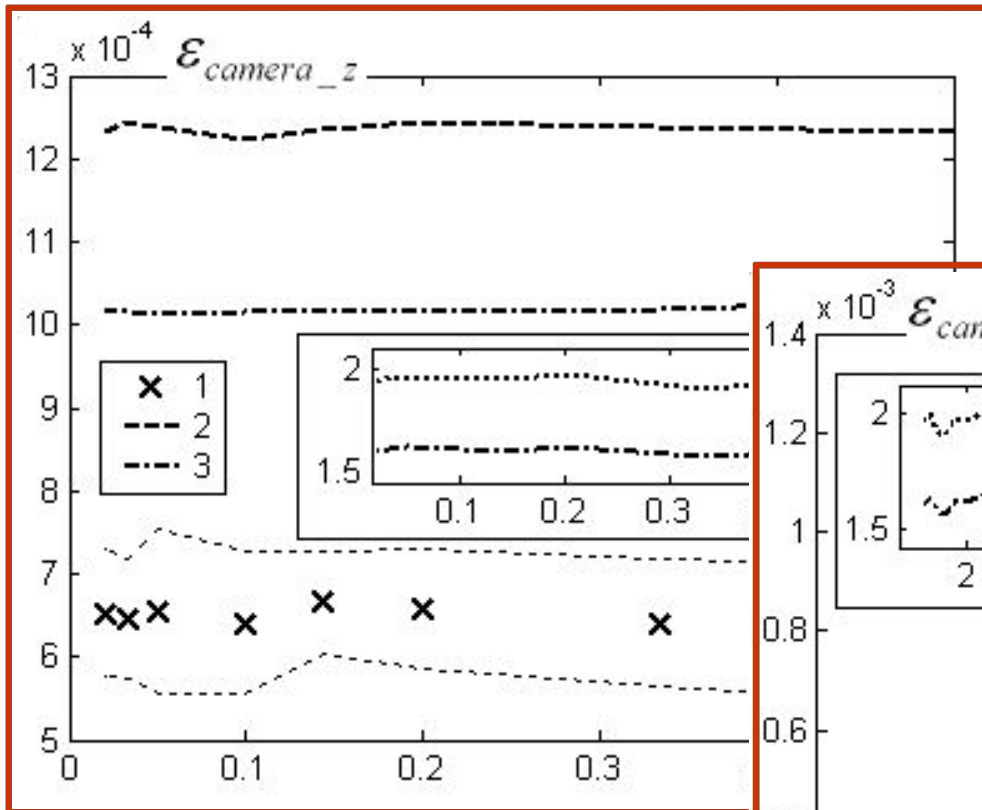


- 1, 2. среднеквадратичные погрешности для МОП и ИПП
- 3, 4. апостериорные оценки погрешностей до и после итераций.
5. Априорные оценки погрешностей для ИПП.

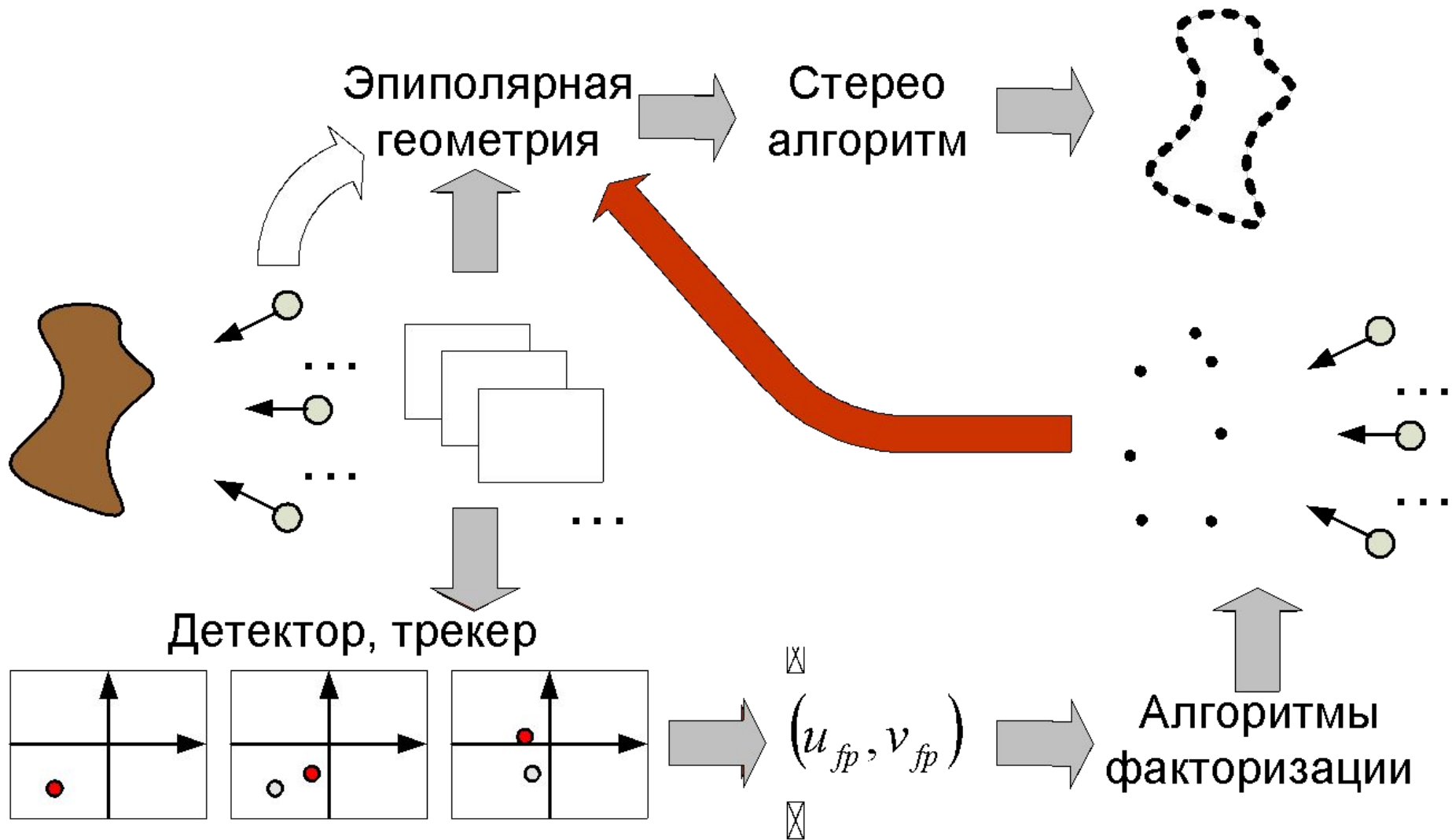
Погрешности восстановления ориентации



Погрешности восстановления расстояния



Применение полученных оценок погрешностей



Заключение

- Получены апостериорные оценки погрешностей алгоритмов, основанных на факторизации
- Апостериорные оценки могут быть переформулированы для априорного анализа точности результата
- Предложена интеграция алгоритмов факторизации со стерео подходом



Вопросы?