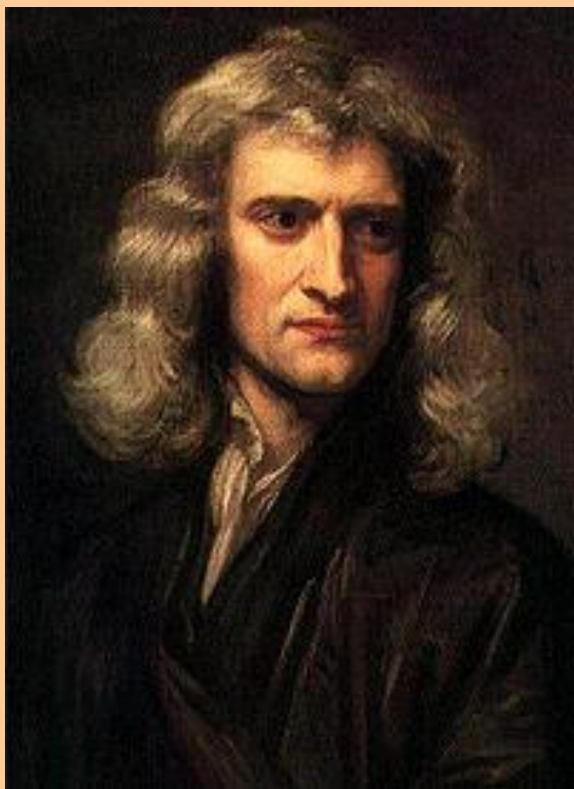


# Ньютон и Лейбниц – создатели математического анализа



**Исаак Ньютон (1643 – 1727)**



**Готфрид Вильгельм  
Лейбниц (1646 – 1716)**

# Производная и интеграл

- В конце 17 века в Европе образовались две крупные математические школы. Главой одной из них был Готфрид Вильгельм фон Лейбниц. Его ученики и сотрудники – Лопиталь, братья Бернулли, Эйлер жили и творили на континенте. Вторая школа, возглавляемая Исааком Ньютоном, состояла из английских и шотландских ученых. Обе школы создали новые мощные алгоритмы, приведшие по сути к одним и тем же результатам – к созданию дифференциального и интегрального исчисления.

# Происхождение производной

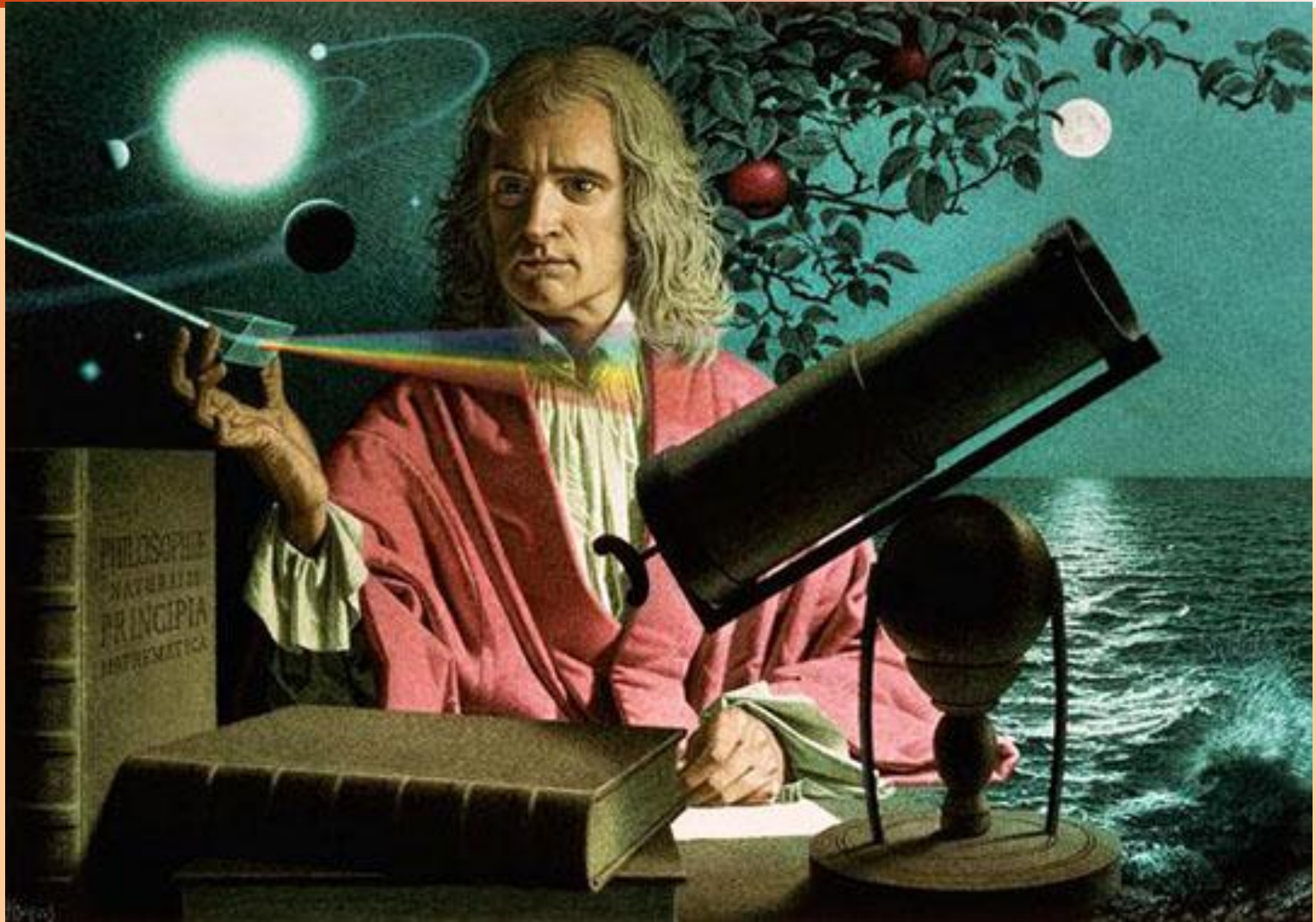
- Ряд задач дифференциального исчисления был решен еще в древности. Такие задачи можно найти у Евклида и у Архимеда, однако основное понятие – понятие производной функции – возникло только в 17 веке в связи с необходимостью решить ряд задач из физики, механики и математики, в первую очередь следующих двух: определение скорости прямолинейного неравномерного движения и построения касательной к произвольной плоской кривой.
- Первую задачу: о связи скорости и пути прямолинейно и неравномерно движущейся точки впервые решил Ньютон

Он пришел к формуле

$$v = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

# Происхождение производной

- Ньютон пришел к понятию производной, исходя из вопросов механики. Свои результаты в этой области он изложил в трактате «Метод флюксий и бесконечных рядов». Написана работа была в 60-е годы 17 века, однако опубликована после смерти Ньютона. Ньютон не заботился о том, чтобы своевременно знакомить математическую общественность со своими работами.
- Флюксией называлась производная функции – флюэнты.
- Флюэнтной таже в дальнейшем называлась первообразная функция.

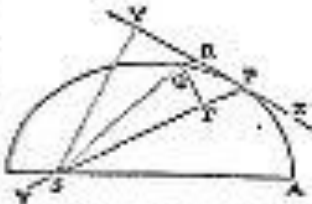


**Портрет Ньютона художника Русакова. Мы видим фундаментальной труд «Математические начала натуральной философии», в котором Ньютон изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики**

De Motu  
Corporum

Corol. 4. Efficitur potius, est vis centripeta ut velocitas sit directa, & chorda illa inversa. Nam velocitas est reciproca ut perpendicularitas  $ST$  per corol. 1. prop. 1.

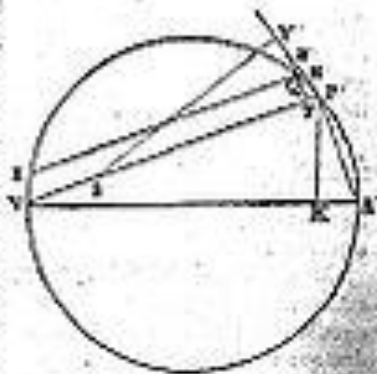
Corol. 5. Hinc si datus fuerit quovis circulus  $APQ$ , & in ea datus etiam punctum  $S$ , ad quod vis centripeta perpetuo dirigatur, invenietur potius lex vis centripetae, quae corpus quodvis  $P$  a casu rectilineo perpetuo retrahatur in figuram illam perenniter describat, cuiusque revolvendo describit. Nimirum computandum est vel solidum  $\frac{ST^2 \times QT^2}{QR}$  vel solidum  $ST^2 \times PT^2$  hinc vi reciproce proportionale. Eius rei dabitur exemplum in problemati sequentibus.



PROPOSITIO VII. PROBLEMA II.

Quaecumque corpora in circumferentiis circularibus, requiruntur lex tan- centripeta tendentis ad punctum quicumque datum.

Est circuli circumferentia  $PQTA$  punctum datum, ad quod vis cum ad centrum fuerit tendit,  $S$ ; corpus in circumferentia situm  $P$ ; locus punctus, in quem movetur  $Q$ ; & circuli tangens ad locum punctum  $P$  &  $Z$ . Per punctum  $S$  ducitur chorda  $PP'$ , & alia circuli diametro  $PA$ , iungatur  $AP'$ ; & ad  $SP$  ducitur perpendicularitas  $QT$ , quod productum occurrat tangenti  $PZ$  in  $Z$ ; ac denique per punctum  $Q$  agatur  $LR$ , quae ipsi  $SP$  parallela sit, & occurrat tunc circulo in  $L$ , tunc tangenti  $PZ$  in  $R$ . Et ob similia triangula  $ZQR$ ,  $ZTP$ ,  $PTA$ ; erit  $RP$  quod. hoc est  $QLR$  ad  $QT$  quod.



Фундаментальный труд Ньютона «Математические начала натуральной философии»

(в современном переводе «Математические основы физики»)

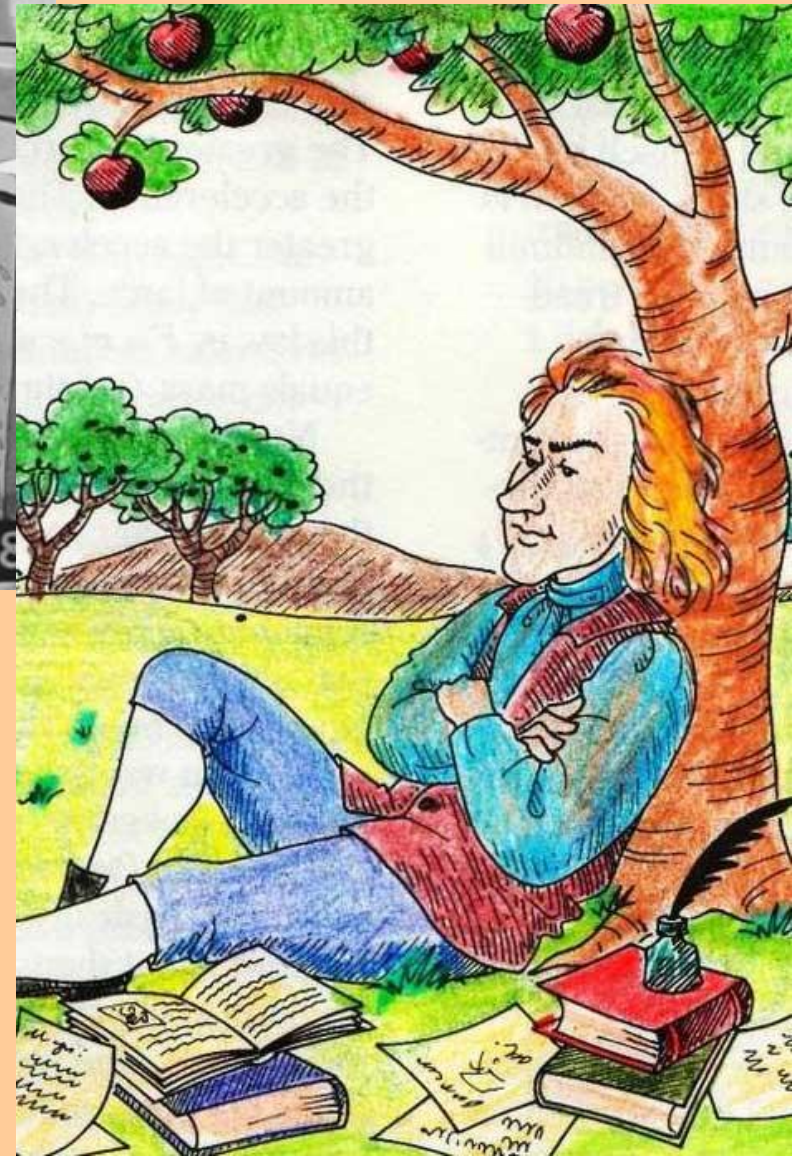
был издан в 1686 году в количестве 300 экземпляров.

Распродан за 4 года, что тогда считалось очень быстро.



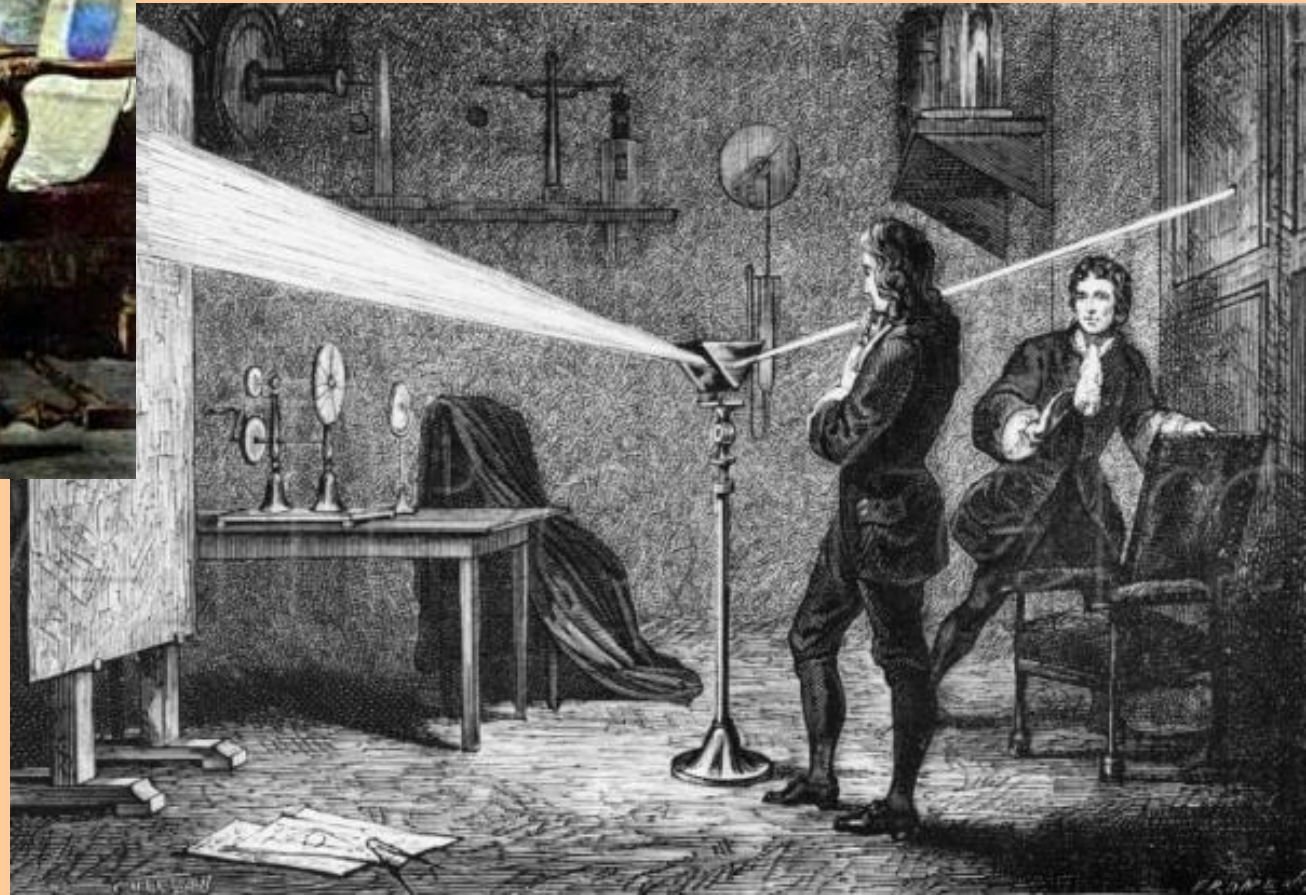
Был летний день. Исаак Ньютон любил размышлять, сидя в саду, на открытом воздухе. Предание сообщает, что размышления Ньютона были прерваны падением налившегося яблока.

Так был сформулирован закон всемирного тяготения





Первые научные опыты Ньютона связаны с исследованиями света. В результате многолетней работы Исаак Ньютон установил, что белый солнечный луч представляет собой смесь многих цветов.



Ньютон построил первый зеркальный телескоп.



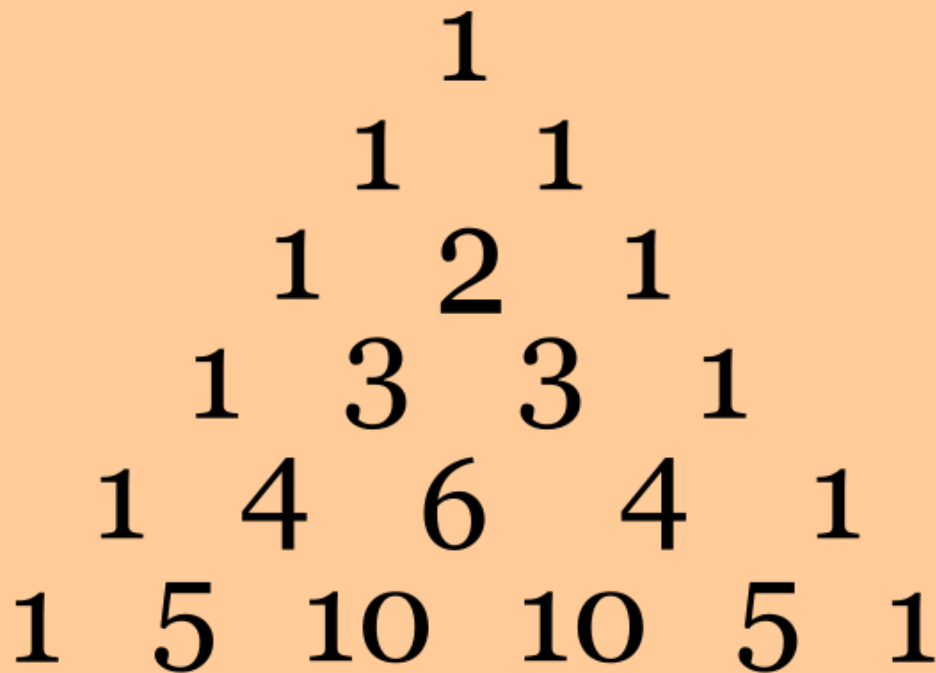
# Бином Ньютона

- Бином Ньютона — формула для разложения на отдельные слагаемые целой неотрицательной степени суммы двух переменных, имеющая вид

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \dots + \binom{n}{k} a^{n-k} b^k + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Долгое время считалось, что для натуральных показателей степени эту формулу, как и треугольник, позволяющий находить коэффициенты, изобрёл Блез Паскаль. Однако историки науки обнаружили, что формула была известна ещё в Древнем Китае в XIII веке, а также исламским математикам в XV веке.
- Исаак Ньютон около 1676 года обобщил формулу для произвольного показателя степени (дробного, отрицательного и др.). Из биномиального разложения Ньютон, а позднее и Эйлер, выводили всю теорию бесконечных рядов.



# Бином Ньютона в литературе

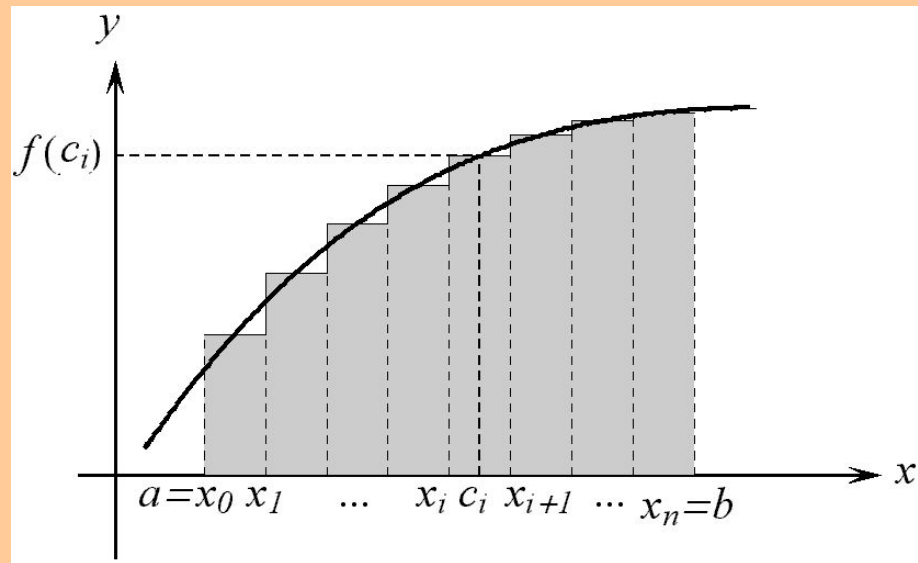
- В художественной литературе «бином Ньютона» появляется в нескольких запоминающихся контекстах, где речь идёт о чём-либо сложном.
- В рассказе А. Конан Дойля «Последнее дело Холмса» Холмс говорит о математике профессоре Мориарти:
- *«Когда ему исполнился двадцать один год, он написал трактат о бинOME Ньютона, завоевавший ему европейскую известность. После этого он получил кафедру математики в одном из наших провинциальных университетов, и, по всей вероятности, его ожидала блестящая будущность»*
- Знаменита цитата из «Мастера и Маргариты» М. А. Булгакова: «Подумаешь, бином Ньютона!».
- Позже это же выражение упомянуто в фильме «Сталкер» А. А. Тарковского.
- Бином Ньютона упоминается:
- в повести Льва Толстого «Юность» в эпизоде сдачи вступительных экзаменов в университет Николаем Иртеньевым;
- в романе Е.И.Замятина «Мы».
- в фильме «Расписание на послезавтра»;

# Происхождение производной

- В подходе Лейбница к математическому анализу были некоторые особенности. Лейбниц мыслил высший анализ не кинематически, как Ньютон, а алгебраически. Он шел к своему открытию от анализа бесконечно малых величин и теории бесконечных рядов.
- В 1675 году Лейбниц завершает свой вариант математического анализа, тщательно продумывает его символику и терминологию, отражающую существо дела. Почти все его нововведения укоренились в науке и только термин «интеграл» ввёл Якоб Бернулли (1690), сам Лейбниц вначале называл его просто суммой.

# Происхождение производной

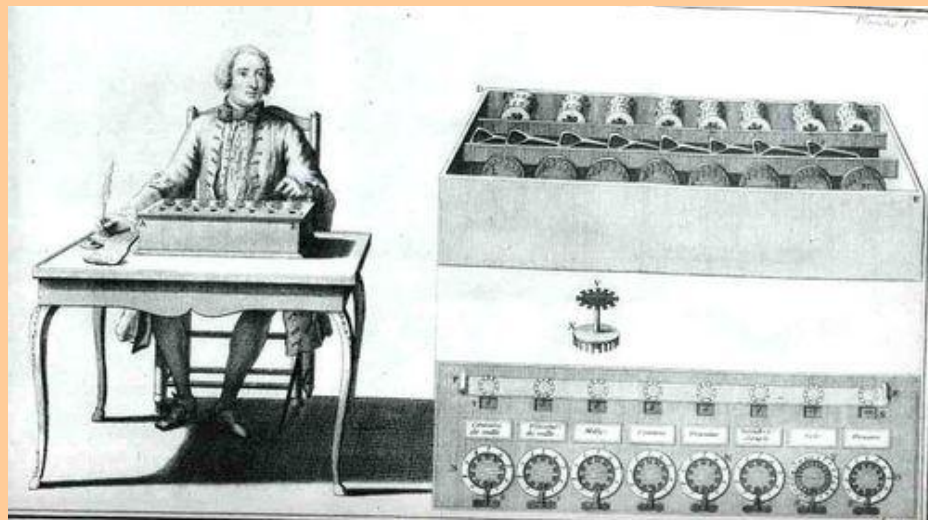
- По мере развития анализа выяснилось, что символика Лейбница, в отличие от ньютоновской, отлично подходит для обозначения многократного дифференцирования, частных производных и т. д. На пользу школе Лейбница шла и его открытость, массовая популяризация новых идей, что Ньютон делал крайне неохотно.



Работы Лейбница по математике многочисленны и разнообразны. В 1666 года он написал первое сочинение: «О комбинаторном искусстве». Сейчас комбинаторика и теория вероятности одна из обязательных тем математики в школе.

1672 года Лейбниц изобретает собственную конструкцию арифмометра, гораздо лучше паскалевской — он умел выполнять умножение, деление и извлечение корней. Предложенные им ступенчатый валик и подвижная каретка легли в основу всех последующих арифмометров.

Лейбниц также описал двоичную систему счисления с цифрами 0 и 1, на которой основана современная компьютерная техника.



# Кто автор производной?

- Ньютон создал свой метод, опираясь на прежние открытия, сделанные им в области анализа, но в самом главном вопросе он обратился к помощи геометрии и механики. Когда именно Ньютон открыл свой новый метод, в точности неизвестно. По тесной связи этого способа с теорией тяготения следует думать, что он был выработан Ньютоном между 1666 и 1669 годами.
- Лейбниц обнародовал главные результаты своего открытия в 1684, опережая Исаака Ньютона, который еще раньше Лейбница пришел к сходным результатам, но не публиковал их.
- Впоследствии на эту тему возник многолетний спор о приоритете открытия дифференциального исчисления.

# Формула Ньютона-Лейбница

$$S = F(b) - F(a).$$

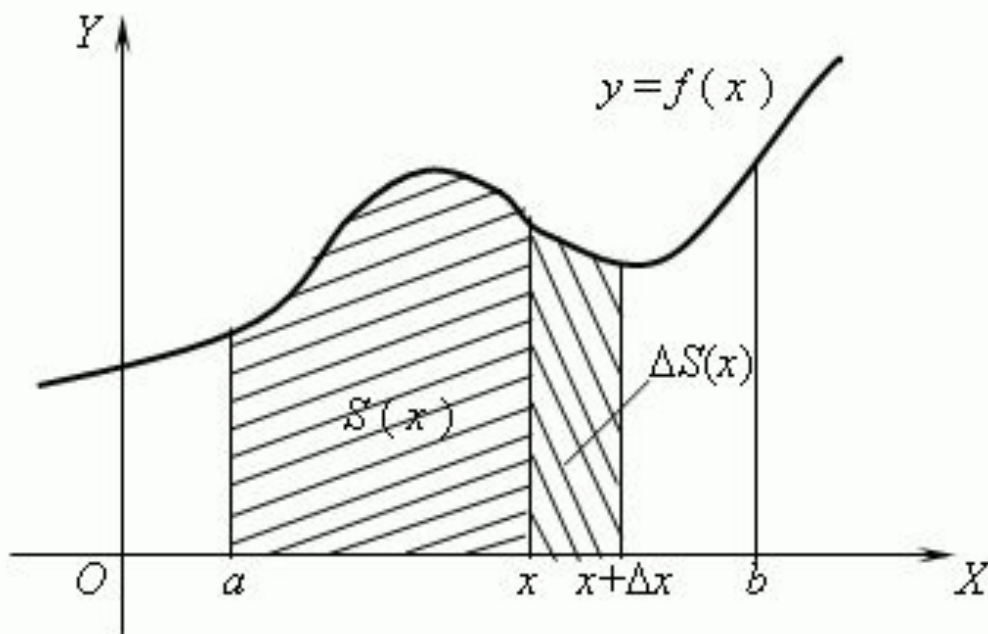



Рис. 8

**ИНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА - ЛЕЙБНИЦА**



$a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$   
 $\Delta x = x_k - x_{k-1} = \frac{b-a}{n}, k = 1, 2, \dots, n$   
 $S_k = f(x_{k-1}) \cdot \Delta x = \frac{b-a}{n} \cdot f(x_{k-1})$   
 $S_n = \frac{b-a}{n} \cdot (f(x_0) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1}))$   
 $S_n \rightarrow S$  Число  $S$  называется **ИНТЕГРАЛОМ** функции  $f(x)$  от  $a$  до  $b$  и обозначается  $\int_a^b f(x) dx$

**ФОРМУЛА НЬЮТОНА - ЛЕЙБНИЦА:**  
 Если  $F$  - первообразная для  $f$  на  $[a, b]$ ,  
 $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

**Примеры:**

1)  $\int_0^1 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$   
 2)  $\int_0^{\pi/2} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2} \sin \pi - \frac{1}{2} \sin 0 = 0$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$



Закон Ньютона-  
Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$[a; b]$  - деяка область

$f(x)$  - функція

Тип

бу:

1)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$

2)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) + \lim_{x \rightarrow a} h(x)$

3)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} h(x)$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) + m$

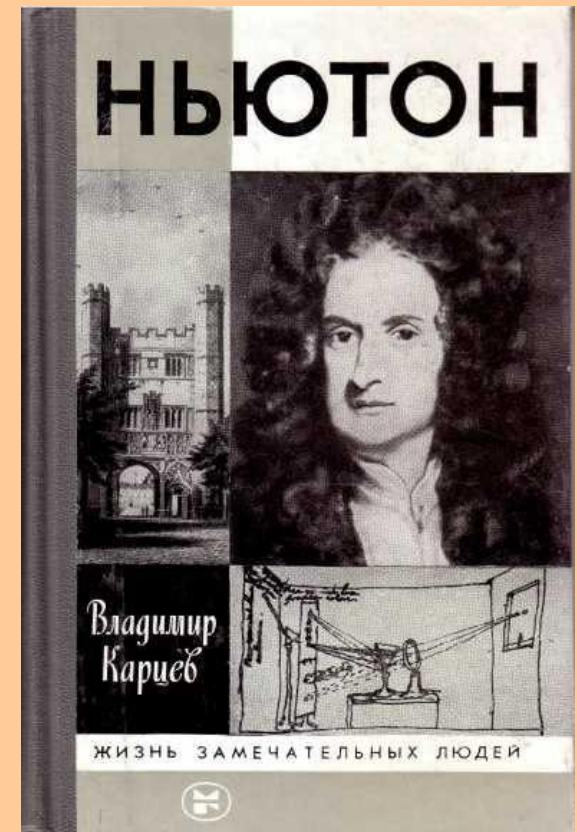
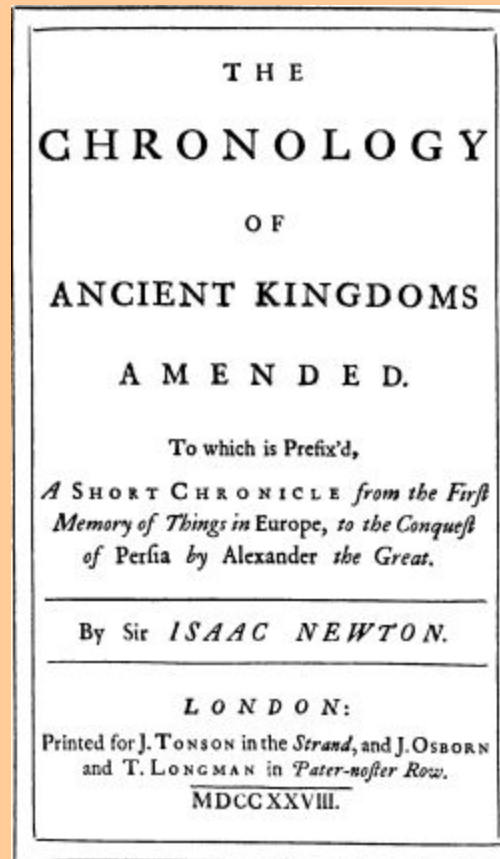
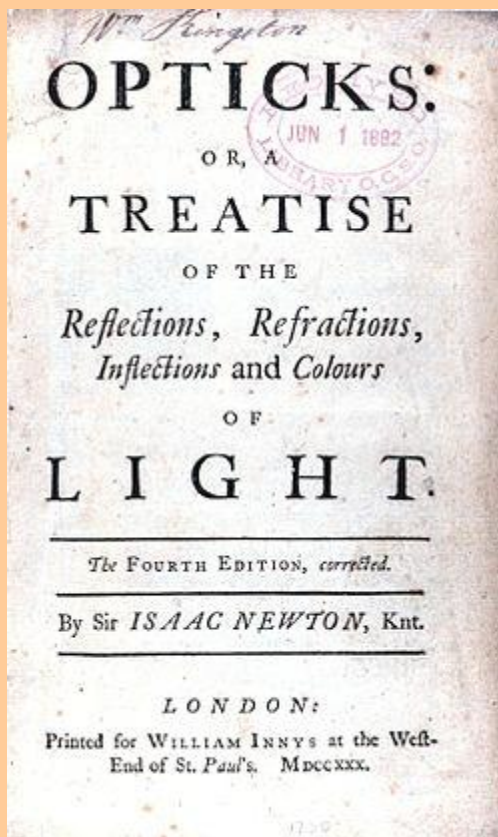
the cold life in alberta

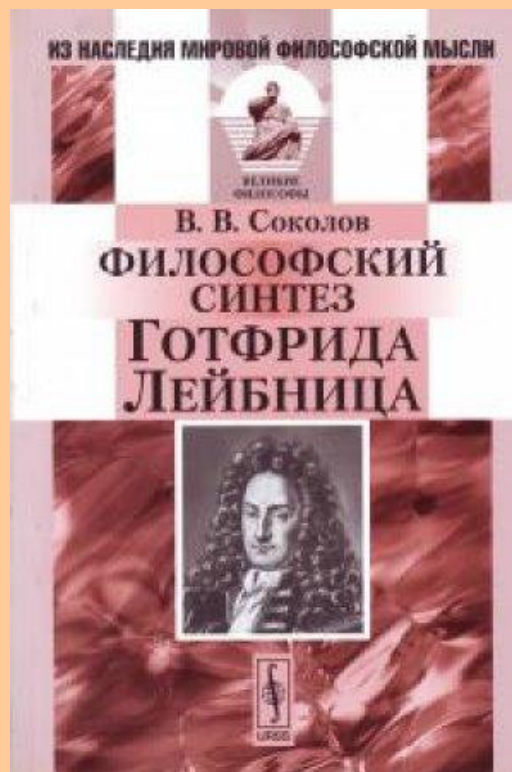
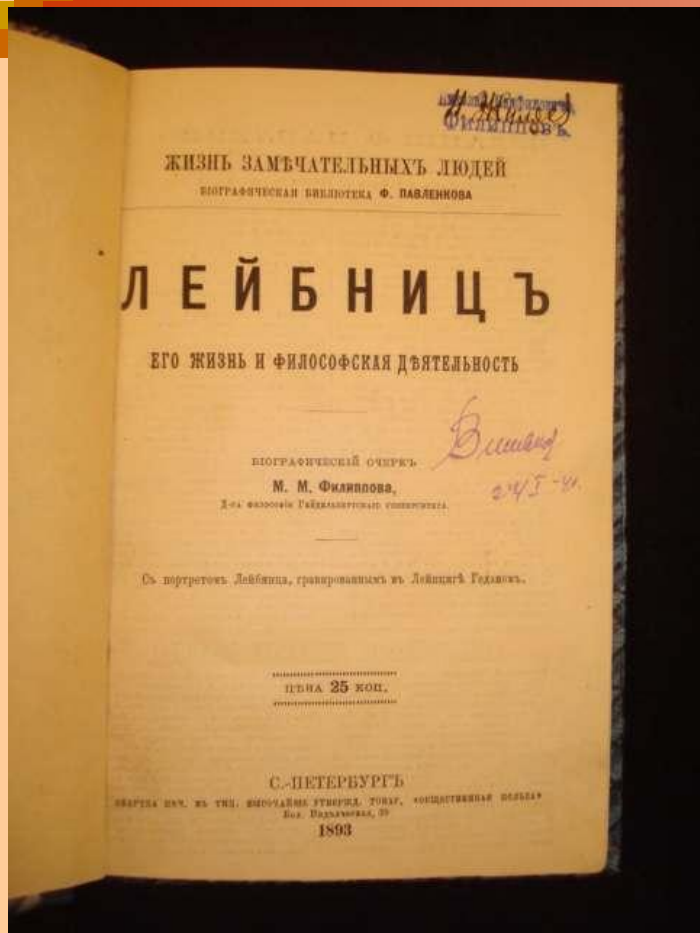


Памятник Ньютону в Кэмбридже.



Памятник Лейбницу в Лейпциге.







## Использованные ресурсы:

[http://ru.wikipedia.org/wiki/Лейбниц,\\_Готфрид\\_Вильгельм](http://ru.wikipedia.org/wiki/Лейбниц,_Готфрид_Вильгельм)

<http://www.aporisme.ru/about-authors/leybnic/?q=3519>

<http://www.fmclass.ru/math.php?id=484121ce1c9d1>

[http://todayinsci.com/L/Leibniz\\_Gottfried/LeibnizGottfried-Quotations.htm](http://todayinsci.com/L/Leibniz_Gottfried/LeibnizGottfried-Quotations.htm)

<http://sat24.ucoz.ru/forum/82-101-2>

<http://www.dentmaster.ru/node/8060?size=preview>

<http://ru.picscdn.com/domain/benisrael.net/>

[http://post.kards.qip.ru/compose/edit/ньютон/9471809/2/njuton\\_pod\\_jablonej.htm](http://post.kards.qip.ru/compose/edit/ньютон/9471809/2/njuton_pod_jablonej.htm)

<http://www.people.su/32/r1><http://www.people.su/32/r1><http://lib.rus.ec/b/259787/read>

[http://www.help-rus-student.ru/pictures\\_fail/54/263\\_2.htm](http://www.help-rus-student.ru/pictures_fail/54/263_2.htm)

<http://sokemem.com/review/books-by-isaac-newton><http://sokemem.com/review/books-by-isaac-newton>[http://www.math.spbu.ru/user/jvr/DA\\_html/lec\\_1\\_04.html](http://www.math.spbu.ru/user/jvr/DA_html/lec_1_04.html)

<http://www.infanata.com/page/621/>

<http://www.lib.vitebsk.net/libs/11/41/>

<http://chtiva.net/лейбниц/>

[http://www.dhbooks3.ru/c40\\_nemeckij\\_yazik?page=113](http://www.dhbooks3.ru/c40_nemeckij_yazik?page=113)

<http://bookmix.ru/book.phtml?id=396497><http://bookmix.ru/book.phtml?id=396497><http://bookmix.ru/book.phtml?id=396497>

## Использованные ресурсы:

<http://www.alib.ru/bs.php4?uid=1129dbb67b5eacfb00831c58dd512a88c759>

<http://www.dom-knigi.ru/book.asp?Art=316871&CatalogID=158>

<http://www.athens.kiev.ua/lejbnic/>

[http://www.100book.ru/predel\\_funkcij\\_formuly\\_nyutona-lejbnica\\_i\\_tejlora\\_b382\\_187.html](http://www.100book.ru/predel_funkcij_formuly_nyutona-lejbnica_i_tejlora_b382_187.html)

[http://tvsh2004.narod.ru/ma\\_12-0.htm](http://tvsh2004.narod.ru/ma_12-0.htm)

Мордкович А.П. П.В.Алгебра и начала анализа (профильный уровень)  
10 класс, М., «Мнемозина», 2006.





*Автор:*

*Заикина Наталья Алексеевна,  
учитель математики,*

*МОУ «СОШ № 5»*

*г. Саратов*