Вычисление площадей с помощью интегралов

Знаем:

Определение: Функция ***F(x)*** называется первообразной для функции ***f(x)***, если $F'(x) = f(x)$.

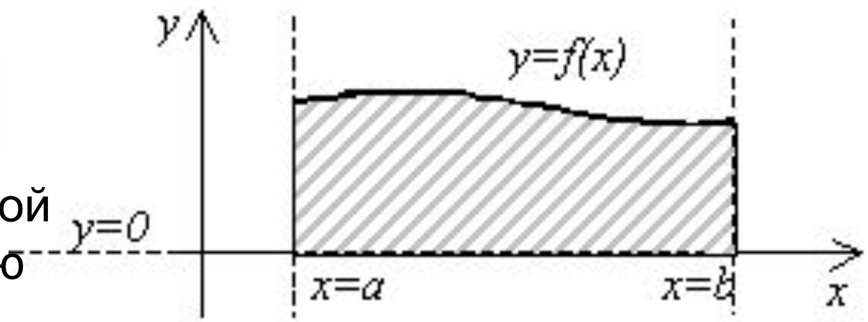
Функция	**Первообразная**
$k \cdot f(x)$	$k \cdot F(x)$
$f_1(x) + f_2(x)$	$F_1(x) + F_2(x)$
$f(ax+b)$	$\frac{1}{a} F(ax+b)$

Знаем:

1.Как вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

2. Что такое криволинейная трапеция

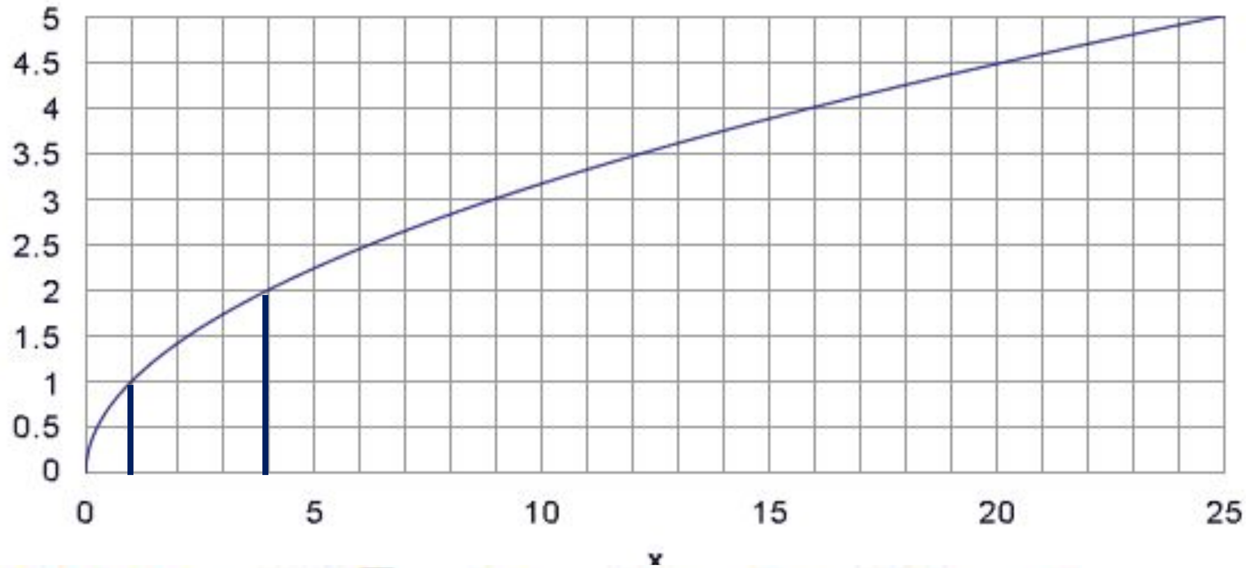
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке [*a*;*b*] функции *f*, осью *Ox* и прямыми *x* = *a* и *x* = *b*.



3. Как связаны площадь криволинейной трапеции с интегралом

Найдите площадь фигуры, ограниченной:

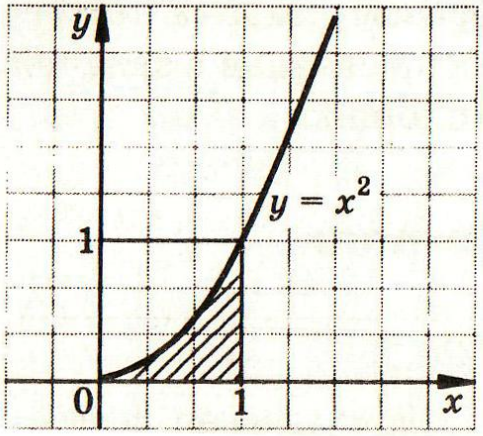
$y=\sqrt{x}$, $x=1$, $x=4$, $y=0$



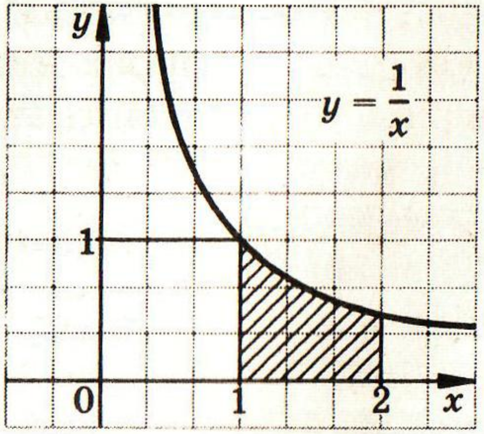
$$\int_1^4 \sqrt{x}\,dx = \frac{2x\sqrt{x}}{3}\Big|_1^4 = \frac{16}{3} - \frac{2}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Найдите площадь фигуры:

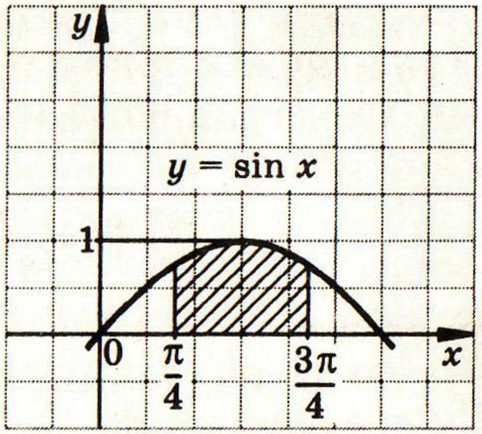
I В



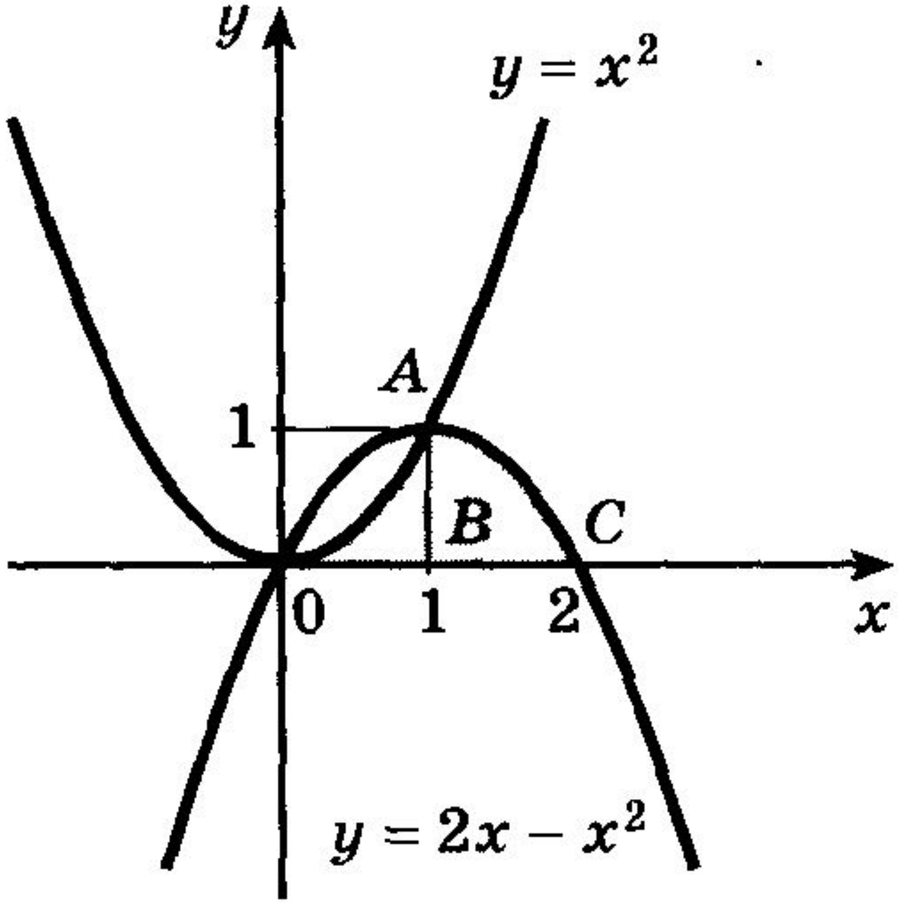
II В



III В

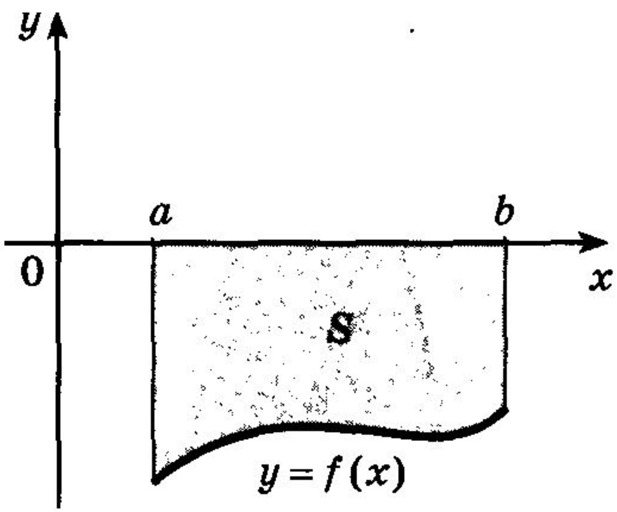


Задача 1:

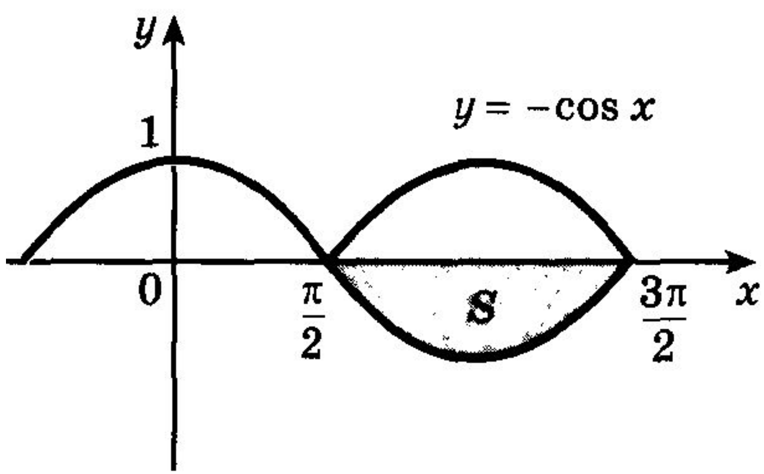


$$S = \int_0^1 x^2\,dx + \int_1^2 (2x - x^2)\,dx = \frac{x^3}{3}\Bigg|_0^1 + \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_1^2 = 1.$$

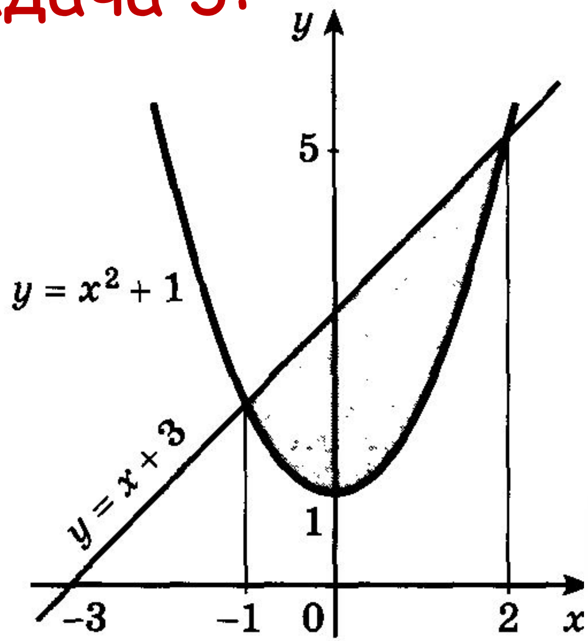
Задача 2:



$$S = \int_a^b (-f(x))\,dx.$$



Задача 3:

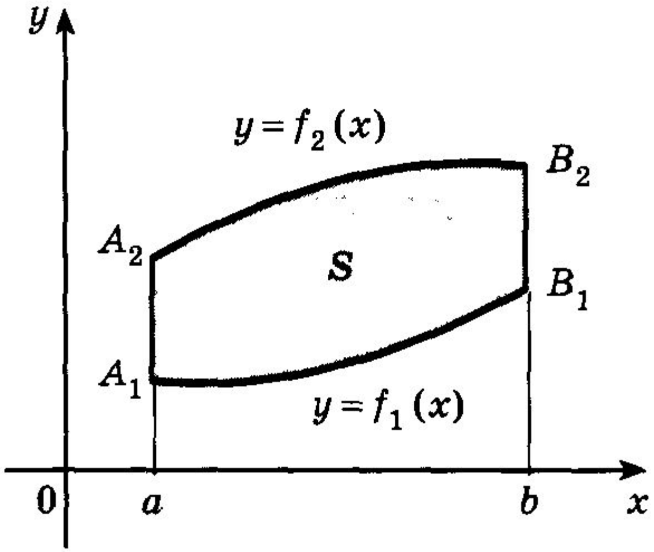


$$S_1 = \int_{-1}^{2} (x+3)\,dx,$$

$$S_2 = \int_{-1}^{2} (x^2+1)\,dx,$$

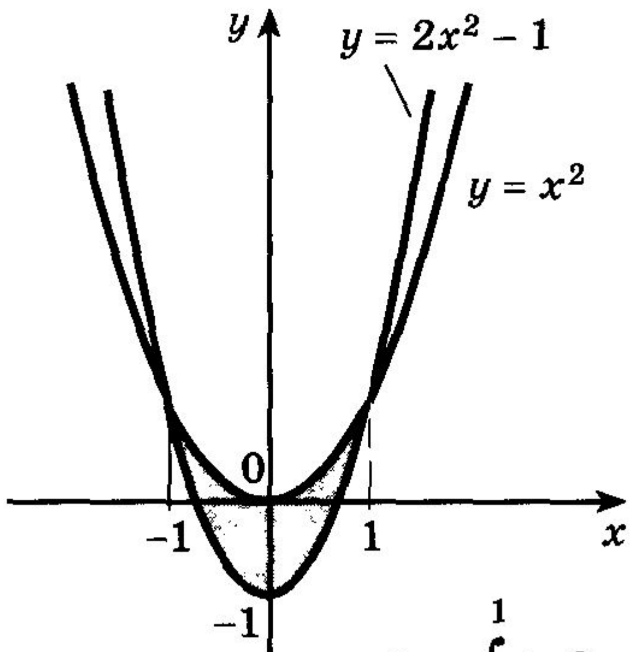
$$S = S_1 - S_2 = \int_{-1}^{2} (x+3)\,dx - \int_{-1}^{2} (x^2+1)\,dx = 4{,}5.$$

Задача 3:



$$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x))\,dx.$$

Найти площадь S фигуры, ограниченной параболами $y = x^2$ и $y = 2x^2 - 1$.



$$S = \int_{-1}^{1} (x^2 - (2x^2 - 1)\,dx = \int_{-1}^{1} (-x^2 + 1)\,dx =$$

$$= \left(-\frac{x^3}{3} + x\right)\Bigg|_{-1}^{1} = \frac{4}{3}. \quad \triangleleft$$

Домашнее задание:

№ 1014 (2;4)
№ 1015 (2)