Основы создания программ-функций в среде MathCAD

Реализовать тот или иной алгоритм вычисления в среде MathCAD можно двумя способами:

1 способ:

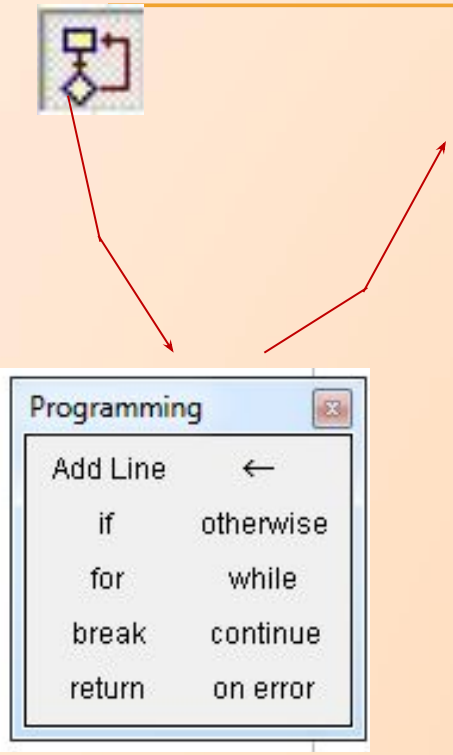
размещать обращение к соответствующим переменным, выражениям, операторам, функциям непосредственно в тексте документа MathCAD без какой-либо организационной структуры; данный способ называется *программированием в тексте документа*;

2 способ:

использовать организационные структуры, так называемые программы-функции, которые содержат конструкции, во многом подобные конструкциям таких языков программирования высокого уровня как FORTRAN, Pascal, C++, C# и др.

В данной лекции будем рассматривать второй способ реализации алгоритмов, который называется ***программированием в программе-функции***.

Для создания и использования программ-функций применяется панель инструментов Programming (Программирование).

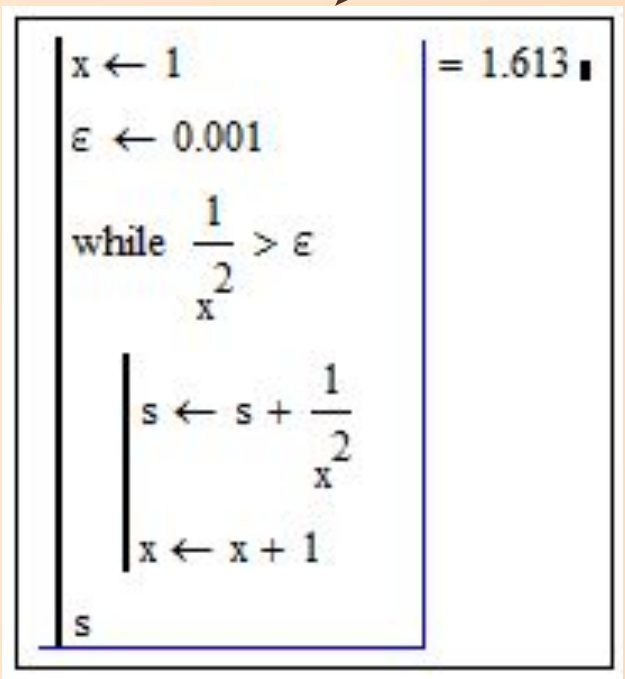


Кнопка	Название	Назначение кнопки (команды)
Add Line	Add Program Line	позволяет *создать и/или удлинять вертикальную линию*, справа от которой формируется запись программного блока;
←	Local Definition	позволяет вставить *оператор внутреннего присваивания* (активен в теле модуля);
if	If Statement	позволяет вставить *условный оператор*;
otherwise	Otherwise Statement	позволяет вставить *оператор иного выбора*;
for	For Loop	позволяет вставить *оператор цикла с заданным числом повторений*;
while	While Loop	позволяет вставить *оператор цикла типа «пока»* (итерационный цикл);
break	Break Statement	позволяет вставить *оператор прерывания*;
continue	Continue Statement	позволяет вставить *оператор продолжения*;
return	Return Statement	позволяет вставить *оператор-функцию возврата*;
on error		

Примеры программ-функций:

Пример программы-функции, вычисляющей сумму ряда:

$$S = 1 + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} - \ldots \pm \frac{1}{n^2} \ldots$$



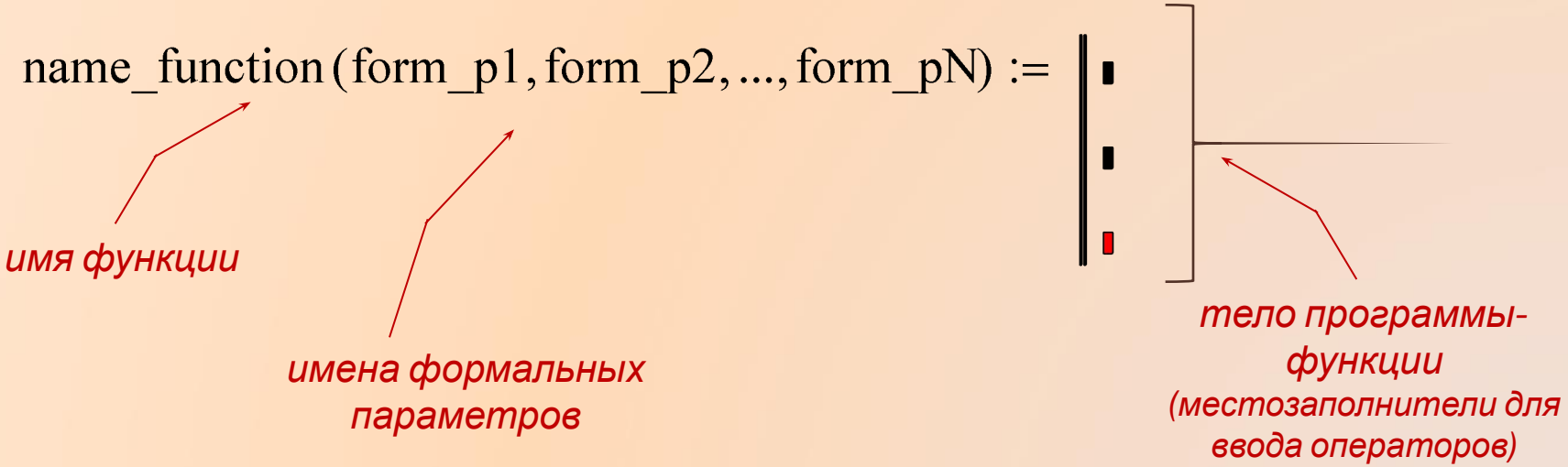
Пример программы-функции, реализующей итерационную процедуру приближенного вычисления корня квадратного из числа a;

$$\begin{aligned}
&\text{sqroot}(a, eps) := \\
&\quad xc \leftarrow 10000000000 \\
&\quad xn \leftarrow a \\
&\quad \text{while } |xn - xc| > eps \\
&\quad\quad xc \leftarrow xn \\
&\quad\quad xn \leftarrow \frac{xc + \frac{a}{xc}}{2} \\
&\quad xn
\end{aligned}$$

Процесс программирования в программе-функции включает в себя два этапа:

1) описание программы-функции;
2) обращение к программе-функции (вызов).

Описание программы – функции размещается в рабочем документе перед *вызовом программы-функции* и имеет следующую структуру:



Обращение к программе-функции (вызов) располагается правее или ниже описания программы-функции и может иметь следующую структуру:

с использованием фактических параметров

Формат 1.1:

name_function(<fact_p1,fact_p2,…,fact_pN>)=

Формат 1.2:

name_var := name_function(<fact_p1,fact_p2,…,fact_pN>)
name_var =

без использования фактических параметров

Формат 2.1:

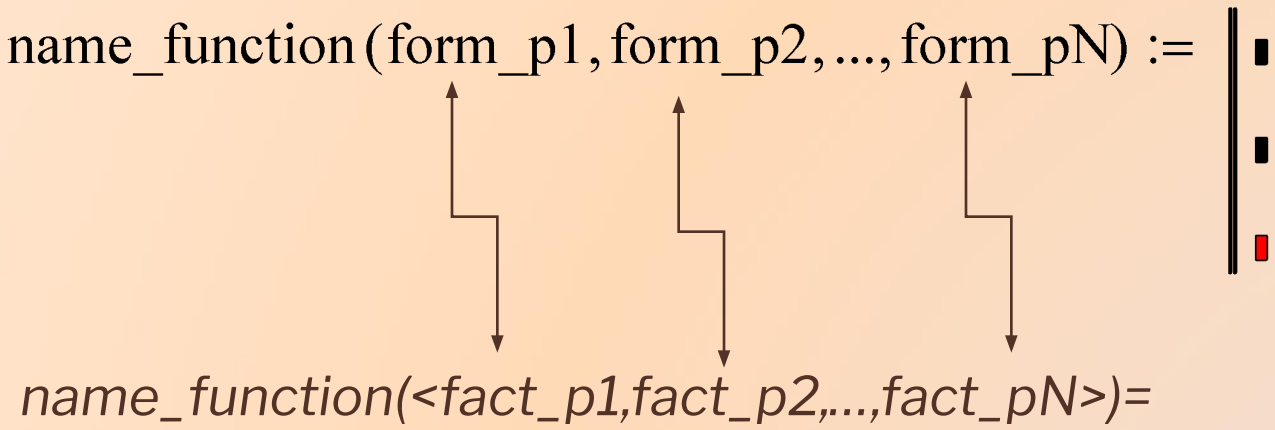
name_function=

Формат 2.2:

name_var := name_function
name_var =

Между формальными и фактическими параметрами должно быть установлено *взаимно-однозначное соответствие по*:

- количеству;
- порядку следования;
- типу.



Варианты обращений к программе-функции, реализующей итерационную процедуру приближенного вычисления корня квадратного из числа a:

1

$$\text{sqroot}(a,\text{eps}) := \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow 10000000000 \\ xn \leftarrow a \\ \text{while } |xn - xc| > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow xn \\ xn \leftarrow \dfrac{xc + \dfrac{a}{xc}}{2} \end{array} \right. \\ xn \end{array} \right.$$

$\text{sqroot}(25, 0.001) = 5$

$\text{sqroot}(123, 0.00001) = 11.091$

$\text{sqroot}(9, 0.0001) = 3$

2

$$\text{sqroot}(a,\text{eps}) := \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow 10000000000 \\ xn \leftarrow a \\ \text{while } |xn - xc| > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow xn \\ xn \leftarrow \dfrac{xc + \dfrac{a}{xc}}{2} \end{array} \right. \\ xn \end{array} \right.$$

$y := \text{sqroot}(25, 0.001) \qquad y = 5$

$y := \text{sqroot}(144, 0.01) \qquad y = 12$

3

$a := 25 \qquad \text{eps} := 0.01$

$$\text{sqroot} := \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow 10000000000 \\ xn \leftarrow a \\ \text{while } |xn - xc| > \text{eps} \\ \quad \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow xn \\ xn \leftarrow \dfrac{xc + \dfrac{a}{xc}}{2} \end{array} \right. \\ xn \end{array} \right.$$

$\text{sqroot} = 5$

Линейный алгоритм (следование) **- вычислительный процесс, в котором необходимые действия выполняются строго последовательно и каждое один раз.**

В реализации алгоритмов линейной структуры в программах-функциях используется ***оператор внутреннего присваивания*** (локальный оператор присваивания), с помощью которого осуществляется внутри программы-функции присваивание значений (числовых, строковых) переменным.

Формат оператора:

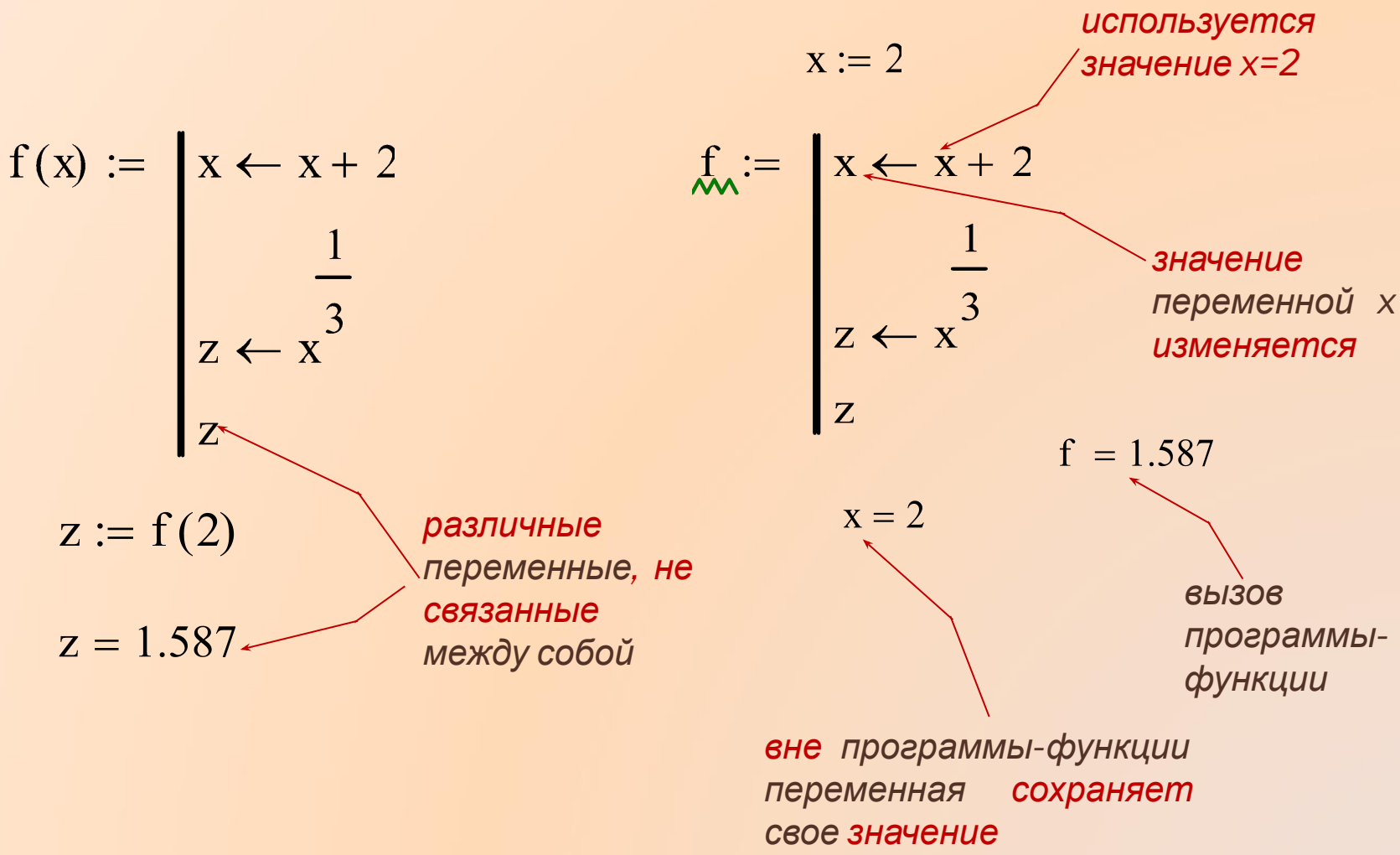
< имя_переменной > ← < выражение >

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} x \leftarrow x + 2 \\ z \leftarrow x^{\frac{1}{3}} \\ z \end{array} \right.$$

выражение, определяющее возвращаемое через имя программы-функции значение

Замечание: использование "обычного" оператора присваивания (: =) в теле программы-функции приводит к синтаксической ошибке.

Варианты обращений к программе-функции, реализующей вычисление значения переменной z:



Пример 1. Написать программу-функцию, вычисляющую значения корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

$$qq1(a,b,c,sig1) := \left| \begin{array}{l} d \leftarrow b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ x \leftarrow \dfrac{-b + sig1 \cdot \sqrt{d}}{2 \cdot a} \end{array} \right.$$

$$qq1(9,-42,35,1) = 3.581$$

$$qq1(9,-42,35,-1) = 1.086$$

$$qq1(9,-4,5,-1) = 0.222 - 0.711i$$

Пример 2. Написать программу-функцию, вычисляющую произведение цифр четырехзначного положительного целого числа N.

$$g(n) := \left| \begin{array}{l} n1 \leftarrow \mathrm{mod}(n, 10) \\ n2 \leftarrow \mathrm{mod}\left(\mathrm{trunc}\left(\dfrac{n}{10}\right), 10\right) \\ n3 \leftarrow \mathrm{mod}\left(\mathrm{trunc}\left(\dfrac{n}{100}\right), 10\right) \\ n4 \leftarrow \mathrm{trunc}\left(\dfrac{n}{1000}\right) \\ p \leftarrow n1 \cdot n2 \cdot n3 \cdot n4 \end{array} \right.$$

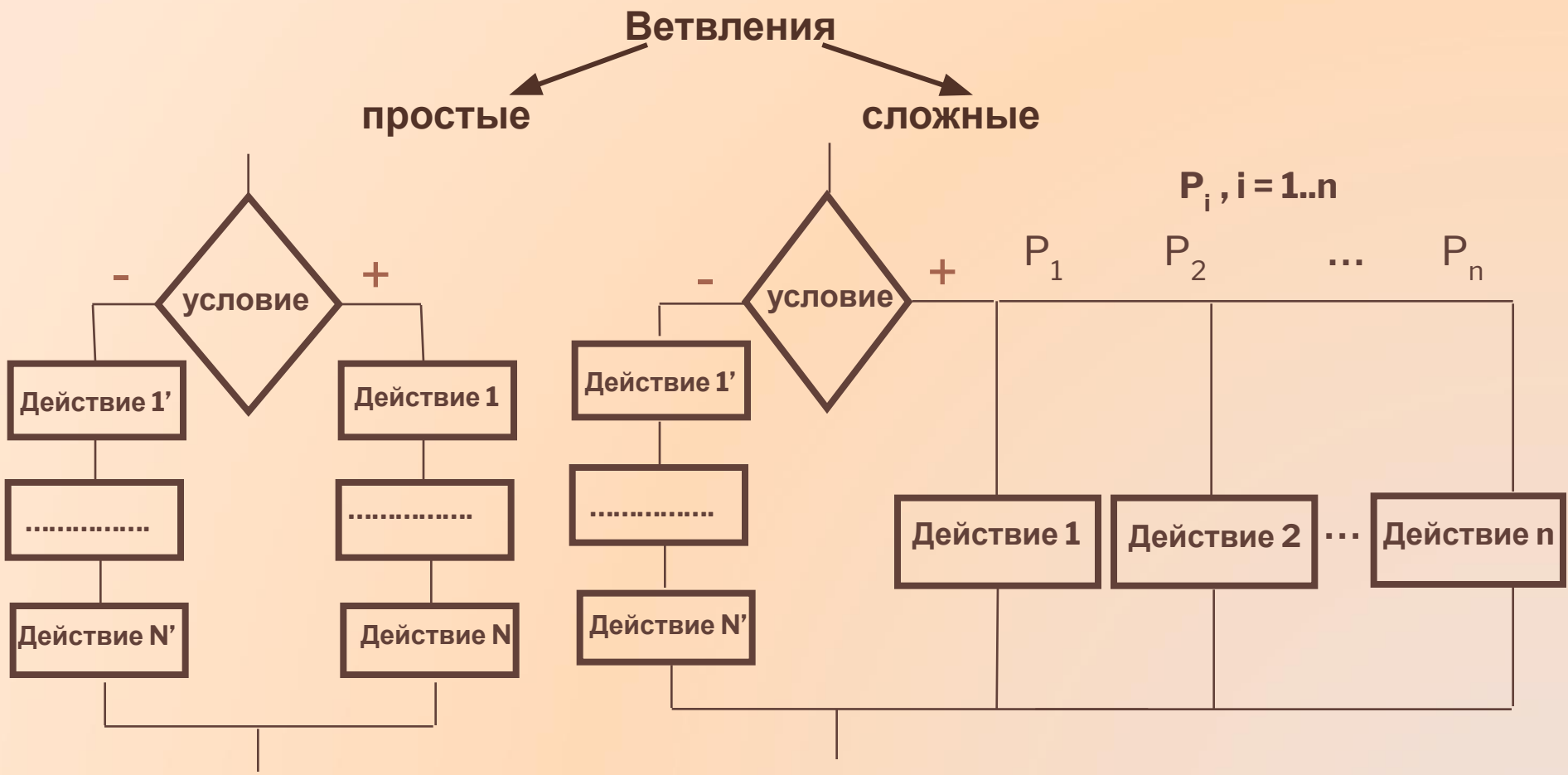
Примечание к примеру 2: для решения задачи следует использовать функции:

mod(x,y) – возвращает остаток при делении числа x на y (x и y – действительные числа, результат наследует знак числа x) ;

trunc(x) – возвращает целую часть действительного числа x.

$$g(4562) = 240$$

Разветвляющийся алгоритм (ветвление) – **алгоритмическая конструкция, в которой в зависимости от значения логического выражения (условия) происходит выбор той или иной последовательности действий.**



Для реализации ветвлений в программах-функциях используется:

- условная функция **if** (встроенная функция системы MathCAD);
- условный оператор **If Statement** и оператор иного выбора **Otherwise Statement** (с панели инструментов Программирование) .

Условие (логическое выражение)

простое

формат:

< выр. A > < опер. сравнения > < выр. B>

$d = 0 \quad x \geq 4 \quad \sin(x) \neq 0$

$x := 6$

$x \leq 2 = 0$

результаты вычисления логического выражения

$x := 6 \qquad 2 \leq x \leq 8 = 1$

сложное

формируется *из простых* с помощью логических операторов not, and, or, xor

$x := 2 \qquad y := 3$

$(x > 1) + (y < 1) \cdot \left(x^2 + y^2 \leq 4\right) = 1$

$[(x > 1) \vee (y < 1)] \wedge \left(x^2 + y^2 \leq 4\right) = 0$

Следует отметить, что при формировании *сложных условий* вместо операторов And, Or могут быть также использованы арифметические операторы сложения и умножения:

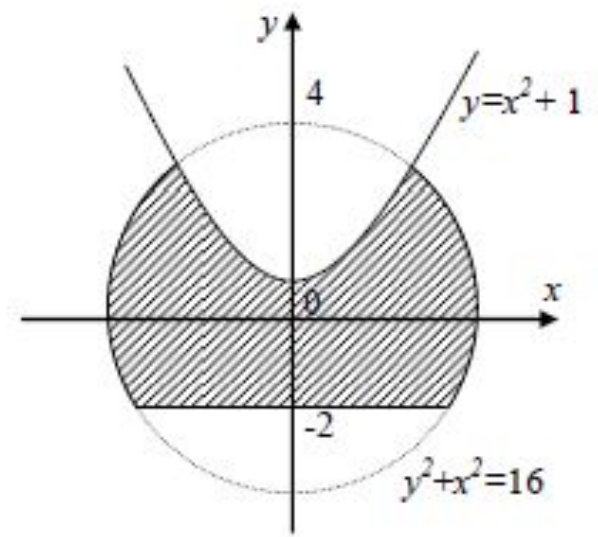
$(x > 1) + (y < 1) \cdot \left(x^2 + y^2 \leq 4\right) = 1$

Формат условной функции if:

if (< логич. выраж. > , < ариф.выраж.1> , < ариф.выраж.2 >)

Внутри программы-функции *условная функция* используется в арифметических выражениях, стоящих в правой части локального оператора присваивания (оператора внутреннего присваивания).

Пример 3. Написать программу-функцию, определяющую принадлежность точки с координатами x и y заштрихованной области на рисунке.



Решение: заштрихованная область – это точки, удовлетворяющие системе неравенств:

$$\begin{cases} y \ge -2 \\ y \le x^2 + 1 \\ x^2 + y^2 \le 16 \end{cases}$$

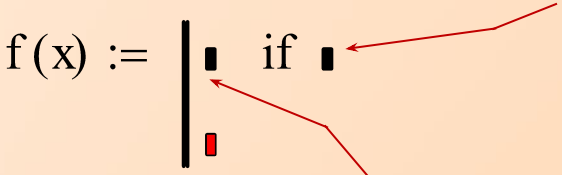
$$w(x,y) := \left| z \leftarrow \text{if}\left[(y \ge -2)\cdot\left(y \le x^2 + 1\right)\cdot\left(y^2 \le 16 - x^2\right), \text{"точка принадлежит области"}, \text{"точка не принадлежит области"}\right] \right| z$$

$w(-2,-3.5) = \text{"точка не принадлежит области"}$

$w(0,0) = \text{"точка принадлежит области"}$

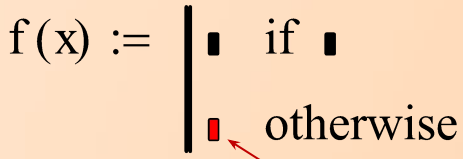
Формат использования

условного оператора **if** и оператора иного выбора **Otherwise**



поле для ввода логического выражения

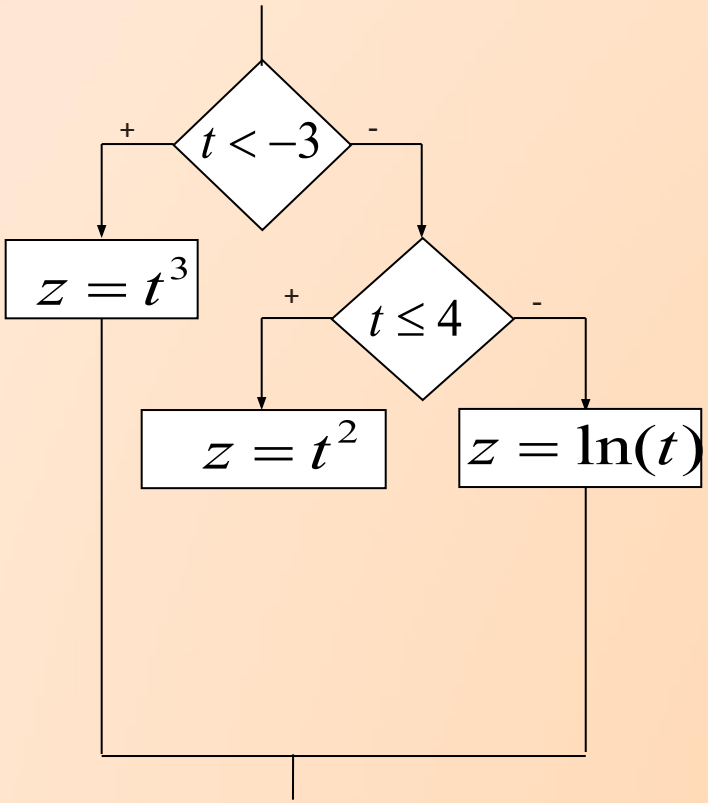
поле для ввода выражения, значение которого используется, если значение логического выражения true



поле для ввода выражения, значение которого используется, если значение логического выражения false

Данные операторы могут находиться только внутри тела программы-функции!

Пример 4. Написать программу-функцию, вычисляющую значение кусочно-заданной функции *z*:



$$z(t)=\begin{cases} t^3, t<-3; \\ t^2, -3\le t\le 4; \\ \ln(t), t>4. \end{cases}$$

Предлагаются следующие варианты описания программы-функции:

1

$$f(t):=\left|\begin{array}{l} z\leftarrow t^3 \quad \text{if } t<-3 \\ z\leftarrow t^2 \quad \text{if } t\le 4 \\ z\leftarrow \ln(t) \quad \text{otherwise} \\ z \end{array}\right.$$

$f(-4)=16$

2

$$f(t):=\left|\begin{array}{l} z\leftarrow t^3 \quad \text{if } t<-3 \\ \text{otherwise} \\ \quad \left|\begin{array}{l} z\leftarrow t^2 \quad \text{if } t\le 4 \\ z\leftarrow \ln(t) \quad \text{otherwise} \end{array}\right. \\ z \end{array}\right.$$

$f(-4)=-64$

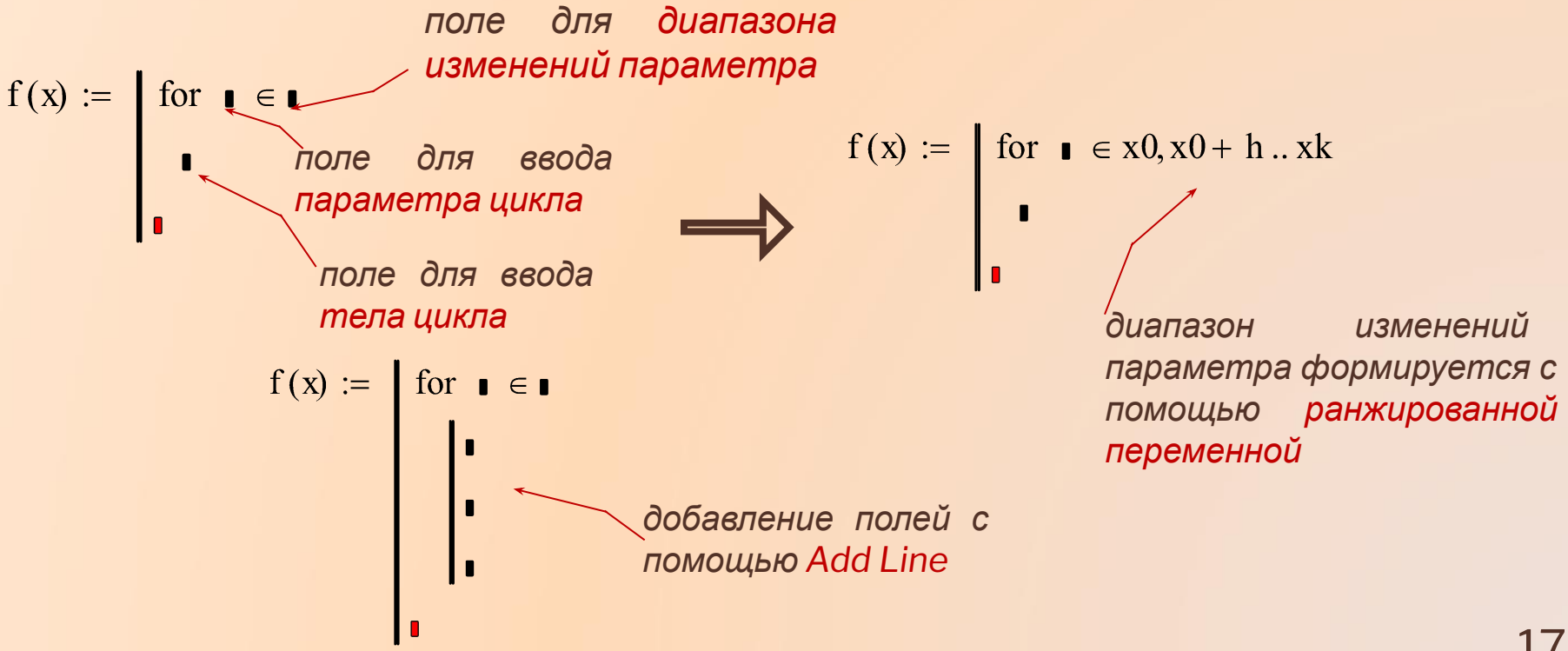
Необходимо выбрать верный вариант

Циклический алгоритм (цикл) **- алгоритмическая конструкция, которая содержит упорядоченную совокупность действий, повторяющихся многократно.**

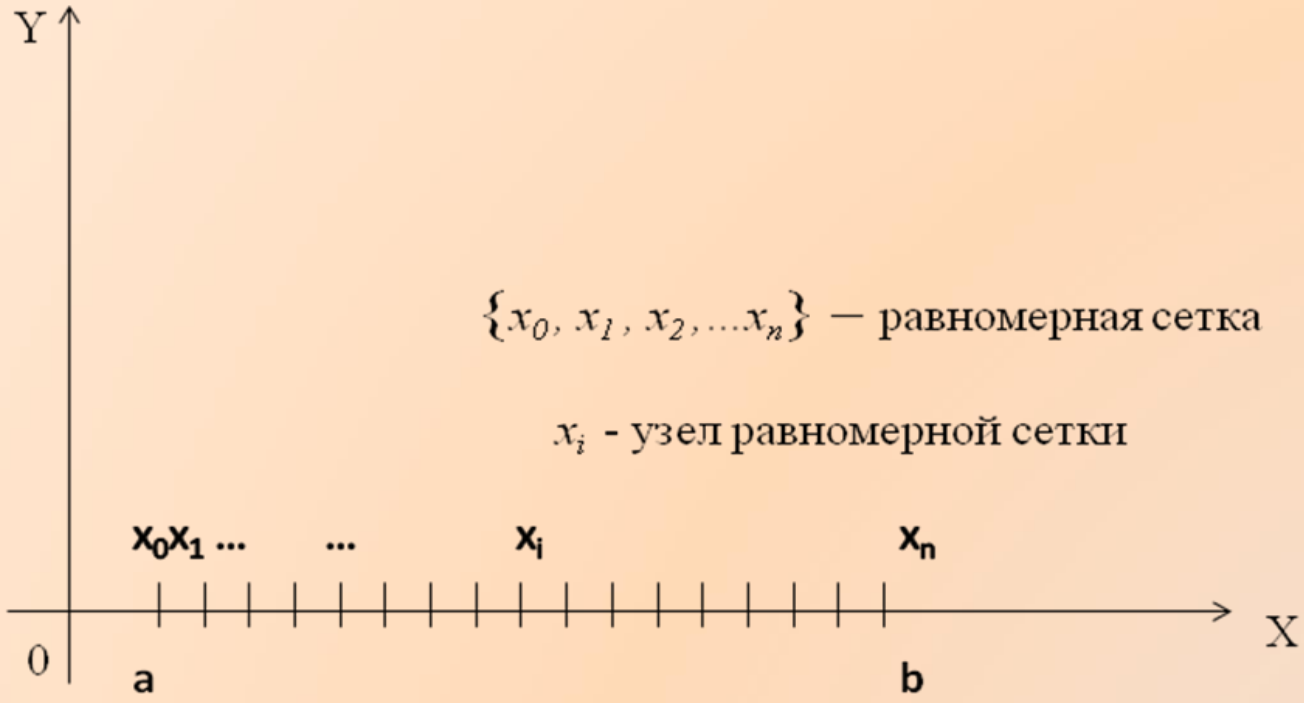
Циклы можно условно разделить на две группы:

- **циклы типа арифметической прогрессии (с заданным числом повторений), реализуются *с помощью оператора for*;**
- **итерационные циклы, реализуются *с помощью оператора while.***

Формат использования оператора for



Пример 5. Табулирование функции одной переменной *y=f(x)* на отрезке [a;b] с шагом h.



$\{x_0, x_1, x_2, \ldots x_n\}$ — равномерная сетка

x_i - узел равномерной сетки

$X_0 = a$
$X_1 = X_0 + h$
$X_2 = X_1 + h$
.....
$X_i = X_{i-1} + h$

Для решения задачи необходимо найти значения заданной функции в каждом узле получившейся совокупности точек и представить их в виде таблицы.

Конкретизируем постановку задачи: на отрезке от -2 до 2 с шагом 0,5 протабулировать функцию $f(x) = e^{-x} \cdot \mathrm{Cos}(2x)$.

$$\text{form\_tab}(x0, xk, d) := \left| \begin{array}{l} i \leftarrow 1 \\ \text{for } x \in x0, x0 + d \,..\, xk \\ \quad \left| \begin{array}{l} z \leftarrow e^{-x} \cdot \cos(2 \cdot x) \\ y_i \leftarrow z \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \right. \\ y \end{array} \right.$$

$\underline{\text{ORIGIN}} := 1$

<описание программы-функции>

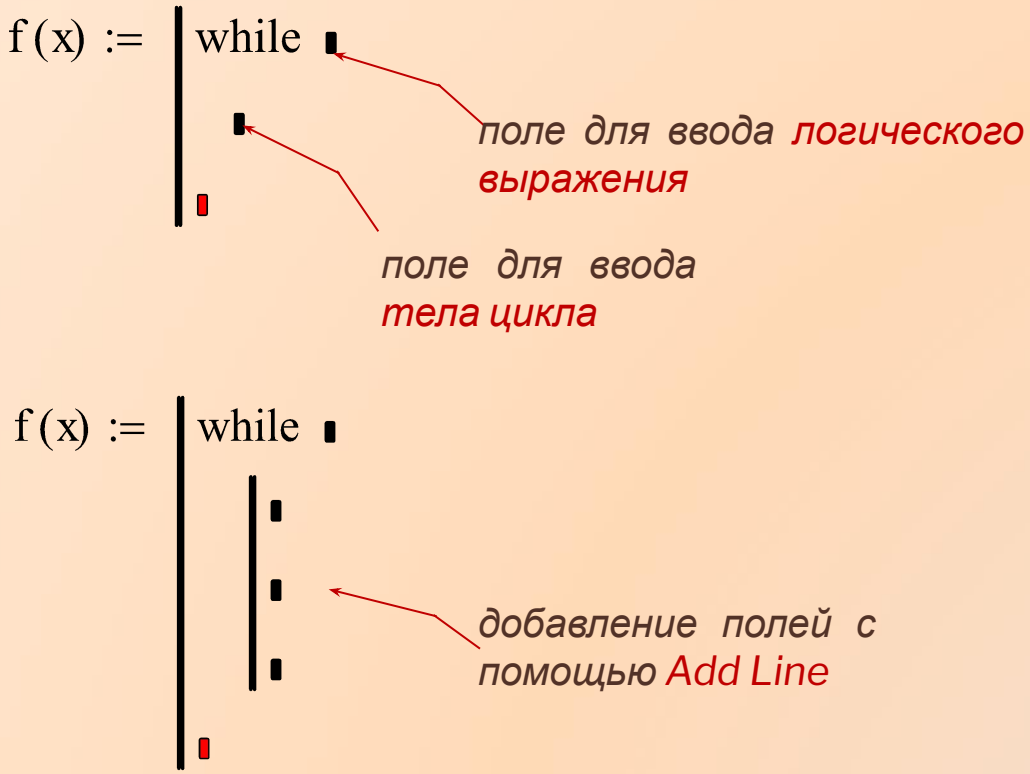
$$\text{form\_tab}(-2, 2, 0.5) = \begin{pmatrix} -4.83 \\ -4.437 \\ -1.131 \\ 0.891 \\ 1 \\ 0.328 \\ -0.153 \\ -0.221 \\ -0.088 \end{pmatrix}$$

$\text{form\_tab}(-2, 2, 0.5) =$

	0
0	0
1	-4.83
2	-4.437
3	-1.131
4	0.891
5	1
6	0.328
7	-0.153
8	-0.221
9	-0.088

отображается значение y_0=0, т.к. значение системной переменной ORIGIN по умолчанию равно 0

Формат использования оператора while:



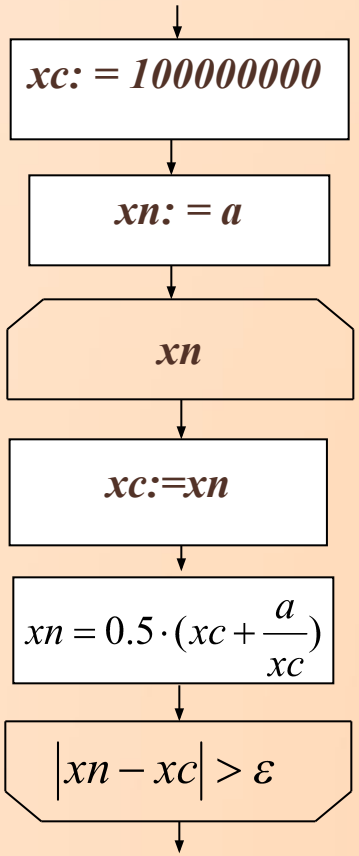
Для итерационных циклов нельзя априори определить количество повторений тела цикла. Это обусловлено тем, что окончание таких циклов определяется не выходом параметра цикла за конечное значение, а более сложными условиями.

Пример 6. Вычислить приближенное значение корня квадратного $x = \sqrt{a}$, используя итерационную процедуру:

$$x_n = 0.5 \cdot (x_{n-1} + \frac{a}{x_{n-1}}), \text{ где } n = 1,2,3..., x_0 = a$$

Известно, что в качестве приближенного значения корня квадратного берется такое значение x_n, которое удовлетворяет условию $|x_n - x_{n-1}| \le \varepsilon$

$\varepsilon - заданная \quad точность.$



$$\text{sqroot}(a, eps) := \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow 10000000000 \\ xn \leftarrow a \\ \text{while } |xn - xc| > eps \\ \quad \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow xn \\ xn \leftarrow \dfrac{xc + \dfrac{a}{xc}}{2} \end{array} \right. \\ xn \end{array} \right.$$

$$\text{sqroot}(9, 0.001) = 3 \qquad \text{sqroot}(49, 0.01) = 7$$

$$\text{sqroot}(123, 0.0001) = 11.091$$

$$\text{sqroot}(-9, 0.001) =$$

Формат использования оператора прерывания break:

$$f(x) := \left| \begin{array}{l} \text{break if } \blacksquare \\ \blacksquare \end{array} \right.$$

поле для ввода логического выражения

прерывание цикла, если значение логического выражения true

поле для ввода оператора, выполняемого если значение лог. выражения false

$$\text{sqroot}(a, eps) := \left| \begin{array}{l} xc \leftarrow a \\ \text{for } i \in 1..1000 \\ \quad \left| \begin{array}{l} xn \leftarrow \dfrac{xc + \dfrac{a}{xc}}{2} \\ \text{break if } |xn - xc| \le eps \\ xc \leftarrow xn \\ ierr \leftarrow \left| \begin{array}{ll} 1 & \text{if } i = 1000 \\ 0 & \text{otherwise} \end{array} \right. \\ x_0 \leftarrow xn \\ x_1 \leftarrow ierr \end{array} \right. \\ x \end{array} \right.$$

$$\text{sqroot}(-9, 0.001) = \begin{pmatrix} -0.909 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{sqroot}(25, 0.001) = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

значение ierr

Спасибо за внимание